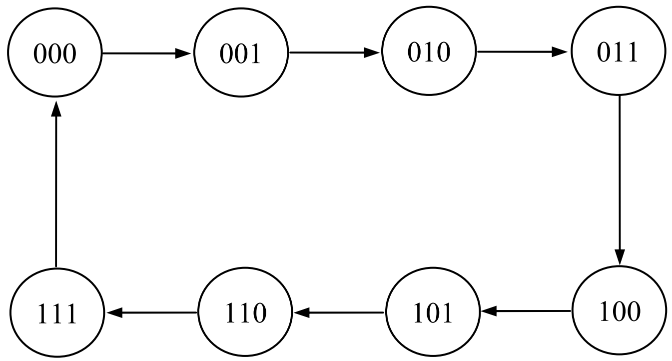
Σύγχρονοι απαριθμητές



Διάγραμμα καταστάσεων ενός σύγχρονου δυαδικού απαριθμητή 3 bits.

Πίνακας διέγερσης σύγχρονου δυαδικού απαριθμητή 3 bits

Παρούσα κατάσταση			Επόμενη κατάσταση			Είσοδος flip-flop		
A_2	A_1	A_0	A_2	A_1	A_0	TA_2	TA_1	TA_0
0	0	0	0	0	1	0	0	1
0	0	1	0	1	0	0	1	1
0	1	0	0	1	1	0	0	1
0	1	1	1	0	0	1	1	1
1	0	0	1	0	1	0	0	1
1	0	1	1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	1	1	0	1	1
1	1	1	0	0	0	1	1	1

A_2 \ A_1A_0	00	01	11	10
0			1	
1			1	

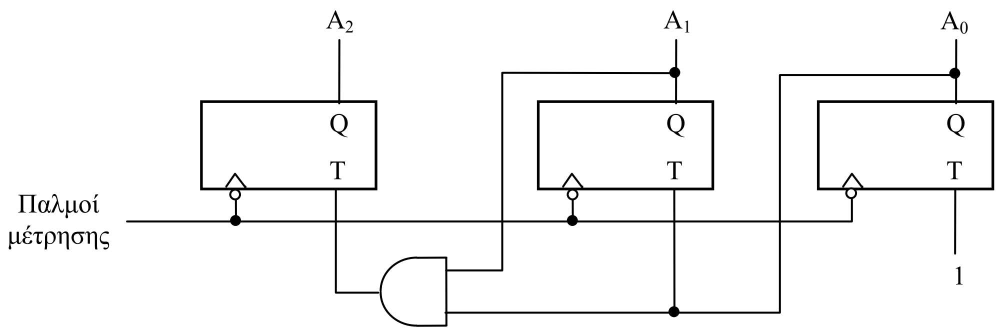
$TA_2 = A_1A_0$

A_2 \ A_1A_0	00	01	11	10
0		1	1	
1		1	1	

$TA_1 = A_0$

A_2 \ A_1A_0	00	01	11	10
0		1	1	
1		1	1	

$TA_0 = 1$



-

Σύγχρονος δυαδικός απαριθμητής 5 bits

Εναλλαγή του : Q_0 με κάθε παλμό	$\rightarrow T_0 = 1$
Q_1 μόνον όταν $Q_0 = 1$	$\rightarrow T_1 = Q_0$
Q_2 μόνον όταν $Q_0 = Q_1 = 1$	$\rightarrow T_2 = Q_0Q_1$
Q_3 μόνον όταν $Q_0 = Q_1 = Q_2 = 1$	$\rightarrow T_3 = Q_0Q_1Q_2$
Q_4 μόνον όταν $Q_0 = Q_1 = Q_2 = Q_3 = 1$	$\rightarrow T_4 = Q_0Q_1Q_2Q_3$

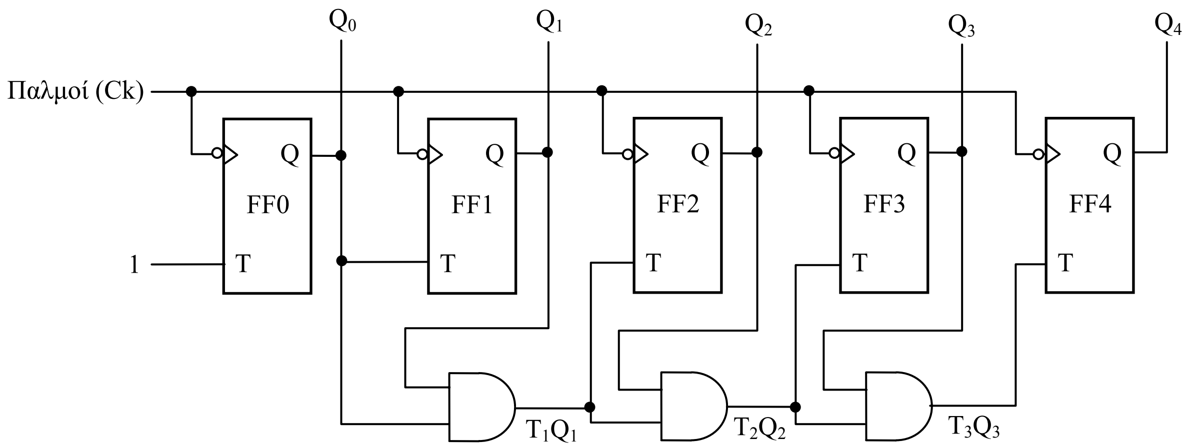
Άρα συμπεραίνουμε ότι: $T_0 = 1$

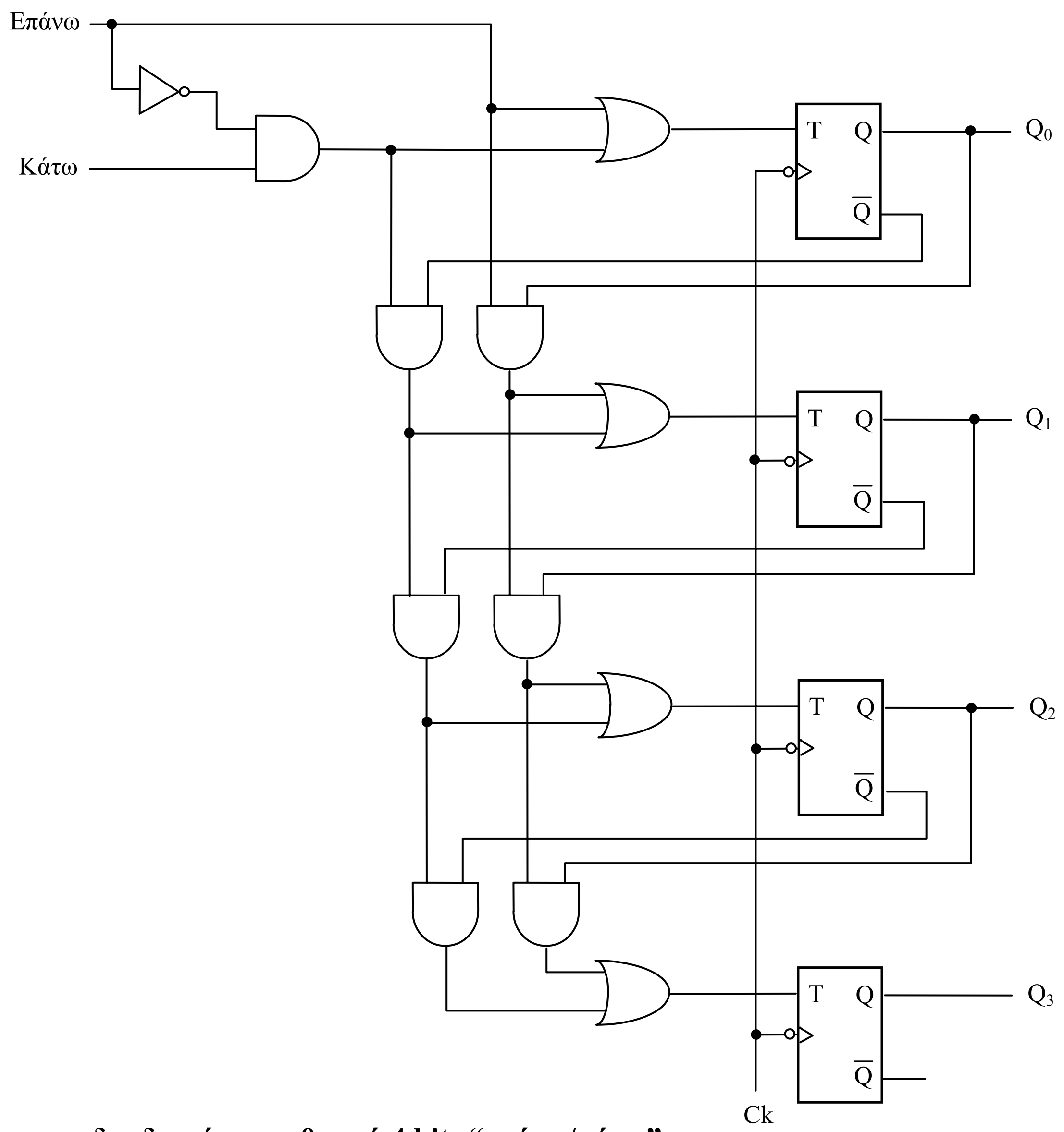
$T_1 = Q_0$

$T_2 = Q_1T_1$

$T_3 = Q_2T_2$

$T_4 = Q_3T_3$



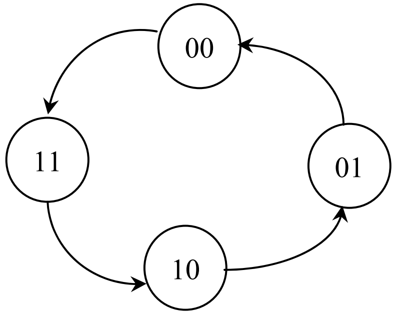


Λογικό διάγραμμα του δυαδικού απαριθμητή 4 bits “επάνω/κάτω”.

-

Παράδειγμα

Να σχεδιαστεί απαριθμητής με μη δυαδική ακολουθία μέτρησης η οποία περιγράφεται στο ακόλουθο διάγραμμα καταστάσεων. Να χρησιμοποιηθούν flip-flop τύπου T.



Λύση

Κατασκευάζουμε τον πίνακα διέγερσης του σύγχρονου απαριθμητή 2 bits τον οποίο θα χρησιμοποιήσουμε.

Πίνακας διέγερσης σύγχρονου δυαδικού απαριθμητή 2 bits

Παρούσα κατάσταση		Επόμενη κατάσταση		Είσοδος flip-flop	
A_1	A_0	A_1	A_0	TA_1	TA_0
0	0	1	1	1	1
1	1	1	0	0	1
1	0	0	1	1	1
0	1	0	0	0	1

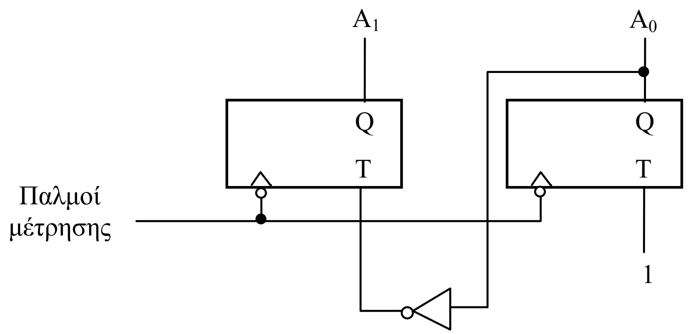
Τις συναρτήσεις εισόδου των flip-flops, που τις παίρνουμε από τον πίνακα διέγερσης, τις απλοποιούμε με τους παρακάτω χάρτες Karnaugh. Κάτω από κάθε χάρτη έχουμε γράψει την αντίστοιχη απλοποιημένη συνάρτηση Boole. Αυτές οι συναρτήσεις περιγράφουν το συνδυαστικό κομμάτι του κυκλώματος και βάζοντας αυτό μαζί με τα δύο flip-flops, παίρνουμε το λογικό διάγραμμα του απαριθμητή που φαίνεται παρακάτω.

$A_1 \backslash A_0$	0	1
0	1	
1	1	

$TA_1 = \overline{A_0}$

$A_2 \backslash A_1A_0$	00	01
0	1	1
1	1	1

$TA_0 = 1$



Το λογικό διάγραμμα του δυαδικού απαριθμητή 3 bits.

-

Παράδειγμα

Να σχεδιαστεί απαριθμητής με μη δυαδική ακολουθία μέτρησης η οποία περιγράφεται στον πιο κάτω πίνακα.

Παρούσα κατάσταση			Επόμενη κατάσταση		
A	B	C	A	B	C
0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	1	0
0	1	0	1	0	0
1	0	0	1	0	1
1	0	1	1	1	0
1	1	0	0	0	0

Λύση

Ένας απαριθμητής με *n* flip-flops μπορεί να έχει και ακολουθία μέτρησης με λιγότερες από 2^n καταστάσεις. Έτσι, ένας απαριθμητής BCD ακολουθεί τη δυαδική σειρά από 0000 ως 1001 και μετά επιστρέφει στην 0000 και ξαναρχίζει. Άλλοι απαριθμητές μπορεί να ακολουθήσουν κάποια αυθαίρετη σειρά η οποία πιθανόν να μην είναι η απλή δυαδική σειρά. Σε τούτο το παράδειγμα θα μελετήσουμε το σχεδιασμό ενός τέτοιου απαριθμητή. Σε όλες τις περιπτώσεις η διαδικασία σχεδιασμού είναι η ίδια: Ο πίνακας καταστάσεων εξάγεται από την ακολουθία μέτρησης και ο απαριθμητής σχεδιάζεται με τη βοήθεια των πινάκων αληθείας των flip-flops. Στο δοσμένο παράδειγμα, ο απαριθμητής έχει μία επαναλαμβανόμενη ακολουθία έξι καταστάσεων. Σ’ αυτή την ακολουθία, τα flip-flops B και C επαναλαμβάνουν τη μέτρηση 00, 01, 10, ενώ το flip-flop A εναλλάσσεται μεταξύ του 0 και του 1 κάθε τρεις μετρήσεις. Η σειρά μέτρησης των ABC δεν είναι η απλή δυαδική, και υπάρχουν δύο αχρησιμοποίητες καταστάσεις - οι 011 και 111. Επιλέγουμε flip-flops τύπου J-K και στη συνέχεια φτιάχνουμε τον πίνακα διέγερσης που φαίνεται στον επόμενο πίνακα.

Παρούσα κατάσταση			Επόμενη κατάσταση			Είσοδοι flip-flop					
A	B	C	A	B	C	JA	KA	JB	KB	JC	KC
0	0	0	0	0	1	0	X	0	X	1	X
0	0	1	0	1	0	0	X	1	X	X	1
0	1	0	1	0	0	1	X	X	1	0	X
1	0	0	1	0	1	X	0	0	X	1	X
1	0	1	1	1	0	X	0	1	X	X	1
1	1	0	0	0	0	X	1	X	1	0	X

Ο πίνακας διέγερσης ενός flip-flop βρίσκεται από τον πίνακα αληθείας. Ως γνωστόν, ο πίνακας αληθείας καθορίζει την επόμενη κατάσταση, όταν ξέρουμε την παρούσα και τις εισόδους. Κατά το σχεδιασμό κυκλωμάτων, όμως, συνήθως ξέρουμε τη μετάβαση από την παρούσα στην επόμενη κατάσταση και θέλουμε να βρούμε τις συνθήκες εισόδου του flip-flop που θα την πραγματοποιήσουν. Για το σκοπό αυτό χρειαζόμαστε έναν πίνακα που να δίνει τις απαιτούμενες εισόδους για ορισμένη αλλαγή της κατάστασης. Ο πίνακας αυτός λέγεται “πίνακας διέγερσης” (excitation table). Στον πίνακα διέγερσης, το σύμβολο X παριστάνει έναν αδιάφορο όρο, δηλαδή δεν πειράζει αν η αντίστοιχη είσοδος είναι 1 ή 0. Ο πίνακας διέγερσης του flip-flop J-K είναι ως ακολούθως:

Q_n	Q_{n+1}	J	K
0	0	0	X
0	1	1	X
1	0	X	1
1	1	X	0

Στο παράδειγμά μας, οι είσοδοι KB και KC έχουν μόνο 1 και *X* στις στήλες τους, κι έτσι αυτές θα τις κρατούμε συνεχώς στο 1. Τις υπόλοιπες συναρτήσεις εισόδου των flip-flops μπορούμε να τις απλοποιήσουμε, μη ξεχνώντας και ότι οι ελαχιστόροι 3 και 7 είναι αδιάφοροι όροι. Οι απλοποιημένες συναρτήσεις είναι:

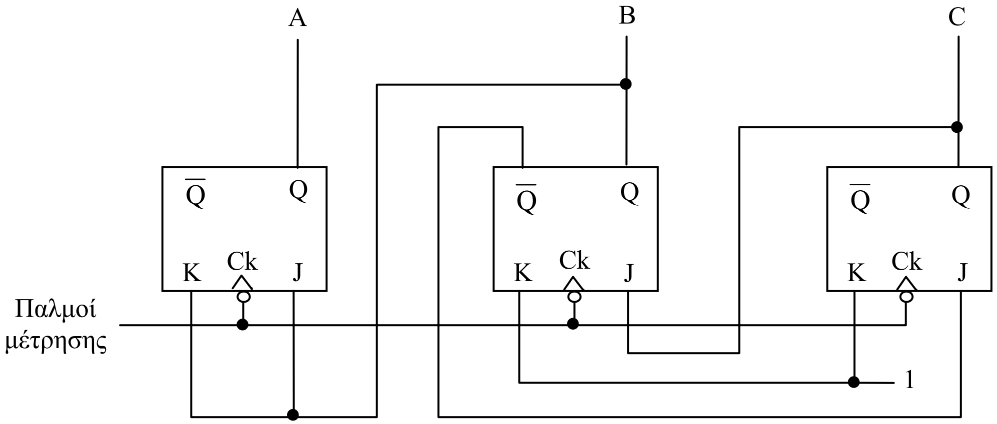
$$JA = B \qquad KA = B$$

$$JB = C \qquad KB = 1$$

$$JC = \overline{B} \qquad KC = 1$$

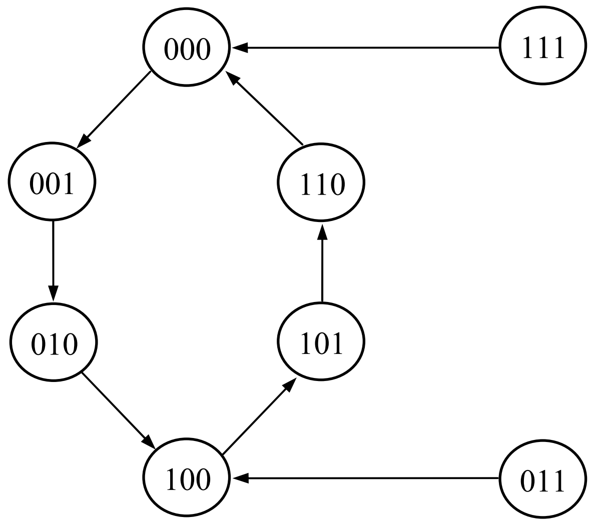
-

Κατά συνέπεια, το λογικό διάγραμμα του απαριθμητή είναι όπως φαίνεται στο σχήμα. Αφού υπάρχουν δύο αχρησιμοποίητες καταστάσεις, αναλύουμε το κύκλωμα για να βρούμε τις συνέπειές τους. Αν το κύκλωμα βρεθεί από ένα λάθος σήμα στην κατάσταση 011, τότε πηγαίνει στην κατάσταση 100 μετά την εφαρμογή ενός παλμού ρολογιού. Αυτό προκύπτει από την παρατήρηση ότι, ενώ το κύκλωμα είναι στην παρούσα κατάσταση 011, οι έξοδοι των flip-flops είναι A = 0, B = 1 και C = 1. Από τις συναρτήσεις εισόδου των flip-flops έχουμε: JA = KA = 1, JB = KB = 1, JC = 0 και KC = 1. Έτσι, το flip-flop A συμπληρώνεται και γίνεται 1. Ομοίως, το B συμπληρώνεται και γίνεται 0. Το flip-flop C επαναφέρεται στο 0, διότι KC = 1. Αυτά έχουν ως αποτέλεσμα η επόμενη κατάσταση να είναι 100. Με όμοιο τρόπο, βρίσκουμε ότι η επόμενη κατάσταση της 111 είναι η 000.



Κυκλωματικό διάγραμμα απαριθμητή με μη δυαδική ακολουθία.

Το σχήμα στα δεξιά δείχνει το πλήρες διάγραμμα καταστάσεων. Αν το κύκλωμα βρεθεί ποτέ σε μία από τις αχρησιμοποίητες καταστάσεις, ο αμέσως επόμενος παλμός μέτρησης θα το φέρει σε μια από τις έγκυρες καταστάσεις του, από όπου και θα συνεχίσει κανονικά να μετράει. Άρα, αυτός ο απαριθμητής έχει αυτόματη διόρθωση, δηλαδή, από οποιαδήποτε κατάσταση κι αν ξεκινήσει, έστω και αν αυτή είναι αχρησιμοποίητη, θα φτάσει τελικά στη σωστή ακολουθία μετρήσεων.

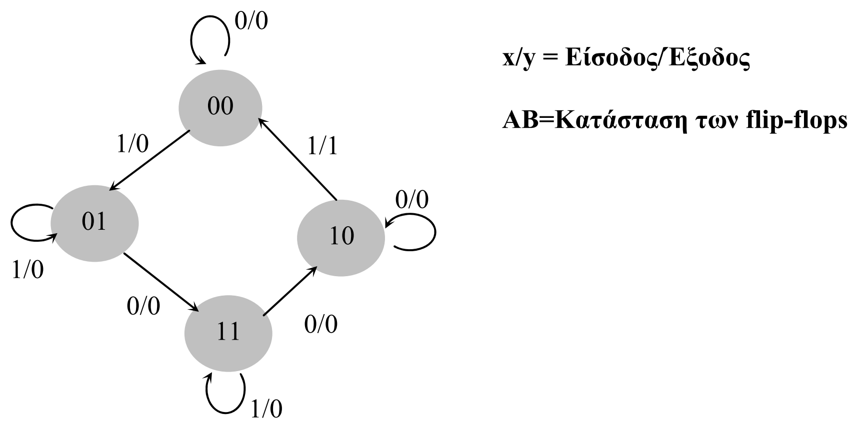


Μέθοδοι σχεδίασης σύγχρονων ακολουθιακών κυκλωμάτων

Διάγραμμα καταστάσεων (state diagram)

Στα διαγράμματα καταστάσεων τις διαφορετικές καταστάσεις των flip-flops τις παριστάνουμε με κύκλους. Στην προκειμένη περίπτωση έχουμε δύο flip-flops με εξόδους Q. Για το πρώτο flip-flop Q=A και για το δεύτερο flip-flop Q=B. Τις μεταβάσεις από μία κατάσταση σε άλλη τις παριστάνουμε με βέλη που συνδέουν τους κύκλους. Μέσα σε κάθε κύκλο γράφουμε το δυαδικό αριθμό της κατάστασης την οποία παριστάνει αυτός (AB). Τα βέλη δείχνουν την επόμενη κατάσταση και έχουν πάνω τους δύο αριθμούς (x/y) που χωρίζονται μεταξύ τους με μία κάθετη. Ο πρώτος αριθμός (x) είναι η τιμή των εισόδων που προκαλεί αυτή τη μετάβαση καταστάσεων. Ο δεύτερος αριθμός (y) δίνει την τιμή των εξόδων κατά τη διάρκεια της παρούσας κατάστασης και για την τιμή των εισόδων που αντιστοιχεί στο ίδιο βέλος.

Για παράδειγμα, έστω το διάγραμμα καταστάσεων του σχήματος. Όταν το ακολουθιακό κύκλωμα βρίσκεται στην κατάσταση 01 [A(t)B(t)] και όταν η είσοδός του είναι 0 (x), τότε η επόμενη κατάσταση στην οποία θα μεταβεί το κύκλωμα με τον επόμενο παλμό ρολογιού, θα είναι η κατάσταση 11 [A(t+1)B(t+1)] και η έξοδός του θα είναι 0 (y). Όταν η είσοδός του είναι 1 (x) τότε η επόμενη κατάσταση [A(t+1)B(t+1)] στην οποία θα μεταβεί το κύκλωμα με τον επόμενο παλμό ρολογιού, θα είναι η κατάσταση 01 και η έξοδός του θα είναι 0 (y).



Διάγραμμα καταστάσεων σύγχρονου ακολουθιακού κυκλώματος προς σχεδίαση.

-

Πίνακας καταστάσεων (state table)

Τις ίδιες ακριβώς πληροφορίες μας δίνει και ο πίνακας καταστάσεων (state table). Ένας πίνακας καταστάσεων αποτελείται από 3 μέρη: Παρούσα κατάσταση, Επόμενη κατάσταση και Έξοδος. Η Παρούσα κατάσταση είναι η κατάσταση των flip-flops πριν από έναν ορισμένο παλμό ρολογιού. Η επόμενη κατάσταση είναι οι καταστάσεις των flip-flops που θα προκύψουν αμέσως μετά την πυροδότηση. Στο μέρος Έξοδος, δίνονται οι τιμές των μεταβλητών εξόδου στη διάρκεια της παρούσας κατάστασης. Τόσο η Επόμενη κατάσταση όσο και η Έξοδος έχουν δύο στήλες, μία για x=0 και μία για x=1, αφού και οι δύο τους είναι συναρτήσεις και της τιμής της εισόδου κατά τη διάρκεια της παρούσας κατάστασης.

Ο πίνακας καταστάσεων οποιουδήποτε ακολουθιακού κυκλώματος με *m* flip-flops και n εισόδους θα έχει 2^m γραμμές – μία για κάθε κατάσταση. Τα μέρη της επόμενης κατάστασης και των εξόδων θα έχουν 2^n στήλες το καθένα – μία για κάθε συνδυασμό εισόδων.

Παρούσα Κατάσταση	**Επόμενη Κατάσταση A(t+1)B(t+1)**		**Έξοδος Y**	
	x=0	x=1	x=0	x=1
A(t)B(t)	A(t+1)B(t+1)	A(t+1)B(t+1)	y	Y
0 0	0 0	0 1	0	0
0 1	1 1	0 1	0	0
1 0	1 0	0 0	0	1
1 1	1 0	1 1	0	0

Πίνακας καταστάσεων του σύγχρονου ακολουθιακού κυκλώματος προς σχεδίαση.

Παρατηρούμε ότι όταν x=0 από την κατάσταση AB=01 μεταβαίνουμε στην κατάσταση AB=11 και τότε η έξοδος είναι 0. Αυτό ακριβώς φαίνεται και από το διάγραμμα καταστάσεων.

Εξισώσεις καταστάσεων (state equations)

Η εξίσωση καταστάσεων είναι μία αλγεβρική έκφραση που καθορίζει τις συνθήκες μεταβολής κατάστασης ενός flip-flop. Το αριστερό μέρος της εξίσωσης είναι η επόμενη κατάσταση του flip-flop και το δεξιό μέρος δίνει αυτή την κατάσταση σαν συνάρτηση της παρούσας κατάστασης και των εισόδων. Οι εξισώσεις καταστάσεων προκύπτουν από τον πίνακα καταστάσεων. Για παράδειγμα για την επόμενη κατάσταση του A, παρατηρούμε ότι το A γίνεται 1 στις ακόλουθες 4 περιπτώσεις. Αν x=0 και η παρούσα κατάσταση των flip-flops είναι 01 ή 10 ή 11 και αν x=1 και η παρούσα κατάσταση των flip-flops είναι 11. Επομένως

$$A(t+1) = \overline{A} \cdot B \cdot \overline{x} + A \cdot \overline{B} \cdot \overline{x} + A \cdot B \cdot \overline{x} + A \cdot B \cdot x$$

Χρησιμοποιώντας το χάρτη Karnaugh

A \ Bx	00	01	11	10
0				1
1	1		1	1

Χάρτης Karnaugh για απλοποίηση της συνάρτησης A(t+1) που φαίνεται από την τρίτη και πέμπτη στήλη του παραπάνω πίνακα καταστάσεων.

$$A(t+1) = B \cdot \overline{x} + A \cdot B + A \cdot \overline{x} = B \cdot \overline{x} + A \cdot \left(B + \overline{x}\right) = B \cdot \overline{x} + A \cdot \overline{\left(\overline{B} \cdot x\right)}$$

Ορίζουμε

$$S = B \cdot \overline{x}$$

και

-

$$R = \overline{B} \cdot x\,,$$

οπότε έχουμε:

$$A(t+1) = S + \overline{R} \cdot A$$

η οποία είναι η χαρακτηριστική εξίσωση του flip-flop A τύπου RS.

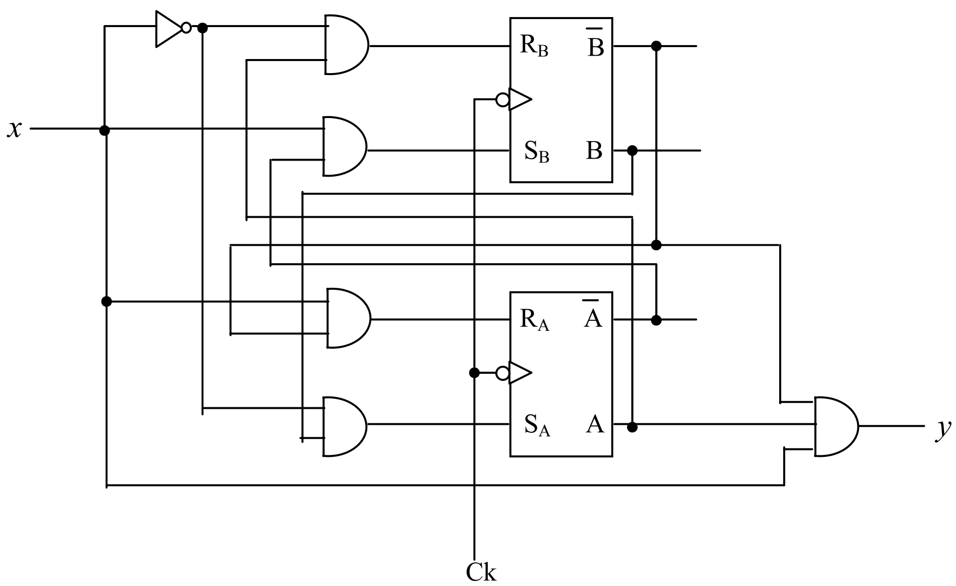
Ομοίως για την επόμενη κατάσταση B του δεύτερου flip-flop, μετά την εξαγωγή της εξίσωσης και την απλοποίησή της με τη βοήθεια του χάρτη Karnaugh, θα ισχύει

$$B(t+1) = \overline{A} \cdot x + B \cdot \overline{\left(A \cdot \overline{x}\right)}$$

και

$$y(t+1) = A \cdot B \cdot x$$

Το λογικό διάγραμμα θα είναι όπως στο σχήμα



Παραδείγματα Σχεδίασης Σύγχρονων Ακολουθιακών Κυκλωμάτων

Παράδειγμα 1

Έστω ότι θέλουμε να σχεδιάσουμε ένα ακολουθιακό κύκλωμα το οποίο:

Α) Από την κατάσταση 00 να μεταβαίνει

α) Στην κατάσταση 10 όταν η είσοδος είναι 1 και τότε η έξοδός του να είναι ο δεκαδικός αριθμός 0.

β) Στην κατάσταση 11 όταν η είσοδος είναι 0 και τότε η έξοδος να είναι ο δεκαδικός αριθμός 0.

Β) Από την κατάσταση 11 να μεταβαίνει στην κατάσταση 10 ανεξάρτητα της εισόδου και τότε η έξοδός του να είναι ο δεκαδικός αριθμός 1.

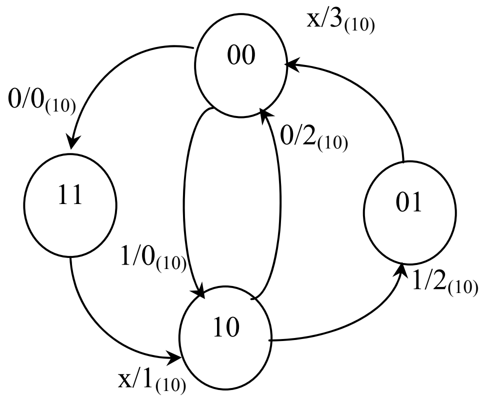
Γ) Από την κατάσταση 10 να μεταβαίνει

α) Στην κατάσταση 00 όταν η είσοδος είναι 0 και τότε η έξοδός του να είναι ο δεκαδικός αριθμός 2.

β) Στην κατάσταση 01 όταν η είσοδος είναι 1 και τότε η έξοδος να είναι ο δεκαδικός αριθμός 2.

Δ) Από την κατάσταση 01 να μεταβαίνει στην κατάσταση 00 ανεξάρτητα της εισόδου και τότε η έξοδός του να είναι ο δεκαδικός αριθμός 3.

Το διάγραμμα καταστάσεων του ακολουθιακού κυκλώματος παρουσιάζεται στο επόμενο σχήμα.



Διάγραμμα καταστάσεων.

-

<u>Πρώτος τρόπος επίλυσης</u>

Σύμφωνα με τα προηγούμενα, ο πίνακας καταστάσεων του ακολουθιακού κυκλώματος είναι αυτός που παρουσιάζεται παρακάτω.

Παρούσα Κατάσταση	Επόμενη Κατάσταση **A(t+1)B(t+1)**		Έξοδος **Y**	
	x=0	**x=1**	**x=0**	**x=1**
A(t)B(t)	**A(t+1)B(t+1)**	**A(t+1)B(t+1)**	$\mathbf{y_1y_0}$	$\mathbf{y_1y_0}$
0 0	1 1	1 0	0 0	0 0
0 1	0 0	0 0	1 1	1 1
1 0	0 0	0 1	1 0	1 0
1 1	1 0	1 0	0 1	0 1

Πίνακας Καταστάσεων

Από τον πίνακα καταστάσεων προκύπτουν οι ακόλουθες εξισώσεις καταστάσεων. Όπου A εννοείται A(t) και για λόγους απλότητας παραλείπεται η χρονική στιγμή. Ομοίως για το B.

$$A(t+1)=\bar{A}\bar{B}\bar{x}+AB\bar{x}+\bar{A}\bar{B}x+ABx$$

$$B(t+1)=\bar{A}\bar{B}\bar{x}+A\bar{B}x$$

$$y_1=\bar{A}B\bar{x}+A\bar{B}\bar{x}+\bar{A}Bx+A\bar{B}x=\bar{A}B+A\bar{B}=A\oplus B$$

$$y_0=\bar{A}B\bar{x}+AB\bar{x}+\bar{A}Bx+ABx=\bar{A}B+AB=B$$

Εξισώσεις (1)

Έστω ότι θέλουμε να υλοποιήσουμε το κύκλωμα με J-K flip-flops των οποίων η εξίσωση είναι της μορφής

$Q(t+1)=J\bar{Q}(t)+\bar{K}Q(t)$ (2)

Αυτό σημαίνει ότι πρέπει να φέρουμε τις εξισώσεις (1) για τα A(t+1) και B(t+1) στη μορφή (2).

$$A(t+1)=\left(\bar{B}x+\bar{B}\bar{x}\right)\bar{A}+\left(B\bar{x}+Bx\right)A=\bar{B}\,\bar{A}+BA$$

$$B(t+1)=\bar{B}\left(\bar{x}\bar{A}+xA\right)=\left(\bar{x}\bar{A}+xA\right)\bar{B}+0B=\overline{(x\oplus A)}\,\bar{B}+0B$$

Εξισώσεις (3)

Από τις εξισώσεις (3) με τη βοήθεια της (2) οδηγούμαστε στο συμπέρασμα ότι

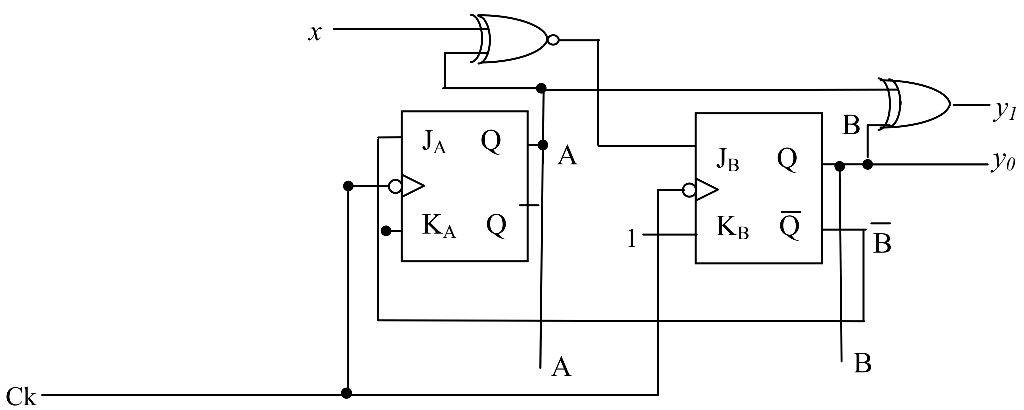
για το πρώτο flip-flop (A) ισχύει:

$$J_A=\bar{B}$$
$$K_A=\bar{B}$$

ενώ για το δεύτερο flip-flop (B) ισχύει:

$$J_B=\bar{x}\bar{A}+xA=\overline{(A\oplus x)}$$
$$K_B=1$$

Μπορούμε να σχεδιάσουμε το κύκλωμά μας όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Το σύγχρονο ακολουθιακό κύκλωμα.

-

Δεύτερος τρόπος επίλυσης

Από τον πίνακα καταστάσεων για το J-K flip-flop μπορούμε να σχηματίσουμε τον παρακάτω πίνακα. Αυτός προκύπτει εύκολα αν σκεφτούμε ότι όταν το flip-flop μεταβαίνει από την κατάσταση Q(t)=0 στην κατάσταση Q(t+1)=0 τότε το J=0 και το K είναι αδιάφορο. Επίσης, για παράδειγμα, όταν το flip-flop μεταβαίνει από την κατάσταση Q(t)=1 στην κατάσταση Q(t+1)=0 τότε το K=1 ενώ το J είναι αδιάφορο.

Q(t)	Q(t+1)	J	K
0	0	0	X
0	1	1	X
1	0	X	1
1	1	X	0

Πίνακας διέγερσης J-K flip-flop.

Ο αρχικός πίνακας καταστάσεων, όσον αφορά στις επόμενες καταστάσεις των flip-flops, τροποποιείται όπως παρουσιάζεται στο επόμενο σχήμα.

Παρούσα Κατάσταση	Επόμενη Κατάσταση **A(t+1)B(t+1)**		Είσοδοι των flip-flops			
			Είσοδοι του A		Είσοδοι του B	
	x=0	**x=1**	**x=0**	**x=1**	**x=0**	**x=1**
A(t)B(t)	**A(t+1)B(t+1)**	**A(t+1)B(t+1)**	**J_AK_A**	**J_AK_A**	**J_BK_B**	**J_BK_B**
0 0	1 1	1 0	1 X	1 X	1 X	0 X
0 1	0 0	0 0	0 X	0 X	X 1	X 1
1 0	0 0	0 1	X 1	X 1	0 X	1 X
1 1	1 0	1 0	X 0	X 0	X 1	X 1

Πίνακας καταστάσεων με τις εισόδους των flip-flops.

Από τον προηγούμενο πίνακα, μπορούμε να απλοποιήσουμε τις συναρτήσεις για τα J_A, K_A, J_B, K_B με τη βοήθεια του χάρτη Karnaugh, όπως φαίνεται παρακάτω.

x \ AB	00	01	11	10
0	1	0	X	X
1	1	0	X	X

$J_A=\overline{B}$

x \ AB	00	01	11	10
0	X	X	0	1
1	X	X	0	1

$K_A=\overline{B}$

x \ AB	00	01	11	10
0	1	X	X	0
1	0	X	X	1

$$J_B=\overline{x}\overline{A}+xA=\overline{(x\oplus A)}$$

x \ AB	00	01	11	10
0	X	1	1	X
1	X	1	1	X

$K_B=1$

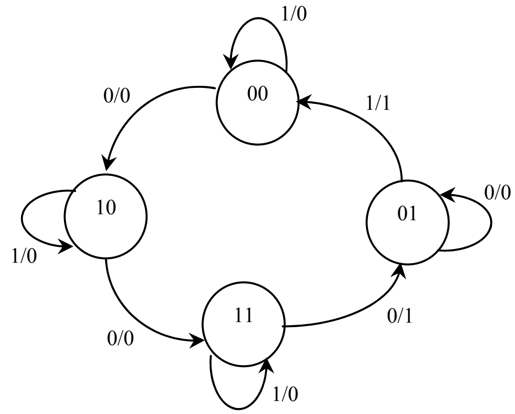
Χάρτες Karnaugh για απλοποίηση των εισόδων των flip-flops.

Όπως παρατηρούμε, οδηγηθήκαμε στο ίδιο αποτέλεσμα με το προηγούμενο.

-

Παράδειγμα 2

Να σχεδιαστεί ένα σύγχρονο ακολουθιακό κύκλωμα του οποίου το διάγραμμα κατάστασης φαίνεται παραπλεύρως. Το κύκλωμα έχει μία είσοδο και μία έξοδο. Η σχεδίαση να γίνει με χρήση R-S flip-flops.



Λύση

Από το διάγραμμα καταστάσεων συνάγεται ο ακόλουθος πίνακας καταστάσεων του ακολουθιακού κυκλώματος.

Παρούσα Κατάσταση	Επόμενη Κατάσταση **A(t+1)B(t+1)**		Έξοδος **Y**	
	x=0	**x=1**	**x=0**	**x=1**
A(t)B(t)	**A(t+1)B(t+1)**	**A(t+1)B(t+1)**	**y_0**	**y_0**
0 0	1 0	0 0	0	0
0 1	0 1	0 0	0	1
1 0	1 1	1 0	0	0
1 1	0 1	1 1	1	0

Από τον πίνακα καταστάσεων και τον πίνακα διέγερσης του S-R flip-flop μπορούμε να σχηματίσουμε τον παρακάτω πίνακα.

Q(t)	Q(t+1)	S	R
0	0	0	X
0	1	1	0
1	0	0	1
1	1	X	0

Πίνακας διέγερσης S-R flip-flop.

Παρούσα Κατάσταση	Επόμενη Κατάσταση **A(t+1)B(t+1)**		Είσοδοι των flip-flops			
			Είσοδοι του A		Είσοδοι του B	
	x=0	**x=1**	**x=0**	**x=1**	**x=0**	**x=1**
A(t)B(t)	**A(t+1)B(t+1)**	**A(t+1)B(t+1)**	$\mathbf{S_AR_A}$	$\mathbf{S_AR_A}$	$\mathbf{S_BR_B}$	$\mathbf{S_BR_B}$
0 0	1 0	0 0	1 0	0 X	0 X	0 X
0 1	0 1	0 0	0 X	0 X	X 0	0 1
1 0	1 1	1 0	X 0	X 0	1 0	0 X
1 1	0 1	1 1	0 1	X 0	X 0	X 0

Πίνακας καταστάσεων με τις εισόδους των flip-flops.

Από τον παραπάνω πίνακα, μπορούμε να απλοποιήσουμε τις συναρτήσεις για τα S_A, R_A, S_B, R_B με τη βοήθεια του χάρτη Karnaugh, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

x \ AB	**00**	**01**	**11**	**10**
0	1			X
1			X	X

$$S_A = \bar{x}\,\bar{B}$$

x \ AB	**00**	**01**	**11**	**10**
0		X	1	
1	X	X		

$$R_A = \bar{x}B$$

x \ AB	**00**	**01**	**11**	**10**
0		X	X	1
1			X	

$$S_B = \bar{x}A$$

x \ AB	**00**	**01**	**11**	**10**
0	X			
1	X	1		X

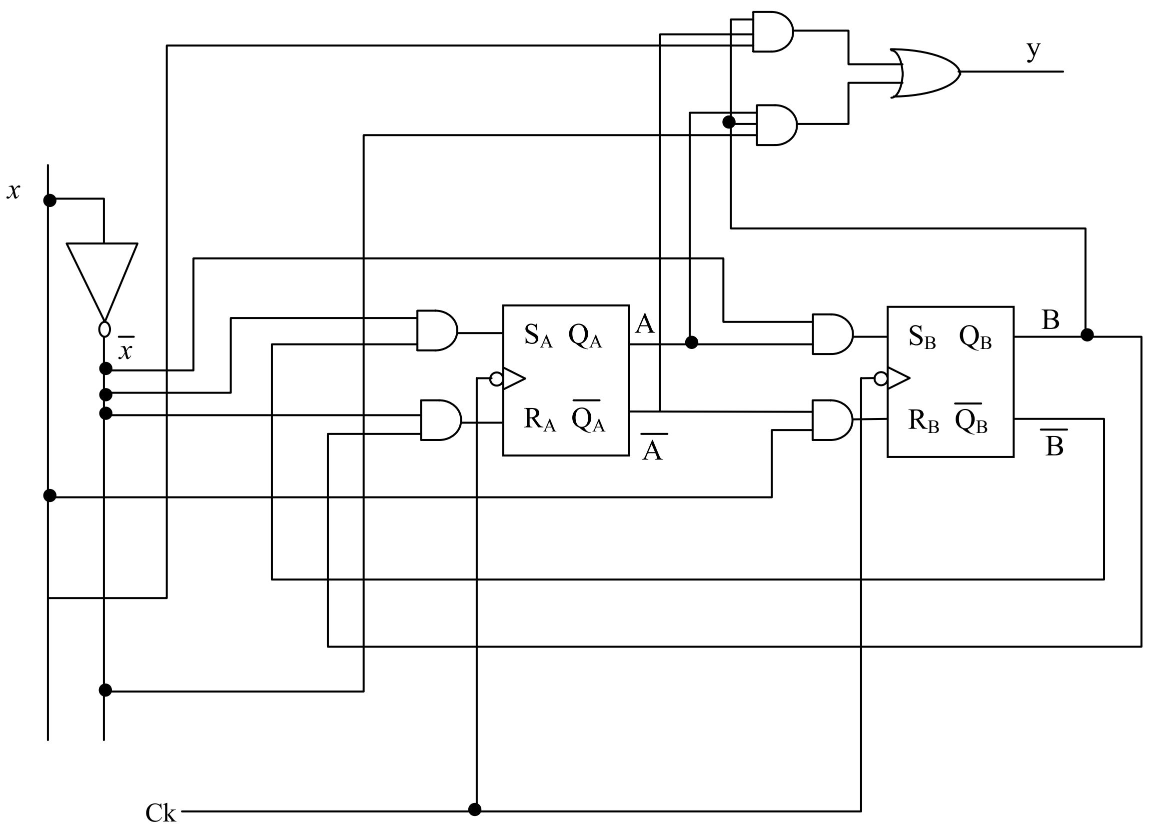
$$R_B = x\bar{A}$$

-

x \ AB	00	01	11	10
0			1	
1		1		

$$y = \bar{x}AB + x\overline{A}B$$

Το τελικό κύκλωμα θα είναι:

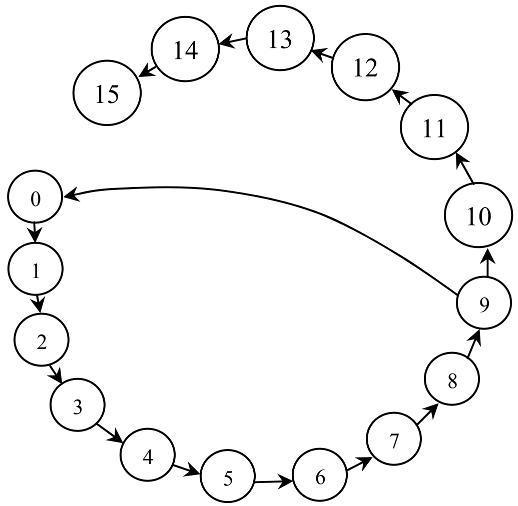


Παράδειγμα 3

Να σχεδιαστεί ένα σύγχρονο ακολουθιακό κύκλωμα το οποίο να διατρέχει διαδοχικά τις τιμές 0 μέχρι και 9. Η σχεδίαση να γίνει με χρήση J-K flip-flops.

Λύση

Πρόκειται για έναν δεκαδικό απαριθμητή. Για την δυαδική αναπαράσταση των 10 τιμών απαιτούνται 4 δυαδικά ψηφία, δηλαδή 4 flip-flops. Σχεδιάζουμε αρχικά το διάγραμμα καταστάσεων.



Σχ. 7.15. Διάγραμμα καταστάσεων.

-

Παρούσα Κατάσταση	Επόμενη Κατάσταση	Είσοδοι			
$Q_3Q_2Q_1Q_0$	$Q_3Q_2Q_1Q_0$	J_3K_3	J_2K_2	J_1K_1	J_0K_0
0 0 0 0	0 0 0 1	0 X	0 X	0 X	1 X
0 0 0 1	0 0 1 0	0 X	0 X	1 X	X 1
0 0 1 0	0 0 1 1	0 X	0 X	X 0	1 X
0 0 1 1	0 1 0 0	0 X	1 X	X 1	X 1
0 1 0 0	0 1 0 1	0 X	X 0	0 X	1 X
0 1 0 1	0 1 1 0	0 X	X 0	1 X	X 1
0 1 1 0	0 1 1 1	0 X	X 0	X 0	1 X
0 1 1 1	1 0 0 0	1 X	X 1	X 1	X 1
1 0 0 0	1 0 0 1	X 0	0 X	0 X	1 X
1 0 0 1	0 0 0 0	X 1	0 X	0 X	X 1
1 0 1 0	X X X X	X X	X X	X X	X X
1 0 1 1	X X X X	X X	X X	X X	X X
1 1 0 0	X X X X	X X	X X	X X	X X
1 1 0 1	X X X X	X X	X X	X X	X X
1 1 1 0	X X X X	X X	X X	X X	X X
1 1 1 1	X X X X	X X	X X	X X	X X

Σχ. 7.16. Πίνακας καταστάσεων με τις εισόδους των flip-flops.

$Q_3Q_2 \backslash Q_1Q_0$	**00**	**01**	**11**	**10**
00				
01			1	
11	X	X	X	X
10	X	X	X	X

$$J_3 = Q_0Q_1Q_2$$

$Q_3Q_2 \backslash Q_1Q_0$	**00**	**01**	**11**	**10**
00			1	
01	X	X	X	X
11	X	X	X	X
10			X	X

$$J_2 = Q_0Q_1$$

$Q_3Q_2 \backslash Q_1Q_0$	**00**	**01**	**11**	**10**
00	X	X	X	X
01	X	X	X	X
11	X	X	X	X
10		1	X	X

$$K_3 = Q_0$$

$Q_3Q_2 \backslash Q_1Q_0$	**00**	**01**	**11**	**10**
00	X	X	X	X
01			1	
11	X	X	X	X
10	X	X	X	X

$$K_2 = Q_0Q_1$$

$Q_3Q_2 \backslash Q_1Q_0$	**00**	**01**	**11**	**10**
00		1	X	X
01		1	X	X
11	X	X	X	X
10			X	X

$$J_1 = Q_0\overline{Q_3}$$

$Q_3Q_2 \backslash Q_1Q_0$	**00**	**01**	**11**	**10**
00	1	X	X	1
01	1	X	X	1
11	X	X	X	X
10	1	X	X	X

$$J_0 = 1$$

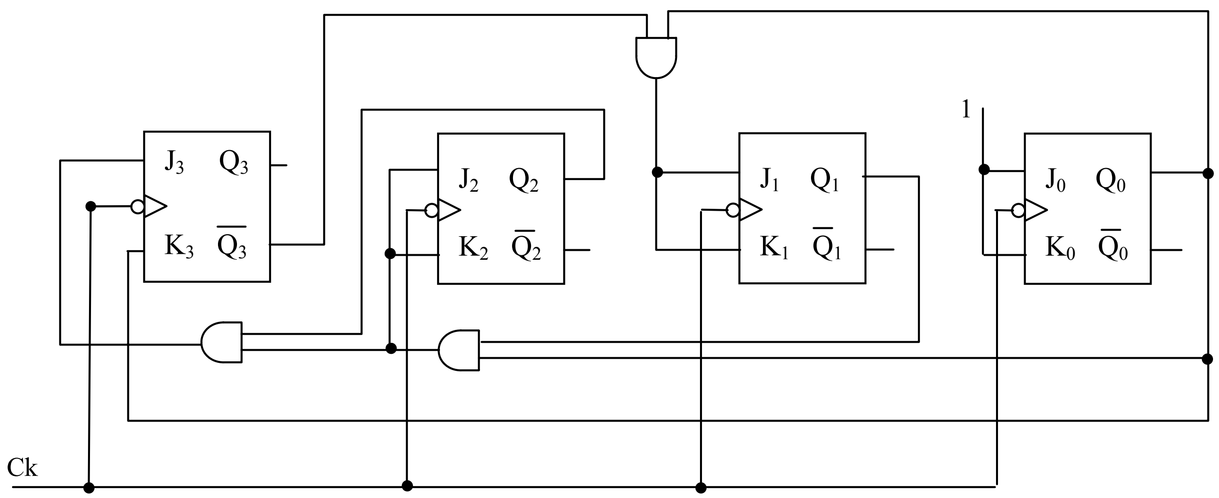
$Q_3Q_2 \backslash Q_1Q_0$	**00**	**01**	**11**	**10**
00	X	X	1	
01	X	X	1	
11	X	X	X	X
10	X	X	X	X

$$K_1 = Q_0\overline{Q_3}$$

$Q_3Q_2 \backslash Q_1Q_0$	**00**	**01**	**11**	**10**
00	X	1	1	X
01	X	1	1	X
11	X	X	X	X
10	X	1	X	X

$$K_0 = 1$$

-



Το σύγχρονο ακολουθιακό κύκλωμα.

Στο σημείο αυτό η διαδικασία της σχεδίασης έχει ολοκληρωθεί. Υπάρχει όμως ένα ερώτημα το οποίο πρέπει να απαντηθεί. Μήπως η ύπαρξη των αδιάφορων καταστάσεων, και η επακόλουθη αυθαίρετη αξιοποίησή τους κατά τη διαδικασία της απλοποίησης, δημιούργησε κάποια προβλήματα στο κύκλωμα αυτό και δεν λειτουργεί όπως θα θέλαμε; Δηλαδή, μήπως οι αποφάσεις που πήραμε αυθαίρετα για κάποια Χ ίσα με 1, οδήγησαν το κύκλωμα σε μη επιθυμητή λειτουργία, όπως για παράδειγμα σ' ένα κύκλο απαρίθμησης 11, 12, 13, 14, 11, 12, 13, 14, 11, … ; Σε μια τέτοια περίπτωση το κύκλωμα ποτέ δεν φτάνει σε μια από τις επιθυμητές καταστάσεις και εγκλωβίζεται σε ένα μη επιθυμητό βρόχο απαρίθμησης.

Για να απαντήσουμε στο ερώτημα αυτό θα πρέπει να ελέγξουμε τη λειτουργία του κυκλώματος. Άρα, απαιτείται να αναλύσουμε το κύκλωμα που μόλις σχεδιάσαμε και έτσι να επιβεβαιώσουμε την ορθότητα της λειτουργίας του. Στην περίπτωση που αυτό δεν συμβαίνει, τότε θα πρέπει να επαναλάβουμε τη διαδικασία της σχεδίασής του, αρχίζοντας και πάλι από το σχεδιασμό του διαγράμματος καταστάσεων και την κατάστρωση του σχετικού πίνακα καταστάσεων, αλλά όντας πιο αυστηροί και σαφείς στις προδιαγραφές μας. Συνεπώς κατά τη σχεδίαση σύγχρονων ακολουθιακών κυκλωμάτων τα οποία έχουν αδιάφορες καταστάσεις, επιβάλλεται ένα επιπλέον βήμα, αυτό του ελέγχου της ορθής λειτουργίας τους.

Ο έλεγχος αυτός γίνεται, όπως μόλις αναφέραμε, με την ανάλυση του κυκλώματος του Σχ. 7.18. Ακολουθούμε επομένως τα εξής βήματα.

1) Γράφουμε τις συναρτήσεις εισόδου των flip-flops.

$J_3 = Q_0 Q_1 Q_2 \qquad J_2 = K_2 = Q_0 Q_1 \qquad J_1 = K_1 = Q_0 \overline{Q_3} \qquad J_0 = K_0 = 1$

$K_3 = Q_0$

2) Καταστρώνουμε τον πίνακα καταστάσεων. Βασιζόμενοι στις συναρτήσεις εισόδου και στις τιμές της παρούσας κατάστασης, προσδιορίζουμε την επόμενη κατάσταση του κυκλώματος, όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα, Σχ. 7.19.

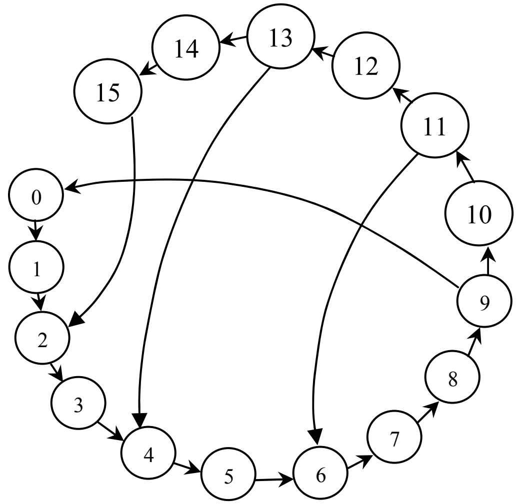
-

Παρούσα Κατάσταση	**Επόμενη Κατάσταση**	**Είσοδοι**			
$Q_3Q_2Q_1Q_0$	$Q_3Q_2Q_1Q_0$	J_3K_3	J_2K_2	J_1K_1	J_0K_0
0 0 0 0	0 0 0 1	0 X	0 X	0 X	1 X
0 0 0 1	0 0 1 0	0 X	0 X	1 X	X 1
0 0 1 0	0 0 1 1	0 X	0 X	X 0	1 X
0 0 1 1	0 1 0 0	0 X	1 X	X 1	X 1
0 1 0 0	0 1 0 1	0 X	X 0	0 X	1 X
0 1 0 1	0 1 1 0	0 X	X 0	1 X	X 1
0 1 1 0	0 1 1 1	0 X	X 0	X 0	1 X
0 1 1 1	1 0 0 0	1 X	X 1	X 1	X 1
1 0 0 0	1 0 0 1	X 0	0 X	0 X	1 X
1 0 0 1	0 0 0 0	X 1	0 X	0 X	X 1
1 0 1 0	1 0 1 1	0 0	0 0	0 0	1 1
1 0 1 1	0 1 1 0	0 1	1 1	0 0	1 1
1 1 0 0	1 1 0 1	0 0	0 0	0 0	1 1
1 1 0 1	0 1 0 0	0 1	0 0	0 0	1 1
1 1 1 0	1 1 1 1	0 0	0 0	0 0	1 1
1 1 1 1	0 0 1 0	1 1	1 1	0 0	1 1

Πίνακας καταστάσεων του κυκλώματος του Σχ. 7.18.

Για τις καταστάσεις 0 μέχρι και 9 ο πίνακας αυτός είναι ίδιος με τον προηγούμενο πίνακα καταστάσεων του Σχ. 7.16, όπως είναι αναμενόμενο. Η διαφοροποίηση αρχίζει από την κατάσταση 10 και μετά. Το αντίστοιχο διάγραμμα καταστάσεων θα μας δείξει τον ακριβή τρόπο λειτουργίας του κυκλώματος και γι' αυτό προχωρούμε άμεσα στη σχεδίασή του.

3) Σχεδιάζουμε το διάγραμμα καταστάσεων.



Σχ. 7.20. Διάγραμμα καταστάσεων του κυκλώματος του Σχ. 7.18.

Παρατηρούμε ότι το κύκλωμα που σχεδιάσαμε διατρέχει όντως τον κύκλο των καταστάσεων 0 μεχρι και 9. Αν βρεθεί σε μία από τις αδιάφορες καταστάσεις, τότε με τον πρώτο παλμό ρολογιού μεταβαίνει στην αμέσως επόμενη κατάσταση, και με τον δεύτερο παλμό μεταβαίνει σε μια από τις επιθυμητές (έγκυρες) καταστάσεις και συνεχίζει πλέον τον κύκλο κανονικά. Για παράδειγμα, αν βρεθεί στην κατάσταση 10, μεταβαίνει στην 11 και ακολούθως στην 6, οπότε και συνεχίζει. Δηλαδή αρχίζοντας από την κατάσταση 10 θα έχουμε την αλληλουχία καταστάσεων: 10, 11, 6, 7, 8, 9, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0, 1, 2, … Παρόμοια συμβαίνουν και όταν το κύκλωμα βρεθεί σε μία από τις υπόλοιπες μη επιτρεπτές καταστάσεις. Το αργότερο μετά από δύο παλμούς ρολογιού βρίσκεται σε μια από τις επιτρεπτές (έγκυρες) καταστάσεις οπότε και συνεχίζει κανονικά. Αυτού του είδους τα κυκλώματα λέμε ότι έχουν αυτόματη εκκίνηση (self-starting) και αυτόματη διόρθωση (self-correcting). Υπάρχουν κυκλώματα στα οποία δεν συμβαίνει αυτό. Σε μια τέτοια περίπτωση θα πρέπει να παρέμβουμε στη λειτουργία του κυκλώματος και να την διορθώσουμε, επαναλαμβάνοντας τμήμα ή και όλη τη διαδικασία της σχεδίασής του. Στην περίπτωση που μόλις εξετάσαμε, θεωρήσαμε ότι τα flip-flops που χρησιμοποιούμε δεν διαθέτουν ασύγχρονες (άμεσες) εισόδους εκκαθάρισης Cr ή πρόθεσης Pr. Αν διαθέτουν, τότε μπορούμε να τις αξιοποιήσουμε για να πετύχουμε την επιθυμητή εκκίνηση του κυκλώματος.

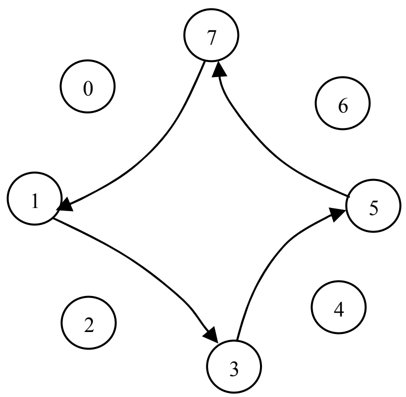
Παράδειγμα 4

Να σχεδιαστεί ένα σύγχρονο ακολουθιακό κύκλωμα το οποίο να διατρέχει διαδοχικά τους αριθμούς 1, 3, 5, 7. Η σχεδίαση να γίνει με χρήση T flip-flops.

Λύση

Θέλουμε να σχεδιάσουμε ένα κύκλωμα το οποίο μετράει μόνο τους περιττούς αριθμούς μέχρι το 7, και μετά να ξεκινάει πάλι από την αρχή. Δηλαδή να διατρέχει μόνο αυτές τις 4 καταστάσεις. Όμως, αν και οι καταστάσεις είναι τέσσερις, για την αναπαράστασή τους σε δυαδική μορφή χρειαζόμαστε 3 flip-flops προκειμένου να παραστήσουμε το 5 ή το 7. Με 3 flip-flops έχουμε 8 δυνατές καταστάσεις από τις οποίες μόνο οι 4 μας χρειάζονται. Ας θεωρήσουμε αρχικά ότι μας είναι αδιάφορο το πού θα πάει το κύκλωμα αν βρεθεί σε μία από αυτές και ας προσπαθήσουμε να το σχεδιάσουμε χρησιμοποιώντας flip-flops τύπου T.

Σχεδιάζουμε το διάγραμμα καταστάσεων και καταστρώνουμε τον πίνακα καταστάσεων. Μας είναι αδιάφορο το πού θα βρεθεί το κύκλωμα μετά την κατάσταση 0 ή 2 η 4 ή 6, γεγονός που αντικατοπτρίζεται και στο τμήμα των εισόδων του πίνακα καταστάσεων με τις συνθήκες αδιαφορίας X.



Σχ. 7.21. Διάγραμμα καταστάσεων.

-

Παρούσα Κατάσταση	Επόμενη Κατάσταση	Είσοδοι		
$Q_2Q_1Q_0$	$Q_2Q_1Q_0$	T_2	T_1	T_0
0 0 0	X X X	X	X	X
0 0 1	0 1 1	0	1	0
0 1 0	X X X	X	X	X
0 1 1	1 0 1	1	1	0
1 0 0	X X X	X	X	X
1 0 1	1 1 1	0	1	0
1 1 0	X X X	X	X	X
1 1 1	0 0 1	1	1	0

Σχ. 7.22. Πίνακας καταστάσεων με τις εισόδους των flip-flops.

Q(t)	Q(t+1)	T
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

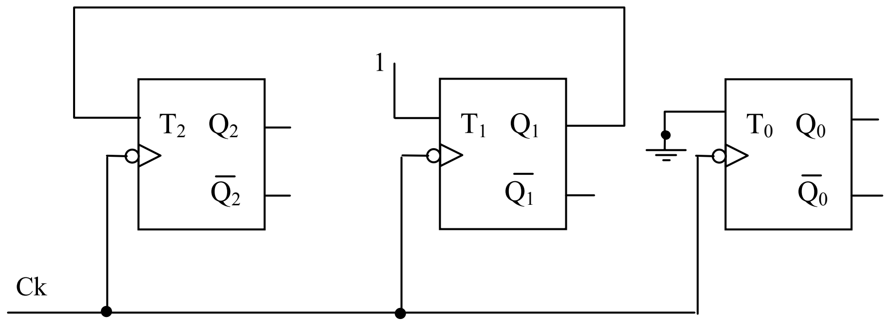
Σχ. 7.23. Πίνακας διέγερσης T flip-flop.

Από το τμήμα των εισόδων του πίνακα καταστάσεων και με αξιοποίηση των συνθηκων αδιαφορίας, συνάγεται άμεσα ότι $T_0 = 0$, $T_1 = 1$. Η είσοδος T_2 προσδιορίζεται με βάση τον παρακάτω χάρτη Karnaugh ίση με Q_1, δηλαδή $T_2 = Q_1$.

Q_2 \ Q_1Q_0	**00**	**01**	**11**	**10**
0	X		1	X
1	X		1	X

$$T_2 = Q_1$$

Σχ. 7.24. Χάρτης Karnaugh για απλοποίηση της εισόδου του flip-flop T_2.



Σχ. 7.25. Το σύγχρονο ακολουθιακό κύκλωμα.

Σχεδιάζουμε το λογικό κύκλωμα στο Σχ. 7.25. Εφόσον δεν έχουμε κάνει κάποιο λάθος στη διαδικασία της σχεδίασης, είμαστε σίγουροι ότι το κύκλωμα θα διατρέχει τους αριθμούς 1, 3, 5, 7, όταν βρεθεί αρχικά σε κάποιον από αυτούς. Τι θα συμβεί όμως αν αρχικά βρεθεί σε μία από τις μη έγκυρες καταστάσεις 0, 2, 4, 6; Αυτό πρέπει να το ελέγξουμε. Έτσι, συνεχίζουμε με το επόμενο βήμα, της επαλήθευσης της ορθής (επιθυμητής) λειτουργίας του κυκλώματος που σχεδιάσαμε.

-

Αν και θα μπορούσαμε να ελέγξουμε τη λειτουργία του κυκλώματος αποσπασματικά και μόνο για τις μη επιτρεπτές καταστάσεις, εμείς επαναλαμβάνουμε όλη τη διαδικασία ανάλυσης.

Γράφουμε τις συναρτήσεις εισόδου.

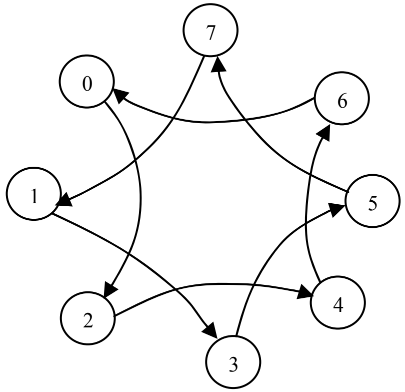
$$T_2 = Q_1 \qquad T_1 = 1 \qquad T_0 = 0$$

Ο πίνακας καταστάσεων προκύπτει εύκολα από την παρούσα κατάσταση και τις εισόδους σε συνδυασμό με τον πίνακα αληθείας του flip-flop.

Παρούσα Κατάσταση	**Επόμενη Κατάσταση**	**Είσοδοι**		
$Q_2Q_1Q_0$	**$Q_2Q_1Q_0$**	**T_2**	**T_1**	**T_0**
0 0 0	0 1 0	0	1	0
0 0 1	0 1 1	0	1	0
0 1 0	1 0 0	1	1	0
0 1 1	1 0 1	1	1	0
1 0 0	1 1 0	0	1	0
1 0 1	1 1 1	0	1	0
1 1 0	0 0 0	1	1	0
1 1 1	0 0 1	1	1	0

Σχ. 7.26. Πίνακας καταστάσεων του κυκλώματος του Σχ. 7.25.

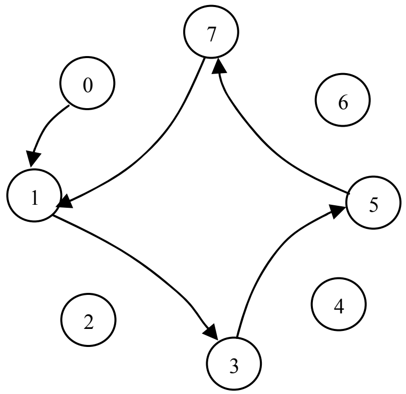
Σχεδιάζουμε το νέο διάγραμμα καταστάσεων.



Σχ. 7.27. Διάγραμμα καταστάσεων του κυκλώματος του Σχ. 7.25.

Είναι φανερό ότι το κύκλωμα παρουσιάζει πρόβλημα! Αν βρεθεί σε μία από τις μη έγκυρες καταστάσεις 0 ή 2 ή 4 ή 6, τότε εγκλωβίζεται στον κύκλο 0, 2, 4, 6, 0, 2, 4, 6, 0, 2…

Για να λυθεί το πρόβλημα αυτό θα πρέπει να παρέμβουμε στο αρχικό στάδιο σχεδιασμού του διαγράμματος καταστάσεων και κατάστρωσης του σχετικού πίνακα καταστάσεων, αναγκάζοντας το κύκλωμα να μεταβεί σε μία από τις έγκυρες καταστάσεις. Θα μπορούσαμε για παράδειγμα, να αναγκάσουμε το κύκλωμα μετά την κατάσταση 0 να μεταβεί στην κατάσταση 1. Με αυτό τον τρόπο σπάμε τον μη έγκυρο κύκλο 0, 2, 4, 6, 0, 2, … Με βάση το νέο αυτό δεδομένο, επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία σχεδίασης από την αρχή. Έτσι, σχεδιάζουμε το νέο διάγραμμα και πίνακα καταστάσεων και έχουμε:



Σχ. 7.28. Διορθωμένο διάγραμμα καταστάσεων του κυκλώματος του Σχ. 7.25.

-

Παρούσα Κατάσταση	Επόμενη Κατάσταση	Είσοδοι		
$Q_2Q_1Q_0$	$Q_2Q_1Q_0$	T_2	T_1	T_0
0 0 0	0 0 1	0	0	1
0 0 1	0 1 1	0	1	0
0 1 0	X X X	X	X	X
0 1 1	1 0 1	1	1	0
1 0 0	X X X	X	X	X
1 0 1	1 1 1	0	1	0
1 1 0	X X X	X	X	X
1 1 1	0 0 1	1	1	0

Σχ. 7.29. Πίνακας καταστάσεων του κυκλώματος του Σχ. 7.25.

Q_2 \ Q_1Q_0	00	01	11	10
0	0		1	X
1	X		1	X

$T_2 = Q_1$

Q_2 \ Q_1Q_0	00	01	11	10
0	0	1	1	X
1	X	1	X	X

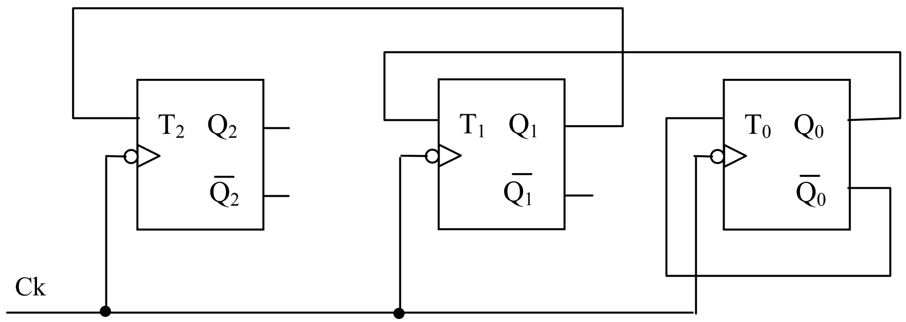
$T_1 = Q_0$

Q_2 \ Q_1Q_0	00	01	11	10
0	1	0	0	X
1	X	0	0	X

$T_0 = \overline{Q_0}$

Σχ. 7.30. Χάρτες Karnaugh για απλοποίηση των εισόδων των flip-flops του πίνακα καταστάσεων του Σχ. 7.29.

Τέλος, σχεδιάζουμε το λογικό κύκλωμα το οποίο αντιστοιχεί στο διορθωμένο διάγραμμα καταστάσεων.



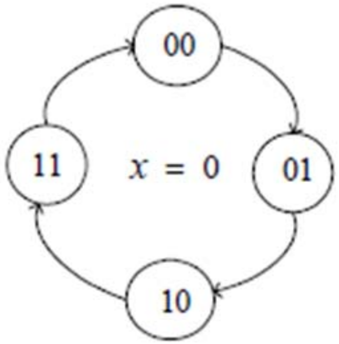
Σχ. 7.31. Το διορθωμένο σύγχρονο ακολουθιακό κύκλωμα που αντιστοιχεί στο διάγραμμα καταστάσεων του Σχ. 7.28.

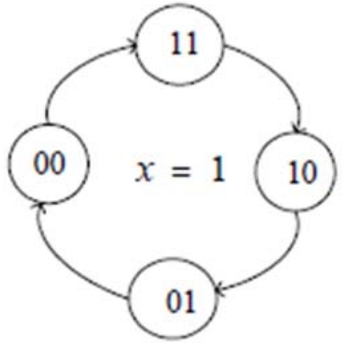
Φυσικά, η λύση που επιλέξαμε για το σπάσιμο του κύκλου των μη έγκυρων καταστάσεων δεν είναι μοναδική. Μπορεί κανείς να επιλέξει άλλο τρόπο και επομένως να καταλήξει σε διαφορετικό τελικό κύκλωμα.

-

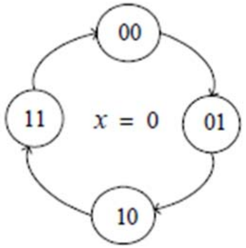
Άσκηση

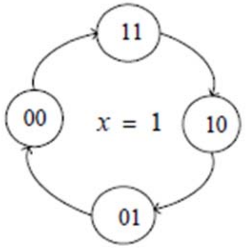
Σχεδιάστε ένα σύγχρονο απαριθμητή πάνω/κάτω ο οποίος μετράει από το 0 στο 3, και επαναλαμβάνει τη μέτρησή του όταν η είσοδος x είναι 0, και μετράει προς τα κάτω από 3 στο 0 όταν η είσοδος x είναι 1.





JK flip flop			
Q_n	Q_{n+1}	J	K
0	0	0	X
0	1	1	X
1	0	X	1
1	1	X	0





Present State		Next State				Flip Flop Inputs							
		x=0		x=1		x=0				x=1			
Q_2	Q_1	Q_2	Q_1	Q_2	Q_1	J_2	K_2	J_1	K_1	J_2	K_2	J_1	K_1
0	0	0	1	1	1	0	X	1	X	1	X	1	X
0	1	1	0	0	0	1	X	X	1	0	X	X	1
1	0	1	1	0	1	X	0	1	X	X	1	1	X
1	1	0	0	1	0	X	1	X	1	X	0	X	1

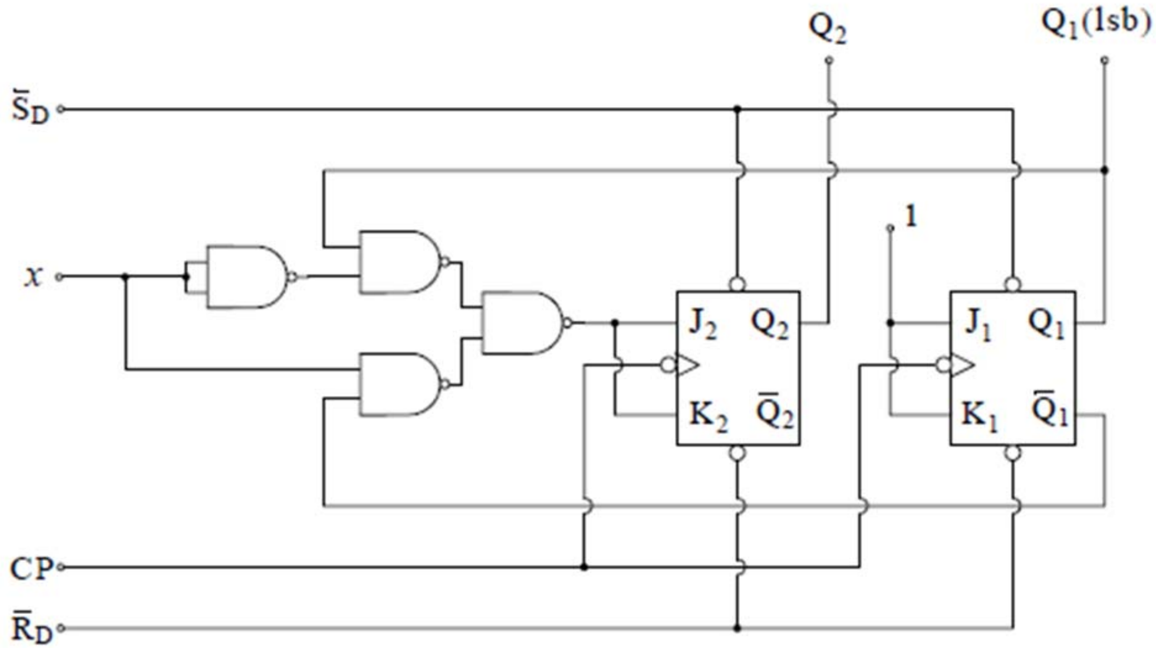
x \ Q_2Q_1	00	01	11	10
0		1	X	X
1	1		X	X

$$J_2 = \bar{x}Q_1 + x\overline{Q}_1$$

x \ Q_2Q_1	00	01	11	10
0	X	X	1	
1	X	X		1

$$K_2 = J_2 = \bar{x}Q_1 + x\overline{Q}_1$$

$$J_1 = K_1 = 1$$



Έλεγχος:

Present State		Flip Flop Inputs								Next State			
		x=0				x=1				x=0		x=1	
Q_2	Q_1	J_2	K_2	J_1	K_1	J_2	K_2	J_1	K_1	Q_2	Q_1	Q_2	Q_1
0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1
0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0
1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0

Άσκηση

Σχεδιάστε ένα κύκλωμα μετρητή από το μηδέν (0) μέχρι το πέντε (5), χρησιμοποιώντας T Flip-Flop.
Υπόδειξη: Αν το κύκλωμα βρεθεί ξαφνικά σε μια από τις αχρησιμοποίητες καταστάσεις του λόγω κάποιου σήματος θορύβου ή λόγω κάποιας άλλης απρόβλεπτης αιτίας, προβλέψτε ώστε να επανέρχεται σε μια έγκυρη κατάσταση και να μην κυκλοφορεί μεταξύ των αχρησιμοποίητων καταστάσεων επ' άπειρο. Αυτός ο τύπος μετρητή χαρακτηρίζεται ως μετρητής αυτόματης διόρθωσης. Αν δεν θεωρήσετε σκόπιμο να κατασκευάσετε αυτοδιορθούμενο μετρητή, δώστε στο διάγραμμα καταστάσεων όλες τις δυνατές καταστάσεις (και τις αχρησιμοποίητες) με τις μεταβάσεις αυτών.

Λύση:

Ο μετρητής θα μετράει την επαναλαμβανόμενη ακολουθία 0-1-2-3-4-5. Χρειαζόμαστε 3 bit για την αναπαράσταση των χρησιμοποιούμενων καταστάσεων και επομένως 3 flip-flops.

Προηγούμενη κατάσταση (t-1)			**Παρούσα Κατάσταση (t)**			**Είσοδοι των T flip-flops**		
A	**B**	**Γ**	**A**	**B**	**Γ**	T_A	T_B	$T_Γ$
0	0	0	0	0	1	0	0	1
0	0	1	0	1	0	0	1	1
0	1	0	0	1	1	0	0	1
0	1	1	1	0	0	1	1	1
1	0	0	1	0	1	0	0	1
1	0	1	0	0	0	1	0	1
1	1	0	X→1	X→1	X→1	X→0	X→0	X→1
1	1	1	X→0	X→1	X→0	X→1	X→0	X→1

-

Επειδή θέλω ο μετρητής να βρεθεί σε συγκεκριμένη επόμενη κατάσταση εάν κατά λάθος βρεθεί αρχικά σε μη επιτρεπτή κατάσταση, στους παρακάτω χάρτες Karnaugh, τα X για το T_A είναι 0 στη θέση ΑΒΓ=110 και 1 στη θέση ΑΒΓ=111, για το T_B είναι 0 στη θέση ΑΒΓ=110 και 0 στη θέση ΑΒΓ=111, και για το T_Γ είναι 1 στη θέση ΑΒΓ=110 και 1 στη θέση ΑΒΓ=111, όπως προκύπτει από τον παραπάνω πίνακα καταστάσεων του μετρητή.

AB \ Γ	0	1
00		
01		1
11	X	X
10		1

$\mathbf{T_A = B\Gamma + A\Gamma = \Gamma(A+B)}$

Θεώρησα το ένα X ως ένα και το άλλο ως μηδέν

AB \ Γ	0	1
00		1
01		1
11	X	X
10		

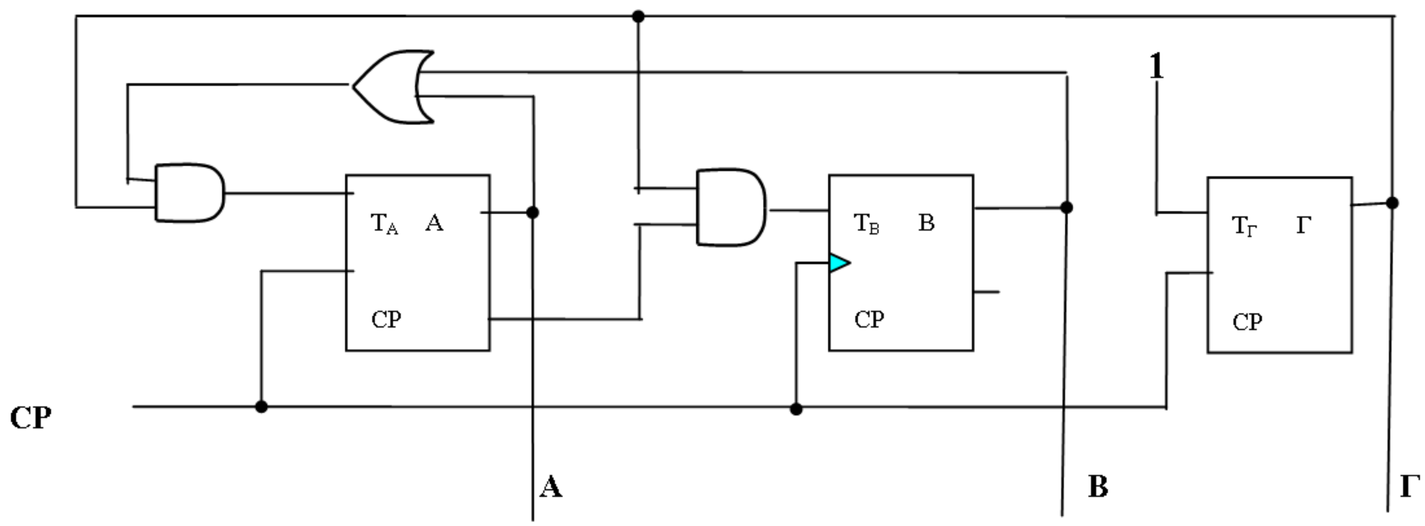
$\mathbf{T_B = \overline{A}\Gamma}$

Θεώρησα τα X ως μηδέν

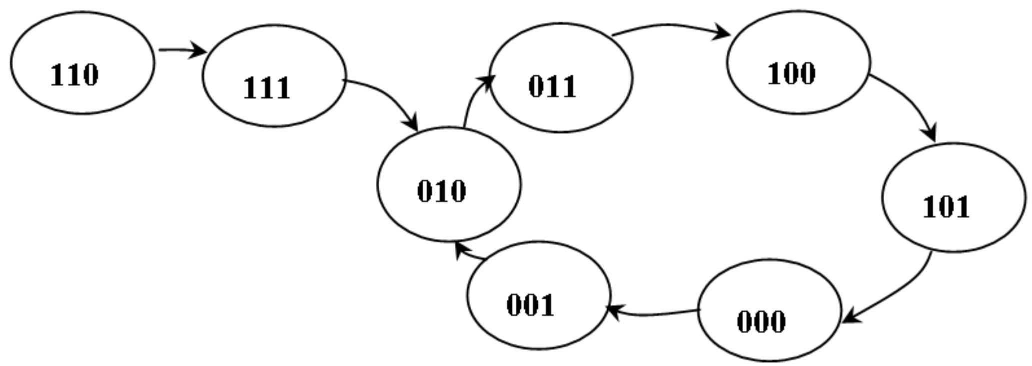
AB \ Γ	0	1
00	1	1
01	1	1
11	X	X
10	1	1

$\mathbf{T_\Gamma = 1}$

Θεώρησα τα X ως ένα



Το διάγραμμα καταστάσεων είναι



-

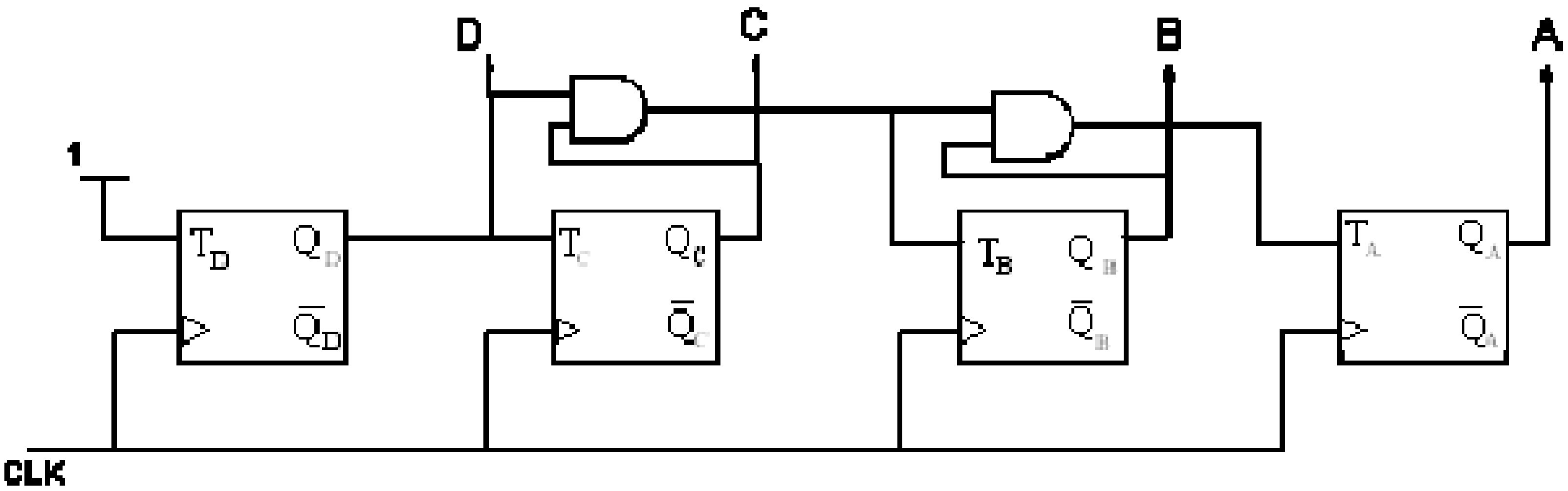
Άσκηση

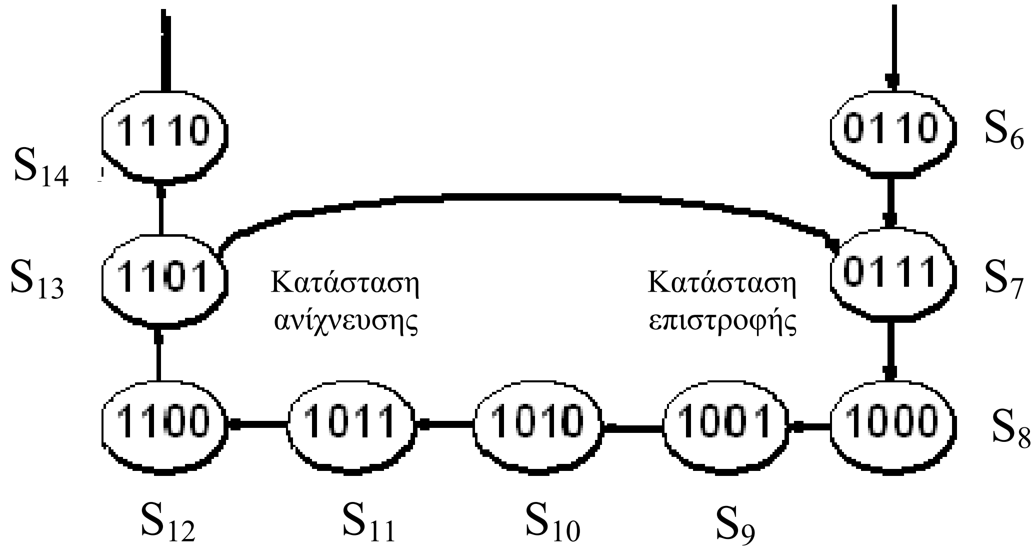
Ένας σύγχρονος μετρητής 4 βαθμίδων έχει 16 καταστάσεις S_0 έως S_{15}), όπου S_0 = 0 0 0 0, S_1 = 0 0 0 1, = 0 0 1 0 κ.τ.λ.

α) Να σχεδιαστεί ο πλήρης σύγχρονος μετρητής που θα παράγει και τις 16 καταστάσεις διαδοχικά και αυξητικά (up-counter).

β) Να τροποποιηθεί το αρχικό κύκλωμα ώστε να παράγει μια περιορισμένη ακολουθία καταστάσεων μεταξύ της S_7 και S_{13}

Λύση:





ABCD

$$\mathbf{X = S_{13} = 1101 = AB\overline{C}D}$$

Η κατάσταση ανίχνευσης

1101 → 1110 Κανονική διαδοχή

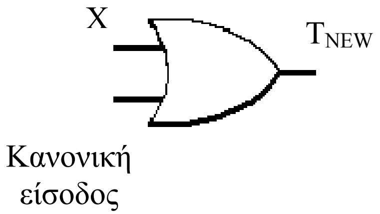
1101 → 0111 Επιθυμητή διαδοχή

Όταν το X = 1 δηλαδή A = 1, B = 1, C = 0 και D = 1 τότε θα πρέπει:

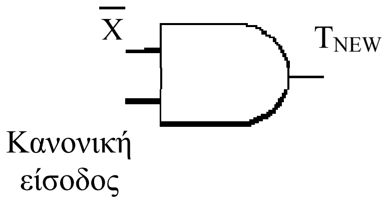
το A, το οποίο σε κανονική διαδοχή δεν θα άλλαζε, στην προκειμένη περίπτωση θα πρέπει να αλλάξει και από 1 να γίνει 0. Συνεπώς το T_A θα πρέπει να κρατηθεί στο 1. Το B και C δεν απαιτούν αλλαγή διότι έχουν τις ίδιες τιμές που θα είχαν σε κανονική διαδοχή, ενώ το D, το οποίο υπό κανονική διαδοχή θα άλλαζε από 1 σε 0, ενώ εμείς επιθυμούμε να το κρατήσουμε στο 1, θα πρέπει να αναγκάσουμε το T_D να είναι 0.

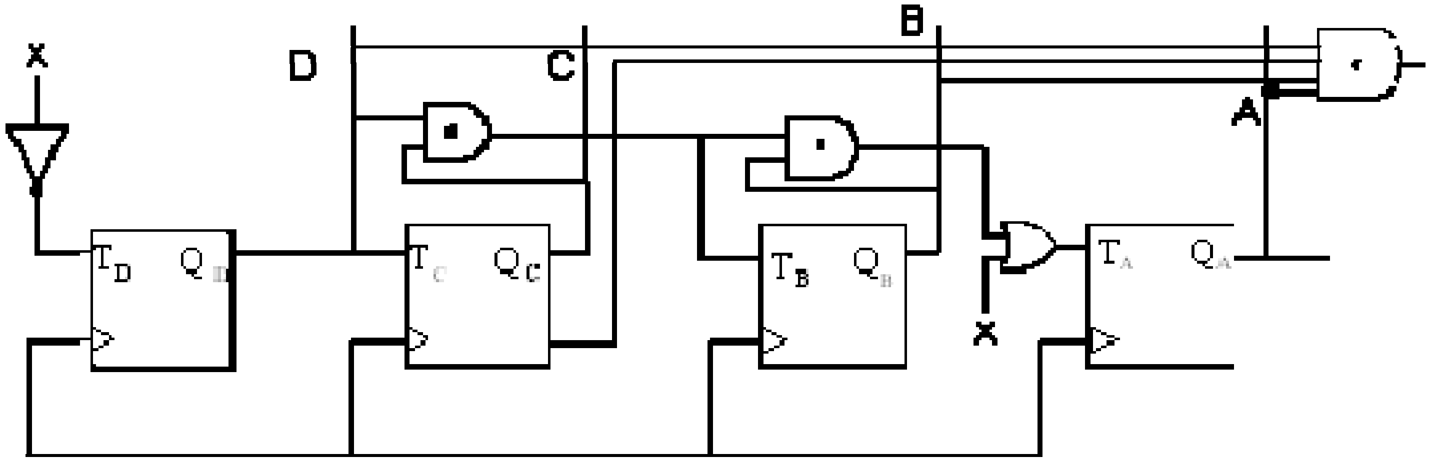
-

Για να έχουμε στην είσοδο του Τ το 1 χρησιμοποιούμε το κύκλωμα



και για Τ στο 0





Άρα το τροποποιημένο κύκλωμα είναι: