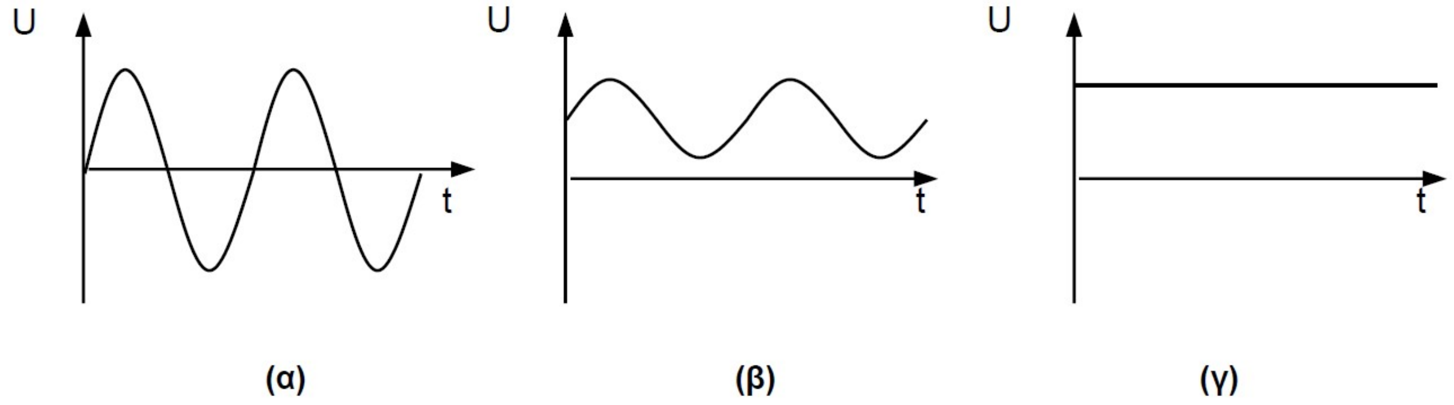
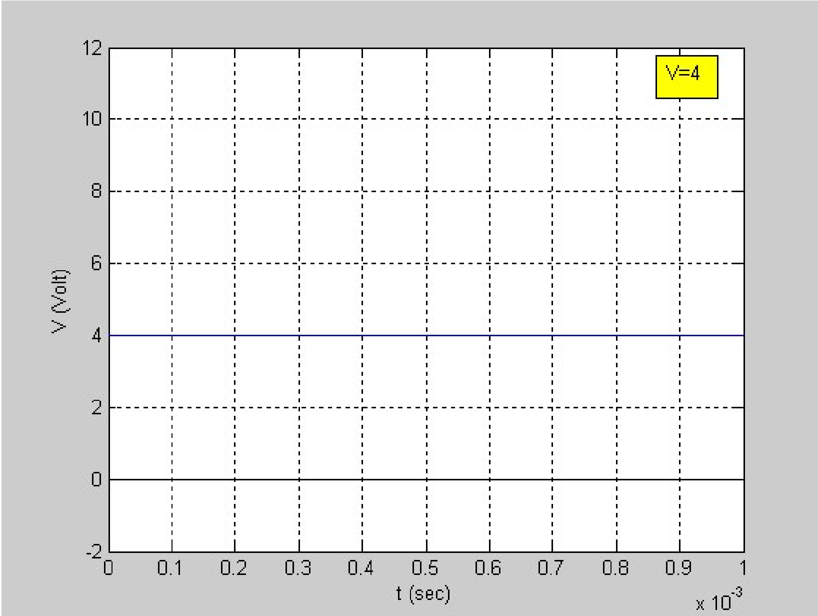
Εισαγωγικές Έννοιες Ηλεκτρονικής

Κυματομορφές AC - DC

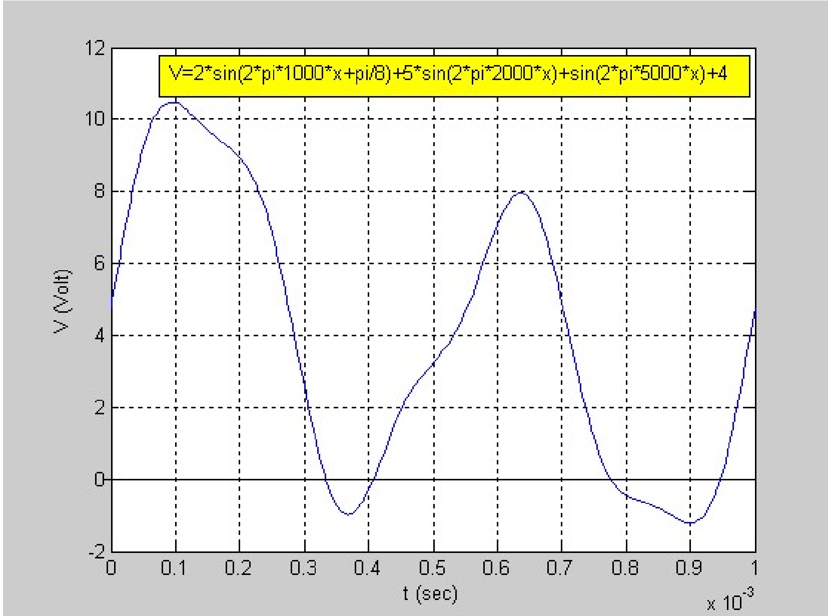


(α) Εναλλασσόμενο σήμα AC (β) Συνεχές σήμα DC με μεγάλη κυμάτωση και (γ) Συνεχές σταθερό σήμα DC.

Κυματομορφές AC - DC



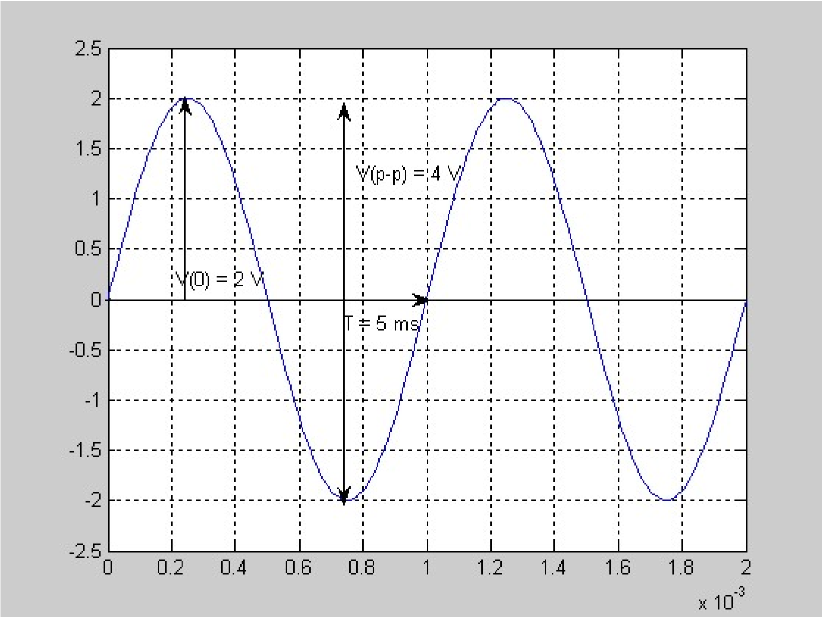
(α)

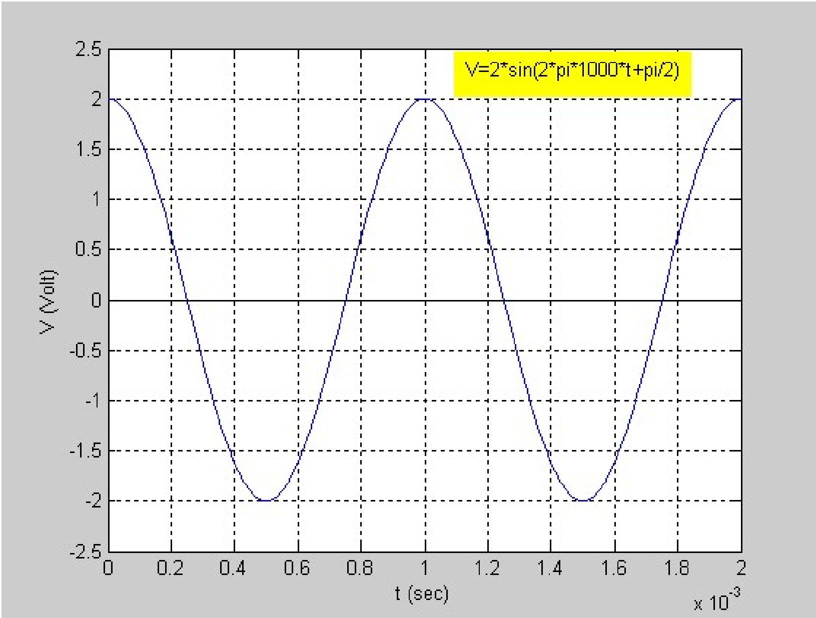


(β)

(α) Ένα DC σήμα τιμής V=4Volt, (β) Ένα AC σήμα. Η αναγραφόμενη μαθηματική του έκφραση οφείλεται στο διακριτό μετασχηματισμό Fourier

Ημιτονικό σήμα





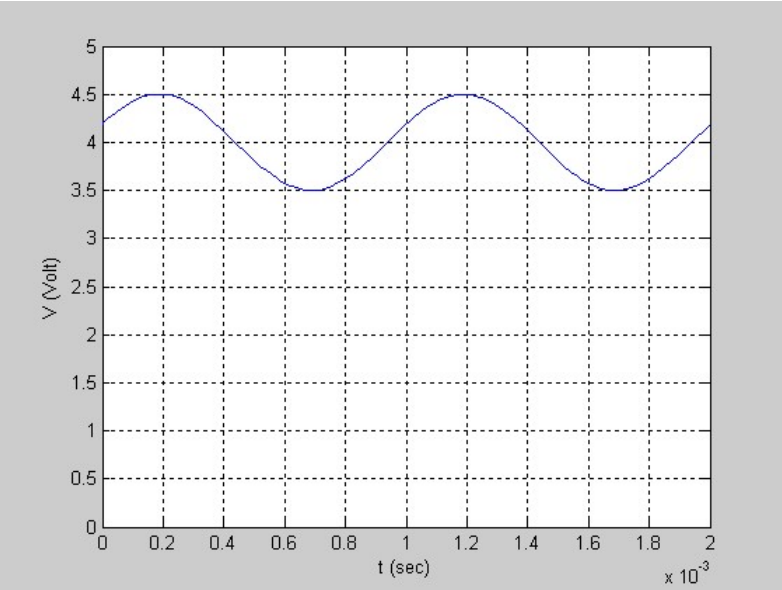
(α) (β)

(α) Ένα ημιτονικό σήμα (1.4V, 1KHz), (β) Ένα ημιτονικό σήμα με προπόρευση ¼ της περιόδου, δηλ. ένα συνημίτονο σήμα (1.4V, 1KHz)

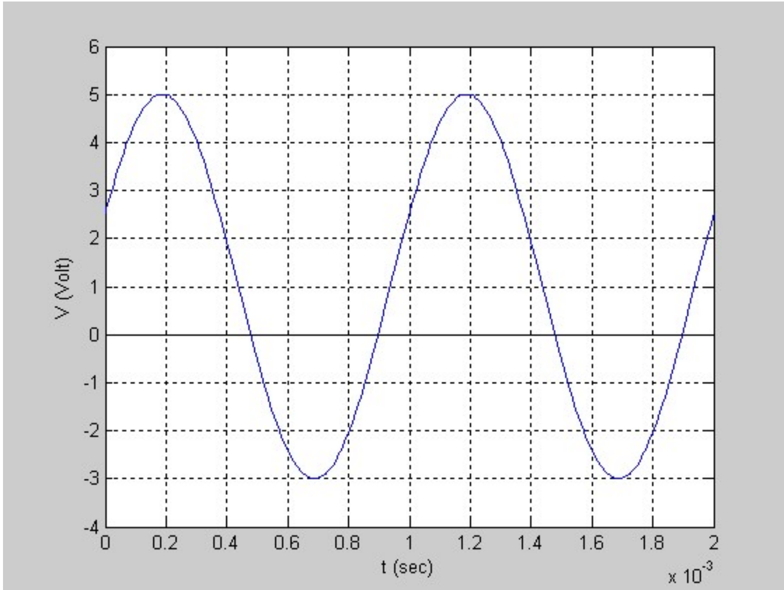
$$U_{\varepsilon\nu} = \frac{U_0}{\sqrt{2}}$$

$$f = \frac{1}{T}$$

Ημιτονικό σήμα



(α)

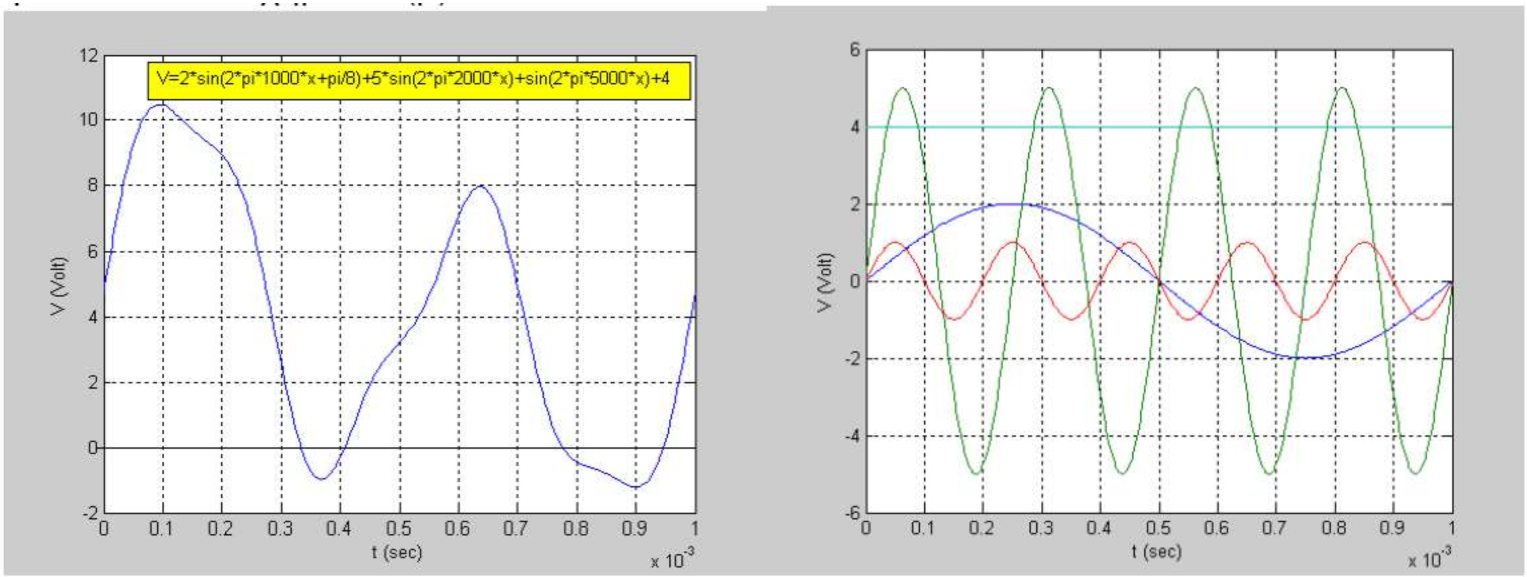


(β)

(α) Ένα DC σήμα τιμής 4 Volt με AC συνιστώσα (0.35, 1KHz), (β) Ένα AC σήμα (2.8V, 1KHz) με DC συνιστώσα 1 Volt.

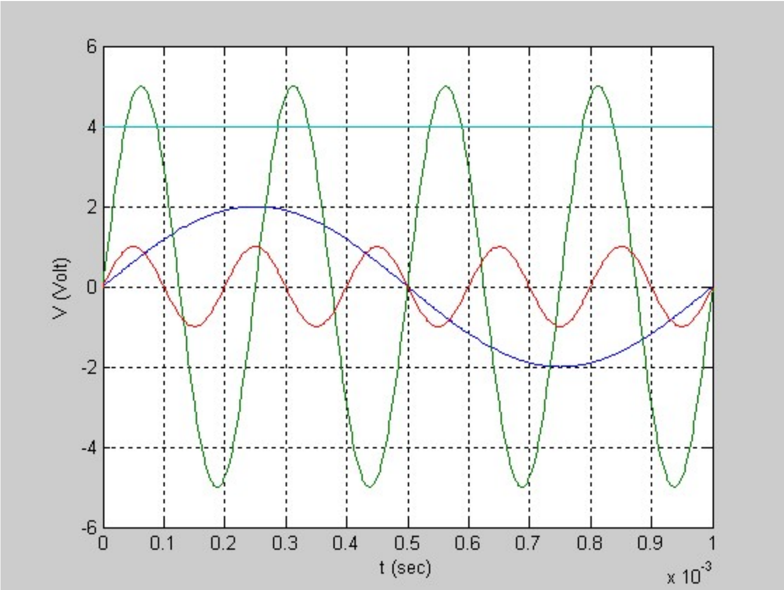
Μετασχηματισμός Fourier

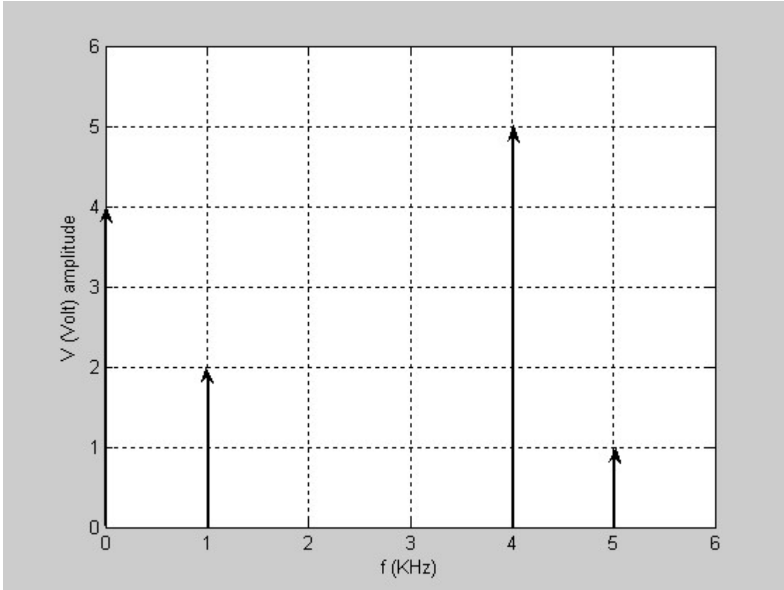
Οποιοδήποτε σήμα, περιοδικό ή μη, όπως αυτό του σχήματος, μπορεί να αναπαρασταθεί τέλεια από ένα άθροισμα πεπερασμένων ημιτονικών σημάτων. Δεχόμαστε λοιπόν ότι ένα σήμα αποτελείται από ένα ή περισσότερα ημίτονα συγκεκριμένου πλάτους και συχνότητας, τα οποία (επιμέρους ημίτονα) ας τα καλούμε **συνιστώσες όπως** φαίνονται στο σχήμα.



(α) Ένα τυχαίο σήμα. (β)Τέσσερα διαφορετικά σήματα συναρτήσει του χρόνου, (απόκριση χρόνου) στο ίδιο διάγραμμα. Η σύνθεση αυτών των σημάτων δημιουργεί το σήμα του σχήματος.

Αποκρίσεις χρόνου και συχνότητας





Τέσσερα διαφορετικά σήματα συναρτήσει του χρόνου, (απόκριση χρόνου) στο ίδιο διάγραμμα. Τα σήματα αυτά είναι:

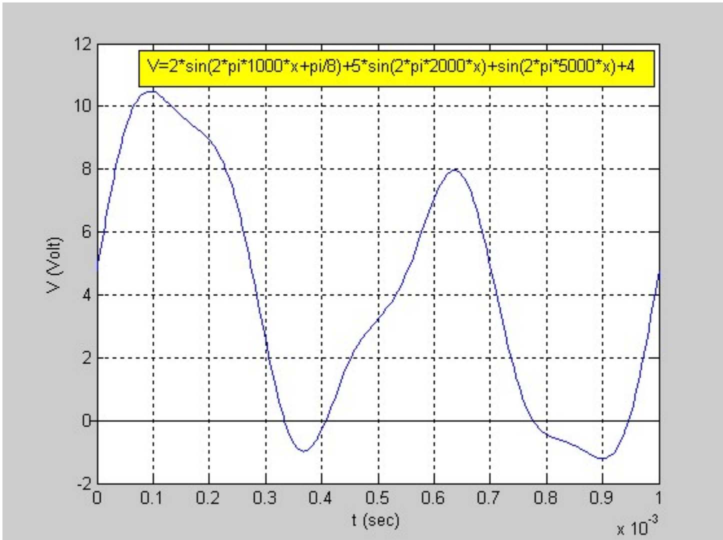
$$V_1 = 2 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 1000 \cdot t)$$

$$V_2 = 5 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 4000 \cdot t)$$

$$V_3 = \sin(2 \cdot \pi \cdot 5000 \cdot t)$$

$$V_4 = 4$$

Η σύνθεση αυτών δημιουργεί το σήμα του σχήματος



Φάσμα συχνοτήτων

Ζώνες συχνοτήτων κατά ITU

Συχνότητα	Συμβολι-σμός	Ονομασία	Μήκος Κύματος	No
3-30KHz	VLF	Very Low Frequency	10 - 100 km	4
30-300KHz	LF ή LW	Low Frequency ή Long Waves	1 - 10 km	5
300KHz-3MHz	MF ή MW	Medium Frequency ή Medium Waves	100 m – 1 km	6
3-30MHz	HF ή SW	High Frequency ή Short Waves	10 – 100 m	7
30-300MHz	VHF	Very High Frequency	1 – 10 m	8
300MHz-3GHz	UHF	Ultra High Frequency	10 – 100 cm	9
3-30GHz	SHF	Super High Frequency	1 – 10 cm	10
30-300GHz	EHF	Extreme High Frequency	1 – 10 mm	11
300-3000GHz	THF	Tremendously High Frequency	100μm-1mm	12

$$\boxed{\lambda = \frac{c}{f}}$$

Κατανομή συχνοτήτων για την περιοχή των GHz

Ονομασία Ζώνης	Περιοχή Ζώνης σε GHz
L	1-2
S	2-4
C	4-8
X	8-12
Ku	12-18
K	18-27
Ka	27-40

Μιγαδικοί αριθμοί

Η επινόηση των μιγαδικών αριθμών (16ος αι.) επιτεύχθηκε όταν παρουσιάστηκε η ανάγκη επίλυσης της εξίσωσης,

$$x^2 = a\,, \quad a < 0 \tag{1}$$

Η εξίσωση αυτή στο σύνολο των πραγματικών αριθμών $\mathbb{R}$ δεν έχει λύση και η ατέλεια αυτή θεραπεύθηκε από ένα άλλο σύνολο, το σύνολο των μιγαδικών αριθμών $\mathbb{C}$.

Ετυμολογικά, μιγαδικός σημαίνει μικτός, δηλ. αριθμός ο οποίος αποτελείται από ένα πραγματικό και ένα φανταστικό μέρος. Αξιωματικά, το σύνολο των μιγαδικών αριθμών ορίζεται ως,

$$\mathbb{C} = \mathbb{R}^2 = \{(a,b) : a \in \mathbb{R},\ b \in \mathbb{R}\} \tag{2}$$

δηλαδή, κάθε στοιχείο του $\mathbb{C}$ είναι ένα *διατεταγμένο ζεύγος* πραγματικών αριθμών. Συνεπώς, αν $z \in \mathbb{C}$, θα είναι,

$$\mathbf{z} = (a,b)\,, \quad a, b \in \mathbb{R} \tag{3}$$

Έτσι, οι μιγαδικοί αριθμοί παρουσιάζουν το πλεονέκτημα ότι μπορούν να παριστούν δύο ποσότητες με ενοποιημένο τρόπο και γι' αυτό χρησιμοποιούνται σε πολλές εφαρμογές. Κάθε μιγαδικός αριθμός μπορεί να αποδοθεί με τρεις διαφορετικούς τρόπους. Ανάλογα με την περίσταση επιλέγεται ο καταλληλότερος από τους τρεις, ώστε να επιλυθεί κάποιο πρόβλημα. Οι μορφές που απαντώνται οι μιγαδικοί είναι η *Καρτεσιανή*, η *πολική* και η *εκθετική* μορφή. Στη συνέχεια, αναλύονται οι μορφές αυτές παρουσιάζοντας τα βασικότερα χαρακτηριστικά τους.

Καρτεσιανή μορφή μιγαδικού αριθμού

Ένας μιγαδικός αριθμός μπορεί να παραστεί ως το άθροισμα ενός πραγματικού και ενός φανταστικού αριθμού και αποδίδεται ως,

$$\mathbf{c} = a + jb\,, \quad a, b \in \mathbb{R} \tag{4}$$

όπου,

$$j = \sqrt{-1} \tag{5}$$

είναι η φανταστική μονάδα. Η Εξ. (5) μπορεί να γραφεί και ως,

$$j^2 = -1 \tag{6}$$

Οι πραγματικοί αριθμοί a και b ανακτώνται από το μιγαδικό αριθμό ως εξής,

$$a = \mathrm{Re}(\mathbf{c}) \tag{7α}$$

$$b = \mathrm{Im}(\mathbf{c}) \tag{7β}$$

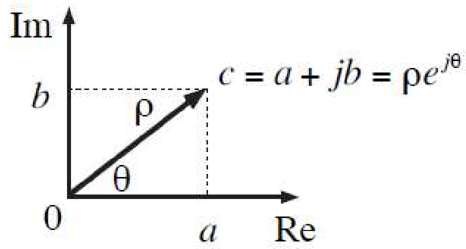
όπου το $\mathrm{Re}(c)$ είναι το **πραγματικό μέρος** (Real) και $\mathrm{Im}(c)$ είναι το **φανταστικό μέρος** (Imaginary) του μιγαδικού αριθμού $\mathbf{c}$.

Η μορφή του μιγαδικού αριθμού που δίνεται από την Εξ. (4) ονομάζεται **ορθογώνια** ή **Καρτεσιανή μορφή**.

Πολική μορφή μιγαδικού αριθμού

Ένας μιγαδικός αριθμός $\mathbf{c}$, βλ. Εξ. (4), μπορεί να παρασταθεί ως ένα σημείο στο μιγαδικό επίπεδο, δηλαδή ένα επίπεδο με τους πραγματικούς αριθμούς στον άξονα χ (τετμημένη) και τους φανταστικούς στον άξονα ψ (τεταγμένη), βλ. Σχ. 1. Στο σημείο αυτό του επιπέδου, μπορούμε να αντιστοιχίσουμε ένα διάνυσμα με μήκος ίσο με ρ

$$\rho = \left\|\mathbf{c}\right\| = \sqrt{a^2 + b^2} \tag{8}$$



Σχήμα 1. Μιγαδικός αριθμός σε ορθογώνια και πολική μορφή.

Η Εξ. (8) δίδει το **μέτρο** του μιγαδικού αριθμού $\mathbf{c}$, $\left\|\mathbf{c}\right\|$. Το διάνυσμα σχηματίζει γωνία με τον πραγματικό άξονα ίση με,

Πολική μορφή μιγαδικού αριθμού

$$\theta = \tan^{-1}\frac{b}{a} \tag{9}$$

Επίσης ισχύουν,

$$a = \rho\cos\theta \tag{10α}$$

$$b = \rho\sin\theta \tag{10β}$$

Ο μιγαδικός αριθμός παρίσταται από το μήκος και τη γωνία του με την περιγραφική σχέση,

$$\mathbf{c} = \rho\measuredangle\theta \tag{11}$$

Η μορφή του μιγαδικού αριθμού που δίδεται από την Εξ. (11) λέγεται **πολική μορφή**, βλ. Σχ. 1. Το μήκος και η γωνία ανακτώνται από το μιγαδικό αριθμό με τις σχέσεις,

$$\rho = \left\|\mathbf{c}\right\| \tag{12α}$$

$$\theta = \arg(\mathbf{c}) \tag{12β}$$

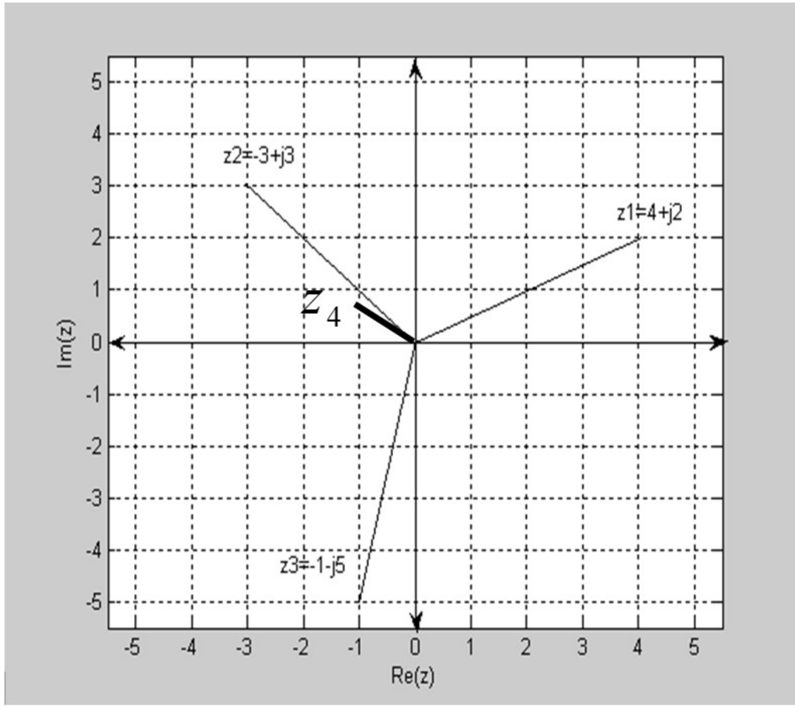
όπου $\arg(\mathbf{c})$ ονομάζεται όρισμα (argument) του μιγαδικού αριθμού $\mathbf{c}$ και είναι η γωνία του διανύσματος με τον πραγματικό άξονα, βλ. Εξ. (9).

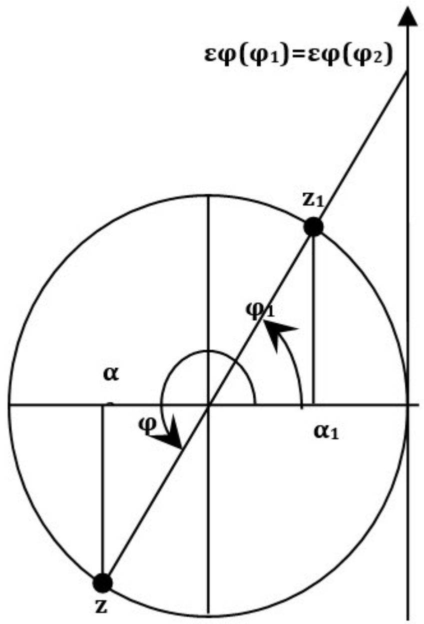
Μιγαδικοί αριθμοί

z=a+jb $\quad z = |z| \cdot e^{-j \cdot \phi} \quad |z| = \sqrt{a^2 + b^2} \quad \phi = \arctan \frac{b}{a}$

Για να βρούμε αν η φάση φ βρίσκεται στο 1ο ή στο 3ο τεταρτημόριο (θετική εφαπτομένη) πρέπει να ελέγξουμε το πρόσημο του α: Αν α>0 τότε η φ βρίσκεται στο πρώτο τεταρτημόριο. Αν α<0 τότε η φ βρίσκεται στο 3ο τεταρτημόριο.

Παράδειγμα: $z_1 = 2\sqrt{5} \cdot e^{j26,6^0} \quad z_2 = 3\sqrt{2} \cdot e^{j135^0} \quad z_3 = \sqrt{26} \cdot e^{j258^0}$





Μιγαδικοί αριθμοί

Το αποτέλεσμα της διαίρεσης δύο μιγαδικών αριθμών (z_3/z_2) είναι ένας μιγαδικός αριθμός (z_4) του οποίου το μέτρο είναι το πηλίκο των μέτρων τους και η φάση του η διαφορά των φάσεων των δύο αριθμών

$$z_4 = \frac{z_3}{z_2} = \frac{-1 - j \cdot 5}{-3 - j \cdot 3} = \frac{\sqrt{26} \cdot e^{j \cdot 258^0}}{\sqrt{18} \cdot e^{j \cdot 135^0}} = \sqrt{\frac{13}{9}} \cdot e^{j \cdot \left(258^0 - 135^0\right)} = \frac{\sqrt{13}}{3} \cdot e^{j \cdot 123}$$

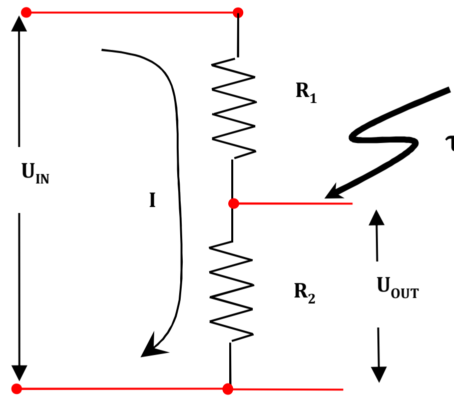
Συζυγείς μιγαδικοί αριθμοί είναι οι μιγαδικοί αριθμοί που έχουν το ίδιο πραγματικό μέρος και αντίθετο φανταστικό. Έστω οι αριθμοί z_1 και z_2 είναι συζυγείς. Τότε:

$$z_1 = z_2^* \Rightarrow a_1 + jb_1 = \left(a_2 + jb_2\right)^* \Rightarrow \begin{cases} a_1 = a_2 \\ b_1 = -b_2 \end{cases} \qquad z_1 = z_2^* \Rightarrow a_1 + jb_1 = a_2 - jb_2$$

Διαιρέτης τάσης και ρεύματος

$$\left.\begin{aligned} U_{OUT} &= I \cdot R_2 \\ U_{IN} &= I \cdot (R_1 + R_2) \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{U_{OUT}}{U_{IN}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$\frac{U_{OUT}}{U_{IN}} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2}$$



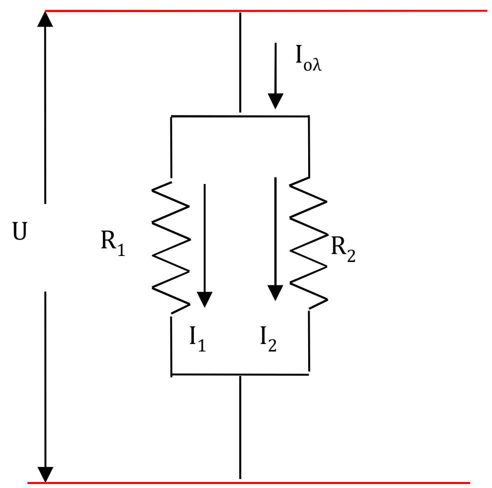
Αυτό το καλώδιο δεν είναι κλάδος του κυκλώματος! Είναι ένα απλό καλώδιο του βολτομέτρου με το οποίο θα λάβουμε την τάση εξόδου. Δεν διαρρέεται από ρεύμα (το βολτόμετρο έχει άπειρη εσωτερική αντίσταση)

$$\left.\begin{aligned} I_1 &= \frac{U}{R_1} \\ I_{o\lambda} &= \frac{U}{R_{o\lambda}} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{I_1}{I_{o\lambda}} = \frac{R_{o\lambda}}{R_1} \quad \text{και} \quad \left.\begin{aligned} I_2 &= \frac{U}{R_2} \\ I_{o\lambda} &= \frac{U}{R_{o\lambda}} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{I_2}{I_{o\lambda}} = \frac{R_{o\lambda}}{R_2}$$

$$\frac{1}{R_{o\lambda}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R_{o\lambda} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

$$\frac{I_1}{I_{o\lambda}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad \text{και} \quad \frac{I_2}{I_{o\lambda}} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$\frac{I_1}{I_{o\lambda}} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2}$$



Ορισμοί και νόμοι Ηλεκτρονικής

$$I = \frac{U}{R}$$ Νόμος του Ohm

$$i(t) = C \cdot \frac{d\upsilon(t)}{dt}$$ Ρεύμα πυκνωτή

$$s=\sigma+j\omega$$

$$F(s) = L\{f(t)\} = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st}dt$$ Μετασχηματισμός Laplace

f(t) Πεδίο Χρόνου	**F(s) Πεδίο Συχνότητας**
$f'(t)$	$sF(s) - f(0)$
$f''(t)$	$s^2F(s) - sf(0) - f'(0)$
$f^{(n)}(t)$	$s^nF(s) - s^{n-1}f(0) - \ldots - f^{(n-1)}(0)$

Εφαρμόζοντας το μετασχηματισμό Laplace στη σχέση του ρεύματος πυκνωτή:

$$I(s) = sCV(s) - CV_0 \Rightarrow V(s) = \frac{I(s)}{sC} + \frac{V_0}{s}$$

όπου I(s)=L{i(t)}, V(s)=L{υ(t)} και $V_0=\upsilon(t)|_{t=0}$.

Ο ορισμός της σύνθετης αντίστασης είναι ο λόγος τάσης προς ρεύμα διατηρώντας την αρχική κατάσταση στο μηδέν $V_0=0$:

$$Z(s) = \frac{1}{C \cdot s}$$

Ορισμοί και νόμοι Ηλεκτρονικής

Ο μοναδικός ορισμός που δώσαμε είναι: $\frac{dx}{dt} \equiv xs \quad \text{και} \quad \int x = \frac{1}{s} x$

όπου ο τελεστής s είναι ένας φανταστικός αριθμός που εμπεριέχει τη συχνότητα: $s = j\omega = j \cdot 2\pi \cdot f$

Άρα, ο πυκνωτής αποτελείται από αντίσταση τιμής: $\frac{U}{I} = \frac{1}{s \cdot C} = \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C}$

Ορίζουμε λοιπόν τη σύνθετη αντίσταση ως ένα μιγαδικό αριθμό: $Z = R + jX$

και καλούμε το R πραγματική αντίσταση και το X χωρητική ή άεργη αντίσταση. Επομένως, ο πυκνωτής έχει σύνθετη αντίσταση:

$$Z_C = \frac{1}{sC} = \frac{1}{j\omega C} = -j\frac{1}{\omega C}$$

Με παρόμοιο τρόπο, προκύπτει η σύνθετη αντίσταση ενός πηνίου: $U = L \cdot \frac{dI}{dt} \Rightarrow U = L \cdot s \cdot I \Rightarrow Z_L = s \cdot L \Rightarrow Z_L = j \cdot \omega \cdot L$

Ορισμοί και νόμοι Ηλεκτρονικής

Παράδειγμα 2.1: Να βρεθεί η σύνθετη αντίσταση ενός πυκνωτή 10 nF σε σειρά με μία αντίσταση 10 Ω, για τις ακόλουθες δύο συχνότητες: 10 KHz και 10 GHz.

Λύση:

$$Z_1 = R - j \cdot \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f_1 \cdot C} = 10 - j \cdot \frac{1}{2 \cdot 3.14 \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-8}} = 10 - j \cdot 159 \ \ \Omega$$

$$Z_2 = R - j \cdot \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f_2 \cdot C} = 10 - j \cdot \frac{1}{2 \cdot 3.14 \cdot 10 \cdot 10^9 \cdot 10 \cdot 10^{-8}} = 10 - j \cdot 1.6 \cdot 10^{-4} \ \ \Omega$$

Δηλαδή, το μέτρο της σύνθετης αντίστασης στην πρώτη περίπτωση είναι

$$|Z_1| = \sqrt{10^2 + 159^2} \approx 160\Omega$$

ενώ στη δεύτερη περίπτωση είναι μόνο

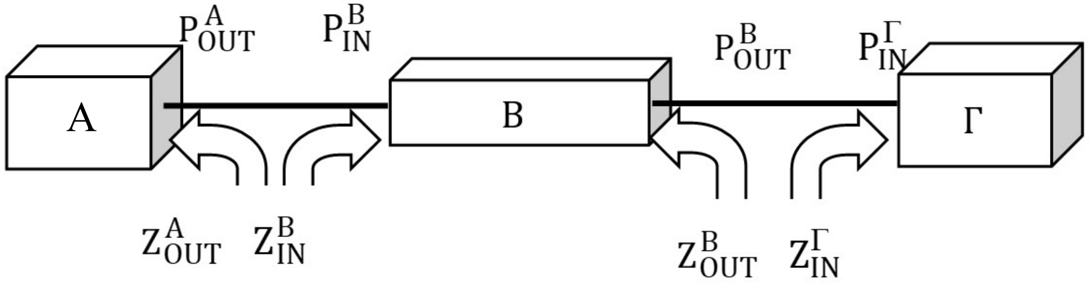
$$|Z_2| = \sqrt{10^2 + 1.59^2 \cdot 10^{-8}} \approx 10\Omega$$

Ο πυκνωτής αυτός είναι «άχρηστος» για τη συχνότητα των 10 GHz!

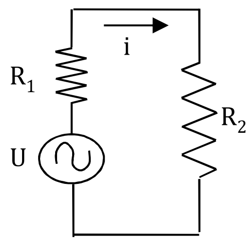
Θεώρημα μέγιστης μεταφοράς ισχύος

Το θεώρημα μέγιστης μεταφοράς ισχύος αποδεικνύει ότι για να μεταδοθεί ένα σήμα από ένα σύστημα Α σε ένα σύστημα Β χωρίς να χαθεί ισχύς, θα πρέπει οι σύνθετες αντιστάσεις τερματισμού (εξόδου για το σύστημα Α και εισόδου για το σύστημα Β) **να είναι συζυγείς**. Δηλαδή:

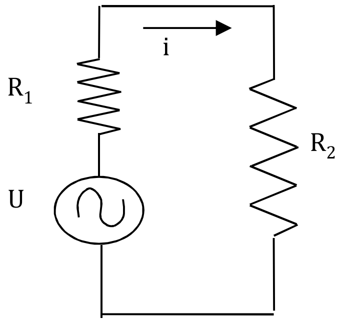
$$Z_{OUT}^{A} = Z_{IN}^{B} \Rightarrow R_{OUT}^{A} + j \cdot X_{OUT}^{A} = R_{IN}^{B} - j \cdot X_{IN}^{B} \Rightarrow \begin{cases} R_{OUT}^{A} = R_{IN}^{B} \\ X_{OUT}^{A} = -X_{IN}^{B} \end{cases}$$



Στην ειδική περίπτωση όπου οι σύνθετες αντιστάσεις είναι μόνο πραγματικές, το θεώρημα γίνεται: **Για μέγιστη μεταφορά ισχύος οι αντιστάσεις πρέπει να είναι ίσες.**



Θεώρημα μέγιστης μεταφοράς ισχύος

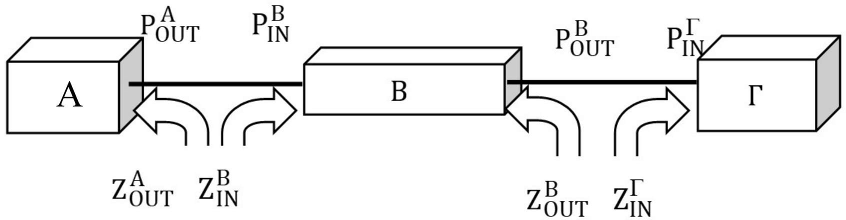


Θεωρούμε μία πηγή με εσωτερική αντίσταση R_1. Η ισχύς που μεταφέρεται από την πηγή σε μία εξωτερική αντίσταση R_2, είναι:

$$P_{R_2} = I^2 \cdot R_2 = \frac{U^2}{(R_1 + R_2)^2} \cdot R_2$$

Η ισχύς αυτή γίνεται μέγιστη όταν η πρώτη παράγωγος ως προς R_2 μηδενιστεί:

$$\frac{dP}{dR_2} = 0 \Rightarrow \frac{U^2 \cdot \left[(R_1 + R_2)^2 - 2 \cdot (R_1 + R_2) \cdot R_2\right]}{(R_1 + R_2)^4} = 0 \Rightarrow R_1 + R_2 - 2R_2 = 0 \Rightarrow R_1 = R_2$$



Έστω για παράδειγμα ότι θέλουμε να μεταφέρουμε ένα σήμα από έναν ενισχυτή σε ένα ηχείο. Στο παραπάνω σχήμα, ας παίξει το ρόλο του ενισχυτή το σύστημα A, το ρόλο του καλωδίου το σύστημα B και το ρόλο του ηχείου το σύστημα Γ. Θα χρησιμοποιήσουμε ένα καλώδιο του οποίου οι σύνθετες αντιστάσεις εισόδου και εξόδου θα πρέπει να «ταιριάζουν» με τις σύνθετες αντιστάσεις εξόδου του ενισχυτή και εισόδου του ηχείου αντίστοιχα, ώστε να υπάρχει μέγιστη μεταφορά ισχύος.

Θεώρημα μέγιστης μεταφοράς ισχύος

Παράδειγμα: Έστω σύστημα Α το οποίο έχει τερματική αντίσταση $Z_A = 500 - j \cdot 6.28 \cdot 10^{-3}$ για συχνότητα f=1KHz, το οποίο συνδέεται σε σειρά με ένα σύστημα Β. Να βρεθούν τα στοιχεία που αποτελούν τη σύνθετη αντίσταση τερματισμού εισόδου του συστήματος Β, έτσι ώστε να μην χάνεται ισχύς κατά τη μεταφορά από το σύστημα Α στο σύστημα Β.

Λύση: Η σύνθετη αντίσταση εισόδου του συστήματος Β πρέπει να είναι $Z_B = 500 + j \cdot 6.28 \cdot 10^{-3}$

Επομένως, αποτελείται από έναν αντιστάτη τιμής 500 Ω και ένα πηνίο σε σειρά (λόγω του θετικού προσήμου). Το πηνίο θα έχει εμπέδηση $X = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L = 6.28 \cdot 10^{-3}$

Για τη συχνότητα 1KHz, η τιμή της αυτεπαγωγής προκύπτει να είναι $L = \dfrac{6.28 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 3.14 \cdot 10^{3}} = 1\mu F$

Κρίσιμη συχνότητα αποκοπής

Ως κρίσιμη συχνότητα αποκοπής ορίζουμε τη συχνότητα όπου το σήμα χάνει τη μισή του ισχύ.

Συγκεκριμένα, για ένα κύκλωμα, κρίσιμη συχνότητα αποκοπής είναι η συχνότητα όπου:

$$P_{OUT}^{B} = \tfrac{1}{2} \cdot P_{IN}^{B}$$

$$\frac{P_{OUT}}{P_{IN}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\frac{U_{OUT}^2}{Z_{OUT}}}{\frac{U_{IN}^2}{Z_{IN}}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \left(\frac{U_{OUT}}{U_{IN}}\right)^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{U_{OUT}}{U_{IN}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

όπου θεωρήσαμε ότι $Z_{IN}=Z_{OUT}$, βασιζόμενοι στο γεγονός ότι οι σύνθετες αντιστάσεις εισόδου και εξόδου είναι πραγματικές και το θεώρημα μέγιστης μεταφοράς ισχύος είναι σε ισχύ. Μαθηματικά αποδείχθηκε ότι **κρίσιμη συχνότητα αποκοπής είναι η συχνότητα όπου η τάση του σήματος εξόδου είναι το 70,7% της τάσης του σήματος εισόδου.**

Άλλος ορισμός: **Κρίσιμη συχνότητα αποκοπής είναι η συχνότητα όπου το σήμα χάνει 3 dB.**

Ορισμός deciBel

Το deciBel (dB) είναι σχετική μονάδα μέτρησης πολύ μεγάλων ή πολύ μικρών μεγεθών συγκριτικά με ένα μέγεθος αναφοράς ή ακόμα και μεταξύ τους.

Στην ηλεκτρονική, ο όρος dB συνηθίζεται να χρησιμοποιείται ως σχετική μονάδα μέτρησης ισχύος, τάσης ή έντασης ρεύματος. Η ισχύς P εκφράζεται σε dB με τη βοήθεια της σχέσης:

$$L(dB) = 10 \cdot \log \frac{P}{P_0}$$

όπου P_0 είναι είναι μια συγκεκριμένη ισχύς αναφοράς. Δεδομένων των σχέσεων που συνδέουν την ισχύ με την ένταση του ρεύματος και την τάση:

$$P = U \cdot I = \frac{U^2}{R} = I^2 \cdot R$$

η σχέση γίνεται:

$$L(dB) = 10 \cdot \log \frac{P}{P_0} = 10 \cdot \log \frac{U^2/R}{U_o^2/R_o} \xrightarrow{\text{θεώρημα MMI } (R=Ro)} = 10 \cdot \log \left(\frac{U}{U_0} \right)^2 = 20 \cdot \log \frac{U}{U_0}$$

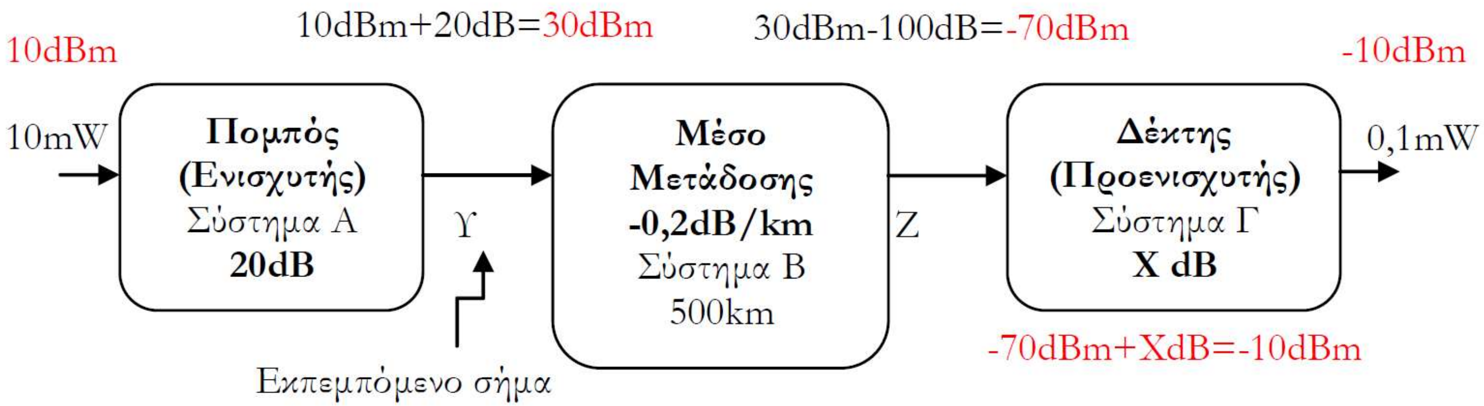
και $$L(dB) = 20 \cdot \log \frac{I}{I_0}$$

Ορισμός deciBel

Άλλες μονάδες μέτρησης που χρησιμοποιούνται στην ηλεκτρονική και στις τηλεπικοινωνίες είναι το dBm και το dBW για τους λόγους που θα φανούν στο ακόλουθο παράδειγμα.

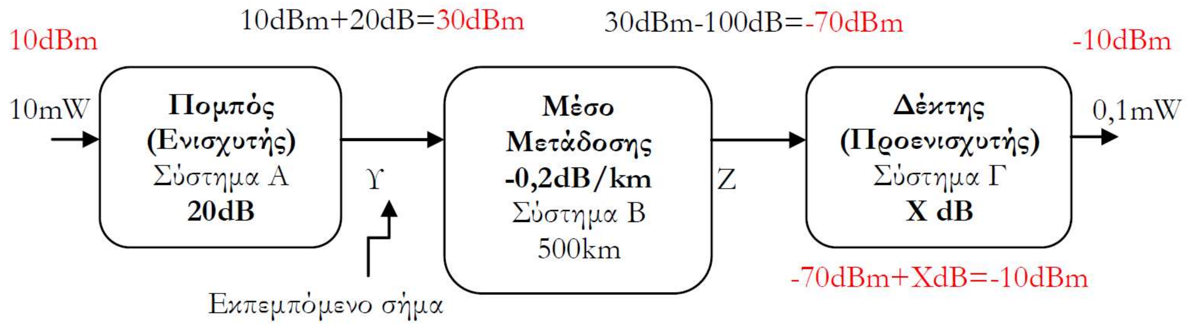
$$P(\mathrm{dBm}) = 10 \cdot \log \frac{P(\mathrm{mW})}{1\mathrm{mW}} \qquad P(\mathrm{dBW}) = 10 \cdot \log \frac{P(\mathrm{W})}{1\mathrm{W}}$$

Παράδειγμα: Ένας πομπός εκπέμπει σήμα 10mW αφού το ενισχύσει με τη βοήθεια ενός ενισχυτή (σύστημα Α) κατά 20dB. Αν οι απώλειες του μέσου διάδοσης (σύστημα Β) είναι 0.2dB/Km και μεταδίδουμε το σήμα σε απόσταση 500 Km, να βρεθεί το κέρδος που πρέπει να έχει ο προενισχυτής στο δέκτη (σύστημα Γ) ώστε το λαμβανόμενο σήμα να έχει ισχύ τουλάχιστον 0.1 mW.



$$20 = 10\log\left(\frac{Y}{10\mathrm{mW}}\right) \qquad -100 = 10\log\left(\frac{Z}{Y}\right) \qquad X = 10\log\left(\frac{0{,}1\mathrm{mW}}{Z}\right)$$

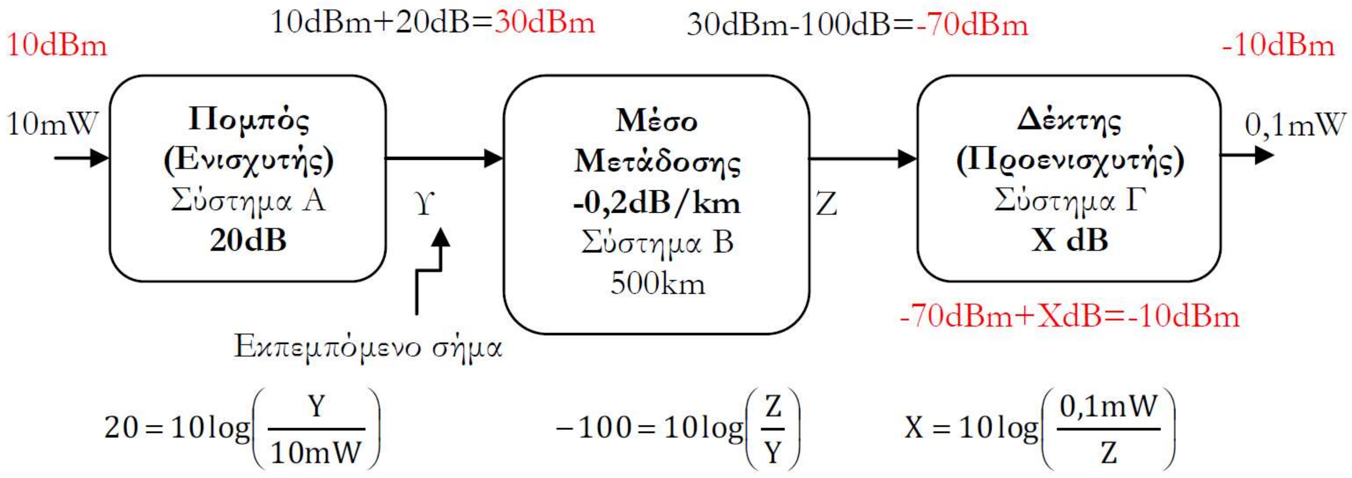
Ορισμός deciBel



$$20 = 10\log\left(\frac{Y}{10\text{mW}}\right) \qquad -100 = 10\log\left(\frac{Z}{Y}\right) \qquad X = 10\log\left(\frac{0{,}1\text{mW}}{Z}\right)$$

Λύση Α: Το μέσο μετάδοσης (σύστημα Β) έχει συνολικές απώλειες 100 dB (0,2*500). Το αρχικό σήμα έχει ισχύ 10 mW και με την ενίσχυση του συστήματος Α (100πλασιασμός) το εκπεμπόμενο σήμα έχει ισχύ Υ=1W διότι $20 = 10\log\left(\frac{Y}{10\text{mW}}\right)$ (ή $30\text{dBm} = 10\log\left(\frac{1000\text{mW}}{1\text{mW}}\right)$). Το 1W γίνεται 100dB=$10^{10}$ φορές μικρότερο, δηλαδή 0,1nW, όταν φτάνει στο δέκτη: $-100 = 10\log\left(\frac{Z}{1000\text{mW}}\right)$. Αυτό το σήμα εισέρχεται στο σύστημα Γ στο οποίο ενισχύεται και πρέπει η ισχύς στην έξοδο του Γ να είναι πάνω από 0.1 mW. Επομένως, ο ενισχυτής Γ θα πρέπει να έχει κέρδος τουλάχιστον $X = 10\log\left(\frac{0{,}1\text{mW}}{0{,}1\text{nW}}\right)$ =60 dB.

Ορισμός deciBel



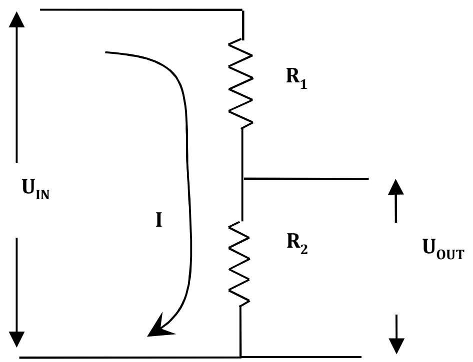
Λύση Β: Παρατηρούμε τα dBm και τα dB προστίθενται και αφαιρούνται. Το μόνο που έχουμε να κάνουμε είναι να μετατρέψουμε τα 10mW και τα 0,1mW σε dBm που είναι αντίστοιχα 10dBm για το αρχικό σήμα και -10dBm για το λαμβανόμενο.

10dBm+20dB-100dB+X=-10dBm. Επομένως X=60dB.

Συνάρτηση μεταφοράς

Συνάρτηση μεταφοράς γενικά είναι η σχέση που μας δίνει την απόκριση ενός συστήματος με δεδομένη διέγερση. Ως συνάρτηση μεταφοράς σε ένα ηλεκτρονικό κύκλωμα ορίζουμε το **λόγο της τάσης εξόδου προς την τάση εισόδου**. Αυτός ο λόγος συνήθως είναι μιγαδικός αριθμός (για λόγους που αναπτύχθηκαν και θα φανούν στη συνέχεια), ο οποίος προφανώς έχει μέτρο και φάση.

$$H(s) = \frac{U_{OUT}(s)}{U_{IN}(s)} = \alpha + j\beta = |H(s)| \cdot e^{j\phi}$$



Παράδειγμα: Να βρεθεί η συνάρτηση μεταφοράς του απλού διαιρέτη τάσης.

$$\left.\begin{array}{l} U_{OUT} = I \cdot R_2 \\ U_{IN} = I \cdot (R_1 + R_2) \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{U_{OUT}}{U_{IN}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Στη γενικότερη περίπτωση που στη θέση της αντίστασης R_1 τοποθετήσουμε σύνθετη αντίσταση Z_1 και στη θέση της R_2 σύνθετη αντίσταση Z_2 (όπως φαίνεται στο σχήμα), τότε η συνάρτηση μεταφοράς είναι μιγαδικός αριθμός:

$$\frac{U_{OUT}}{U_{IN}} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2}$$