

Ανάδραση – Ισοδύναμα Κυκλώματα Ασκήσεις



1° ερώτημα: Ένας ενισχυτής με κέρδος 8, αναδρά το 10% της εξόδου του στην είσοδο. Καθορίστε το κέρδος του συστήματος (α) Αν η ανάδραση είναι θετική (β) Αν η ανάδραση είναι αρνητική.

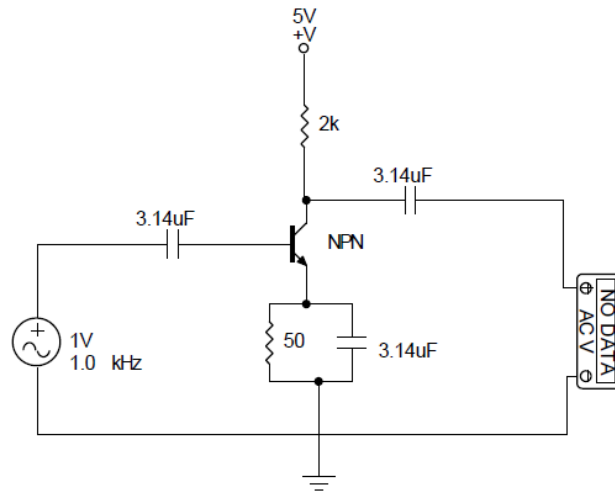
$\frac{V_f}{V_{out}} = 10\% = 0,1 \Rightarrow \beta = 0,1$ για θετική ανάδραση ή $\beta = -0,1$ για αρνητική ανάδραση (το κέρδος ανοικτού βρόχου είναι θετικό)

$$(α) A_f = \frac{A}{1-\beta A} = \frac{8}{1-0,8} = 40 \text{ και } (β) A_f = \frac{A}{1-\beta A} = \frac{8}{1+0,8} = 4,44$$

2° ερώτημα: Ένα ολοκληρωμένο κύκλωμα το οποίο έχει κέρδος ανοικτού βρόχου 100, πρόκειται να χρησιμοποιηθεί σαν δομικό στοιχείο μιας ενισχυτικής βαθμίδας που έχει κέρδος τάσης 20. Καθορίστε το ποσό της απαιτούμενης ανάδρασης.

Κέρδος μειώνεται, αρνητική ανάδραση, A,β ετερόσημα στο βασικό τύπο: $20 = \frac{100}{1-\beta \cdot 100} \Rightarrow \beta = -0,04 = 4\%$

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΕΛΕΓΧΟΥ - ΑΝΑΔΡΑΣΗ



2Α) Όπως φαίνεται στο κύκλωμα του ενισχυτή του διπλανού σχήματος όλοι οι πυκνωτές έχουν χωρητικότητα π μF . Η DC τάση τροφοδοσίας έχει τιμή 5 V και η αντίσταση που είναι συνδεδεμένη μεταξύ της DC πηγής και του Συλλέκτη του transistor είναι $R_C=2\text{K}\Omega$. Η αντίσταση που είναι συνδεδεμένη μεταξύ Εκπομπού του transistor και της γης (παράλληλα με τον πυκνωτή) έχει τιμή $R_E=50 \Omega$. Οι υβριδικές παράμετροι του transistor είναι :

$$h_{ie}=10\text{K}\Omega, h_{fe}=200, h_{re}=10, h_{oe}=10\Omega^{-1}.$$

Στην είσοδο έχει τοποθετηθεί γεννήτρια AC και στην έξοδο ένα βολτόμετρο.

Θεωρώντας ότι:

$$100 \gg \gg \gg 1,$$

$$\pi^2=10$$

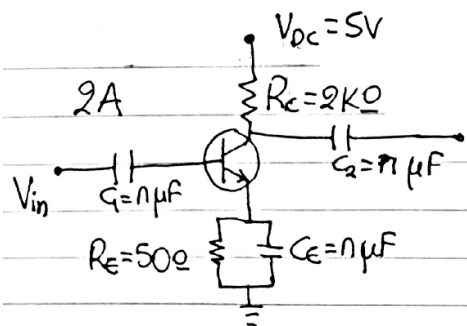
αντιστάσεις μικρότερες από 10Ω θεωρούνται βραχυκυκλώματα, κέρδος κλειστού βρόχου: $A_f=A/(1+\beta A)$

α) Να βρεθεί το κέρδος τάσης για $f=50\text{KHz}$ **(B.A. 6)**

β) Να βρεθεί το κέρδος τάσης για $f=1\text{KHz}$ **(B.A. 6)**

γ) Αν σε κάποια από τις δύο προηγούμενες συχνότητες εμφανίζεται ανάδραση, να βρεθεί ο συντελεστής ανάδρασης β . **(B.A. 6)**

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΕΛΕΓΧΟΥ - ΑΝΑΔΡΑΣΗ



$$h_{ie} = 10000 \Omega$$

$$h_{fe} = 200$$

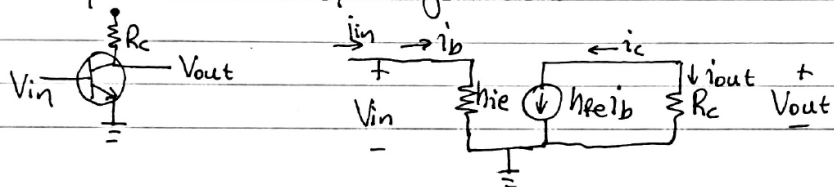
$$h_{re} = 0$$

$$h_{oe} = 0 \Omega^{-1}$$

a) $f = 50 \text{ KHz}$ $|Z_c| = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi \cdot 5 \cdot 10^4 \cdot 1 \cdot 10^{-6}} = 1 \Omega \approx 0$

Όλοι οι πυκνωτές είναι βραχυκυκλώματα

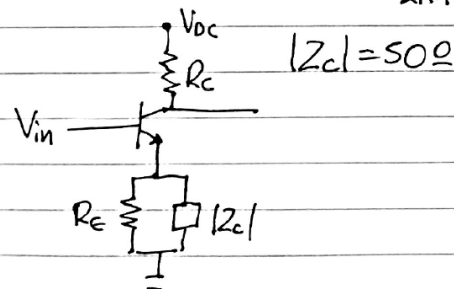
Επομένως ο εκπομπός γειώνεται



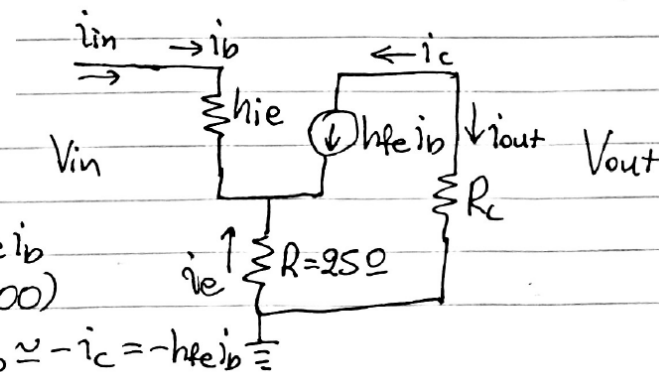
$$A_v = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{i_{out} \cdot R_c}{i_{in} \cdot h_{ie}} = \frac{-i_c R_c}{i_b \cdot h_{ie}} = \frac{-h_{fe} i_b R_c}{i_b \cdot h_{ie}} = -\frac{h_{fe} R_c}{h_{ie}} = \frac{-200 \cdot 2 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^3}$$

$$A_v = -40$$

b) $f = 1 \text{ KHz}$ $|Z_c| = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^{-6}} = \frac{1}{2\pi \cdot 10^{-3}} = \frac{500}{\pi} \approx 159 \Omega$



$$R_e \parallel |Z_c| = 25 \Omega$$



$$i_e = -i_b - i_c = -i_b - h_{fe} i_b$$

$$= -i_b (1 + 200)$$

$$\approx -200 i_b \approx -i_c = -h_{fe} i_b$$

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΕΛΕΓΧΟΥ - ΑΝΑΔΡΑΣΗ

$$A_{vf} = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{-i_c \cdot R_c}{i_b \cdot h_{ie} - i_e R} = \frac{-h_{fe} i_b R_c}{i_b h_{ie} + h_{fe} i_b R} = \frac{-h_{fe} R_c}{h_{ie} + h_{fe} R}$$

$$A_{vf} = \frac{-200 \cdot 2000}{10000 + 200 \cdot 25} = \frac{-4 \cdot 10^5}{10.000 + 5000} = \frac{-4 \cdot 10^5}{15 \cdot 10^3} = \frac{-400}{153} = -\frac{80}{3}$$

$$A_{vf} = \frac{A}{1 + \beta A} \Leftrightarrow -\frac{80}{3} = \frac{-40}{1 - \beta \cdot 40} \Rightarrow 80 - \beta \cdot 3200 = 120$$

$$\Rightarrow \beta \cdot 3200 = -40$$

$$\Rightarrow \beta = -\frac{4}{320}$$

$$\Rightarrow \beta = -\frac{1}{80}$$

$$A_{vf} = -\frac{80}{3}$$

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΕΛΕΓΧΟΥ - ΑΝΑΔΡΑΣΗ

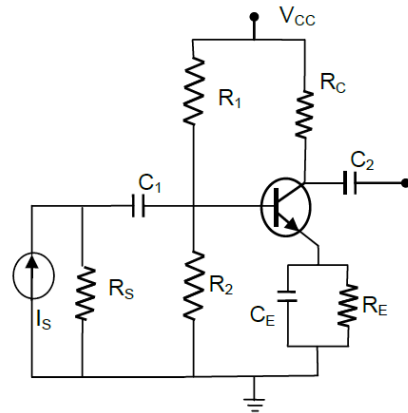
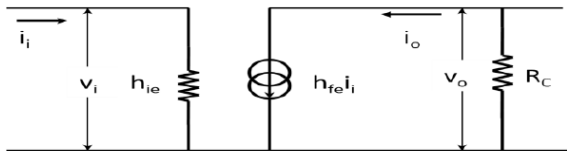
Στο ακόλουθο κύκλωμα η πηγή I_S παράγει ημιτονικό σήμα (1mA, 1KHz). Θεωρώντας ότι αντιστάσεις τιμής μικρότερης από 20 Ω θεωρούνται βραχυκυκλώματα, να βρεθούν:

A1. Η τιμή της αντίστασης (μέτρο) των πυκνωτών C_1 , C_2 και C_E . (B.A. 10)

$$|Z_{C1}|=|Z_{C2}|=|Z_{CE}|=\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}=\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 159 \cdot 10^{-3}}=1\Omega$$

Επομένως, για τη συχνότητα 1KHz όλοι οι πυκνωτές θεωρούνται βραχυκυκλώματα. Ο Εκπομπός γειώνεται εφόσον όλο το ρεύμα θα περάσει από το βραχυκύκλωμα. Από την R_E δεν θα περάσει ρεύμα. Άλλωστε παράλληλος συνδυασμός των αντιστάσεων 1 Ω και 5 K Ω δίνει συνολική αντίσταση πολύ μικρότερη από 1 Ω)

A2. Το κέρδος τάσης και το κέρδος ρεύματος χωρίς τις αντιστάσεις R_1 και R_2 . (B.A. 10)
Η αντίσταση R_S θεωρείται ανοικτοκύκλωμα λόγω της πολύ μεγάλης τιμής της. Το ισοδύναμο για τη συχνότητα 1 KHz είναι



- $h_{fe} = 80$
- $h_{ie} = 5 \text{ K}\Omega$
- $h_o = 0 \Omega^{-1}$
- $h_r = 0$
- $C_1 = C_2 = C_E = 159 \mu\text{F}$
- $R_C = 20 \text{ K}\Omega$
- $R_1 = 10 \text{ K}\Omega$
- $R_2 = 20 \text{ K}\Omega$
- $C_E = 159 \mu\text{F}$
- $R_S = 1 \text{ M}\Omega$
- $R_E = 5 \text{ K}\Omega$

$$\frac{V_{OUT}}{V_{IN}} = \frac{-i_o \cdot R_C}{i_i \cdot h_{ie}} = \frac{-h_{fe} \cdot i_b \cdot R_C}{i_i \cdot h_{ie}} = -\frac{h_{fe} \cdot R_C}{h_{ie}} = -320 = -10 \cdot 2^5 = (20 + 5 \cdot 6) \text{dB} = 50 \text{dB}$$

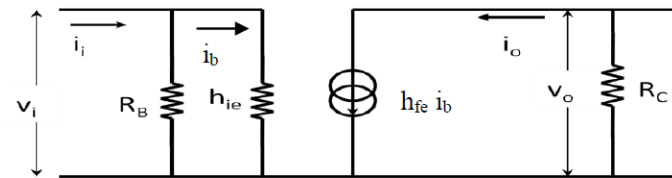
$$\frac{i_{OUT}}{i_{IN}} = \frac{-i_o}{i_i} = \frac{-h_{fe} \cdot i_b}{i_i} = -h_{fe} = -80 = -10 \cdot 2^3 = 20 + 6 \cdot 3 \text{dB} = 38 \text{dB}$$

A3. Το κέρδος τάσης και το κέρδος ρεύματος με τις αντιστάσεις R_1 και R_2 και ο συντελεστής ανάδρασης ρεύματος β . (B.A. 20)

Θεωρώντας ότι η συχνότητα λειτουργίας είναι 1 KHz, οι πυκνωτές είναι βραχυκυκλώματα και ο εκπομπός συνεχίζει να είναι γειωμένος.

Εφόσον η πηγή DC τάσης γειώνεται, οι αντιστάσεις R_1 και R_2 είναι παράλληλα μεταξύ τους, με συνολική αντίσταση $R_B = \frac{20 \cdot 10}{20 + 10} = \frac{20}{3} \text{ K}\Omega$. Η τάση εισόδου δεν αλλάξει, άρα το κέρδος τάσης παραμένει το ίδιο με το

προηγούμενο ερώτημα. Το κέρδος ρεύματος θα βρεθεί με διαιρέτη ρεύματος εφόσον οι αντιστάσεις h_{ie} και R_B έχουν στα άκρα τους το ίδιο δυναμικό.



$$\frac{V_{OUT}}{V_{IN}} = -320 = 50 \text{dB}$$

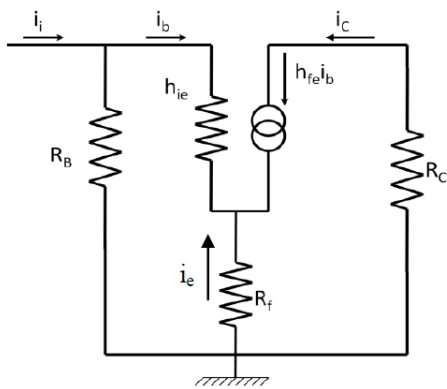
$$\frac{i_{OUT}}{i_{IN}} = \frac{-i_o}{i_i} = -h_{fe} \cdot \frac{i_b}{i_i} = -h_{fe} \cdot \frac{1}{\frac{1}{h_{ie}} + \frac{1}{R_B}} = -80 \cdot \frac{4}{7} = -46 = 33 \text{dB}$$

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΕΛΕΓΧΟΥ - ΑΝΑΔΡΑΣΗ

A4. Η νέα τιμή του πυκνωτή C_E , αν επιθυμούμε ανάδραση τάσης με συντελεστή ανάδρασης $\beta=0.03125$. **(B.A. 10)**

Το κέρδος τάσης χωρίς ανάδραση είναι $A=-320$. Δεδομένου του συντελεστή ανάδρασης (A, β ετερόσημα), μπορούμε να βρούμε το κέρδος τάσης με ανάδραση

$$A_f = \frac{A}{1 - \beta \cdot A} = \frac{-320}{1 + 0,03125 \cdot 320} = -29$$



$\beta = \frac{V_f}{V_o} = \frac{i_e \cdot R_f}{-i_c \cdot R_c} = \frac{R_f}{R_c} \Rightarrow R_f = \beta \cdot R_c$ όπου θεωρήσαμε $V_i = V_b - V_f \Rightarrow V_b = V_i + V_f$ (το σήμα ανάδρασης προστίθεται στην είσοδο, ο τύπος ανάδρασης με το -). Επομένως, μπορούμε να βρούμε το $R_f=625\Omega$.

$$R_f = \frac{R_E \cdot Z_C}{R_E + Z_C} \Rightarrow 625 = \frac{5000 \cdot |Z_C|}{5000 + |Z_C|} \Rightarrow |Z_C| = 714\Omega \Rightarrow \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C} = 714 \Rightarrow C = 2,2 \cdot 10^{-7} = 220\text{nF}$$

A5. Για τη νέα αυτή τιμή του πυκνωτή C_E να βρεθεί η αντίσταση εισόδου του κυκλώματος του σχήματος με τις αντιστάσεις R_1 και R_2 . **(B.A. 10)**

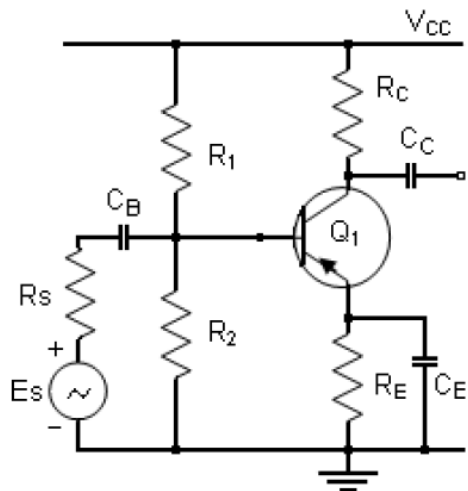
$$R_i = \frac{V_i}{i_i} = \frac{i_b \cdot h_{ie} - i_e \cdot R_f}{i_b + \frac{V_i}{R_B}} \approx \frac{-i_e (h_{ie} + h_{fe} \cdot R_f) \cdot R_B}{h_{ie} + h_{fe} \cdot R_f + R_B} = 6\text{K}\Omega$$

A6. Να βρεθούν τα I_0 και ο THD αν το σήμα εξόδου από το κύκλωμα με τις αντιστάσεις R_1 και R_2 είναι της μορφής: $i_{out}(t) = I_0 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 10^3 \cdot t) + \sin(4 \cdot \pi \cdot 10^3 \cdot t) + 0.1 \cdot \sin(16 \cdot \pi \cdot 10^3 \cdot t)$ **(B.A. 10)**

Το σήμα εισόδου έχει ενεργό τιμή 1mA και πλάτος 1,4mA. Το κέρδος ρεύματος είναι -46 και επομένως το πλάτος του σήματος εξόδου είναι -65mA. Η θεμελιώδης συχνότητα είναι το 1 KHz και εμφανίζεται η 8^η αρμονική με πλάτος 0,1mA. Ο συντελεστής παραμόρφωσης είναι $\text{THD} = \frac{0,1}{65} \cdot 100\% = 0,15\%$

$$(\text{Δίνονται } A_f = \frac{A}{1 - \beta \cdot A} \text{ και } \text{THD} = \sqrt{\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 + \left(\frac{V_3}{V_1}\right)^2 + \dots})$$

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΕΛΕΓΧΟΥ - ΑΝΑΔΡΑΣΗ



$h_f=40$
 $h_i=10\text{K}\Omega$
 $h_o=0$
 $h_r=0$
 $R_C=1,2\text{K}\Omega$
 $R_E=1\text{K}\Omega$
 $R_1=30\text{K}\Omega$
 $R_2=15\text{K}\Omega$
 $R_s=0$
 $C_i=10\text{nF}$
 $C_B=C_C=C_E=10\mu\text{F}$

Υποδείξεις για το ερώτημα Β

- (i) Αποδεικνύεται ότι για συχνότητες $f > 1,6\text{ KHz}$ θεωρούμε τον εκπομπό γειωμένο.
 (ii) Σε υψηλές συχνότητες η τιμή του h_f δεν είναι σταθερή αλλά εξαρτάται - μεταξύ άλλων και - από την τιμή του πυκνωτή C_i (ο οποίος είναι παράλληλα συνδεδεμένος στην εσωτερική αντίσταση εισόδου):

$$h_f(\omega) = \frac{h_f}{1 + j\omega C_i h_i}$$

- (iii) Ισχύει $A_f = \frac{A}{1 - \beta A}$ και $\text{THD} = \frac{\sqrt{V_2^2 + V_3^2 + \dots}}{V_1}$

- (iv) Θεωρείστε $\frac{10}{2\pi} \cong 1,6$ και $\sqrt{26} \cong 5$

Β) α) Να σχεδιαστεί το AC υβριδικό ισοδύναμο κύκλωμα ($f \gg 1,6\text{ KHz}$), για δύο περιπτώσεις: (i) Χωρίς αντίσταση πόλωσης της βάσης και (ii) Με αντίσταση πόλωσης της βάσης. Στη συνέχεια να αποδειχθεί ότι το κέρδος ρεύματος είναι:

Χωρίς αντίσταση πόλωσης βάσης $A = \frac{A_0}{1 + j\frac{f}{f_0}}$ όπου $A_0 = h_f$ και $f_0 = \frac{1}{2\pi h_i C_i}$

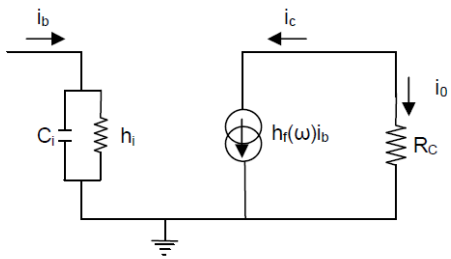
Με αντίσταση πόλωσης βάσης $A' = \frac{A_0'}{1 + j\frac{f}{f_0'}}$ όπου $A_0' = \frac{h_f R_{TH}}{h_i + R_{TH}}$ και $f_0' = \frac{h_i + R_{TH}}{2\pi h_i C_i R_{TH}}$

και τέλος, αφού βρεθούν αριθμητικές τιμές, να σχεδιαστούν τα διαγράμματα κέρδους συναρτήσει της συχνότητας. Τι παρατηρείτε; **(B.A.20)**

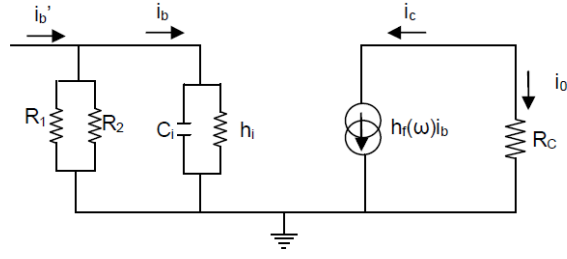
β) Θεωρούμε τις αντιστάσεις πόλωσης της βάσης ως κύκλωμα ανάδρασης. (i) Να βρεθεί ο συντελεστής ανάδρασης β_1 . (ii) Για $\beta_2 = -\beta_1$ τι θα συμβεί στο κύκλωμα; (iii) Αν υποτριπλασιάσουμε τις R_1 και R_2 να βρεθούν αριθμητικά: ο νέος συντελεστής ανάδρασης β_3 , το νέο κέρδος χαμηλών συχνοτήτων A_{03} και η νέα συχνότητα αποκοπής f_{03} . **(B.A.10)**

γ) Έστω σήμα $i_{in}(t) = 0,1 \cos(10^5 t)$ εισέρχεται στην είσοδο του ενισχυτή. Το σήμα εξόδου είναι $i_{out}(t) = x \cos(10^5 t + \frac{3\pi}{4}) + 0,05 \cos(2 \cdot 10^5 t + \frac{3\pi}{4}) + 0,02 \cos(3 \cdot 10^5 t + \frac{3\pi}{4})$. Να βρεθεί το x και ο συνολικός συντελεστής αρμονικής παραμόρφωσης. **(B.A.10)**

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΕΛΕΓΧΟΥ - ΑΝΑΔΡΑΣΗ



(i) Χωρίς Ανάδραση



(ii) Με Ανάδραση

α) (i) $A = \frac{i_o}{i_b} = \frac{-i_c}{i_b} = \frac{-h_f(\omega) \cdot i_b}{i_b} = -h_f(\omega) = -\frac{h_f}{1 + j\omega C_i h_i} = \frac{-h_f}{1 + jf2\pi C_i h_i} = \frac{A_0}{1 + j\frac{f}{f_0}}$ όπου $A_0 = -h_f$ και $f_0 = \frac{1}{2\pi h_i C_i}$

Αριθμητικές τιμές

$A_0 = -40$ και $f_0 = \frac{1}{2\pi \cdot 10^{-8}} = \frac{10}{2\pi \cdot 10^{-3}} = 3,2 \text{ KHz}$ οπότε $A = \frac{-40}{1 + j\frac{f}{3,2}}$, f σε KHz

(ii)

$A' = \frac{i_o}{i_b'} = \frac{i_c}{i_b} \cdot \frac{i_b}{i_b'} = -\frac{h_f}{1 + j\omega C_i h_i} \cdot \frac{i_b}{i_b'}$ (1)

Διαιρέτης ρεύματος: $\frac{i_b}{i_b'} = \frac{Z_R}{Z_R + Z_i}$ (2)

$Z_R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 10 \text{ K}\Omega$

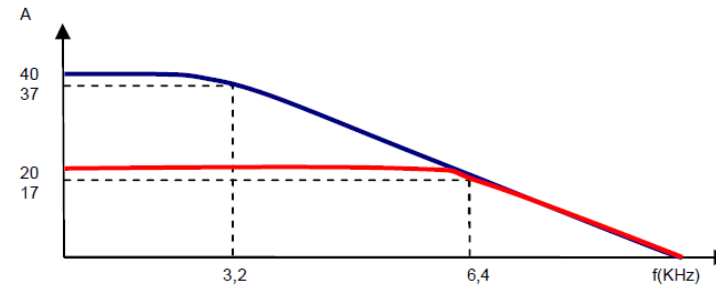
Αντικαθιστώντας (2), (3), (4) στην (1) προκύπτει

(3) $\Rightarrow A' = -\frac{h_f}{1 + j\omega C_i h_i} \cdot \frac{R_{TH}}{R_{TH} + \frac{h_i}{1 + j\omega h_i C_i}} = -\frac{h_f}{1 + j\omega C_i h_i} \cdot \frac{(1 + j\omega h_i C_i) R_{TH}}{(1 + j\omega h_i C_i) R_{TH} + h_i}$

$Z_i = \frac{h_i \frac{1}{j\omega C_i}}{h_i + \frac{1}{j\omega C_i}} = \frac{h_i}{1 + j\omega h_i C_i}$ (4)

$\Rightarrow A' = \frac{-h_f R_{TH}}{h_i + R_{TH} + j\omega h_i C_i R_{TH}} = \frac{-\frac{h_f R_{TH}}{h_i + R_{TH}}}{1 + j\omega \frac{h_i C_i R_{TH}}{h_i + R_{TH}}} = \frac{-\frac{h_f R_{TH}}{h_i + R_{TH}}}{1 + jf \frac{2\pi C_i R_{TH}}{h_i + R_{TH}}} = \frac{A_0'}{1 + j\frac{f}{f_0'}}$ όπου

$A_0' = \frac{-h_f R_{TH}}{h_i + R_{TH}} = \frac{-40 \cdot 10^4}{10^4 + 10^4} = -20$ και $f_0' = \frac{h_i + R_{TH}}{2\pi C_i R_{TH}} = \frac{2 \cdot 10^4}{2\pi} = 6,4 \text{ KHz}$ οπότε $A' = \frac{-20}{1 + j\frac{f}{6,4}}$, f σε KHz



Παρατηρούμε ότι $A_0 \Delta f = 40 \times 3,2 = 20 \times 6,4 = \text{σταθερό}$