

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΑΣΚΗΣΗ 20/12/2021 (ΔΣΛ)

Παθητικά Φίλτρα 1^{ης} τάξης

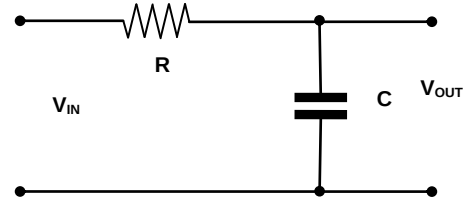
Τα αναλογικά φίλτρα είναι κυκλώματα επιλογής συχνότητας και χρησιμοποιούνται για την ενίσχυση ή την εξασθένηση ενός απλού ημιτονοειδούς σήματος (συνιστώσας) ή ενός μέρους του φάσματος συχνοτήτων. Τα ηλεκτρονικά φίλτρα χωρίζονται σε δύο μεγάλες ομάδες: τα παθητικά και τα ενεργά φίλτρα.

Τα παθητικά φίλτρα, αποτελούνται μόνο από παθητικά στοιχεία (αντιστάσεις, πυκνωτές, πηνία). Το κέρδος τους, δηλαδή το μέτρο της συνάρτησης μεταφοράς, στην καλύτερη περίπτωση μπορεί να είναι μονάδα ($20\log 1=0$ dB). Ανάλογα με το φάσμα συχνοτήτων στο οποίο επιτρέπουν ή απαγορεύουν τη διέλευση σημάτων, τα φίλτρα χωρίζονται στις ακόλουθες κατηγορίες: Βαθυπερατά (Φίλτρα χαμηλών συχνοτήτων), Υψιπερατά (Φίλτρα Υψηλών Συχνοτήτων), Ζωνοπερατά (Φίλτρα που επιτρέπουν τη διέλευση μιας ζώνης συχνοτήτων) και Ζωνοαποκοπτικά (φίλτρα που αποκόπτουν μια ζώνη συχνοτήτων).

1. Εισαγωγή στα βαθυπερατά παθητικά φίλτρα 1^{ης} τάξης

Το κύκλωμα του σχήματος 1.7 είναι ένα παθητικό βαθυπερατό φίλτρο.

Η συνάρτηση μεταφοράς, δηλαδή ο λόγος της τάσης εξόδου προς την τάση εισόδου είναι:



Σχήμα 1: Παθητικό βαθυπερατό φίλτρο

$$\frac{V_{OUT}}{V_{IN}} = \frac{Z_C}{Z_R + Z_C} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\omega RC} \quad (1.1)$$

Η συνάρτηση μεταφοράς ως μιγαδικός αριθμός μπορεί να γραφεί σε πολική μορφή, στην οποία το μέτρο θα το ονομάζουμε κέρδος (gain) και θα το συμβολίζουμε G.

$$\left| \frac{V_{OUT}}{V_{IN}} \right| = G = \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi \cdot f \cdot RC)^2}} \quad (1.2)$$

$$\phi = -\arctan(2\pi f \cdot RC) \quad (1.3)$$

Διερεύνηση: Όταν $f \rightarrow 0$ τότε $G(f)=1$ και $\phi=0^\circ$
Όταν $f \rightarrow \infty$ τότε $G(f)=0$ και $\phi=-90^\circ$
Όταν $f \rightarrow f_c$ $G = \frac{1}{\sqrt{2}}$ τότε και $\phi=45^\circ$

Δηλαδή, για να βρούμε την κρίσιμη συχνότητα αποκοπής f_c , δηλαδή τη συχνότητα όπου χάνεται η μισή ισχύς, λύνουμε την ακόλουθη εξίσωση

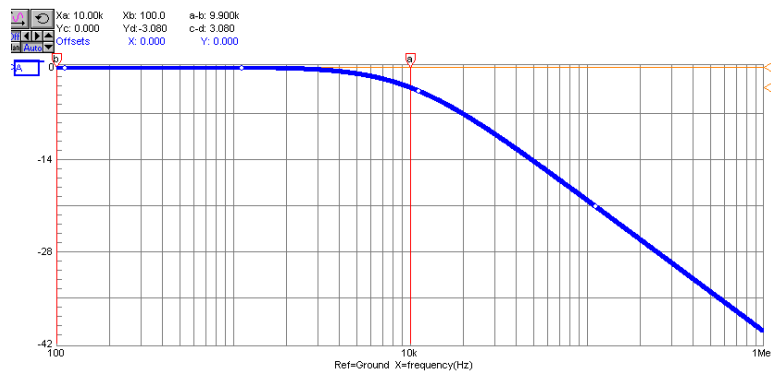
$$G = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi f_c RC)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow (2\pi f_c RC)^2 = 1 \Rightarrow f_c = \frac{1}{2\pi RC} \quad (1.4)$$

Η συχνότητα αποκοπής του βαθυπερατού φίλτρου εξαρτάται αντιστρόφως ανάλογα από τις τιμές του πυκνωτή και της αντίστασης. Είναι μία σταθερά του κυκλώματος.

Όπως παρουσιάζεται στο σχήμα 1.8, η κλίση της γραφικής παράστασης της συνάρτησης κέρδους για τις συχνότητες αποκοπής (μεγαλύτερες από $10f_c$) είναι -20dB/δεκάδα ή -6dB/οκτάβα. Αυτό ισχύει για τα φίλτρα 1^{ης} τάξης, δηλαδή τα φίλτρα που περιέχουν μόνο ένα άεργο στοιχείο (πυκνωτή-πηνίο). Για να βρεθεί η συχνότητα αποκοπής αρκεί να βρεθεί το σημείο όπου χάνεται η μισή ισχύς ή 3 dB

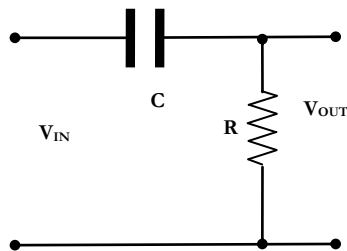
$$\frac{P_{OUT}}{P_{IN}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\frac{V_{OUT}^2}{R_{OUT}}}{\frac{V_{IN}^2}{R_{IN}}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{V_{OUT}^2}{V_{IN}^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{V_{OUT}}{V_{IN}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (1.5)$$

$$10 \log \frac{P_{OUT}}{P_{IN}} = -3 \text{dB} \quad \text{ή} \quad 20 \log \frac{V_{OUT}}{V_{IN}} = -3 \text{dB}$$



Σχήμα 1.8. Απόκριση βαθυποερατού παθητικού φίλτρου 1ης τάξης

2. Εισαγωγή στα υπερπαρατά παθητικά φίλτρα 1^{ης} τάξης



Το κύκλωμα του σχήματος 1.9 είναι ένα υπερπαρατά παθητικό φίλτρο 1^{ης} τάξης. Με μία πρώτη ματιά, μπορούμε να διακρίνουμε ότι σε περίπτωση που εισέλθει στο κύκλωμα DC σήμα, αυτό θα κοπεί από τον πυκνωτή αφού η αντίσταση του πυκνωτή είναι αντιστρόφως ανάλογη της συχνότητας.

Σχήμα 4.13. Το RC παθητικό υπερπαρατά φίλτρο

$$\frac{V_{OUT}}{V_{IN}} = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC} \quad (1.6)$$

$$\left| \frac{V_{OUT}}{V_{IN}} \right| = G = \frac{\omega RC}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} \quad (1.7)$$

$$\varphi = \text{τοξεφ}(\infty) - \text{τοξεφ}(\omega RC) = 90^\circ - \text{τοξεφ}(\omega RC) \quad (1.8)$$

Διερεύνηση: Αν $\omega=0$ τότε $\left| \frac{V_{OUT}}{V_{IN}} \right| = 0$ και $\varphi=90^\circ$

$$\text{Αν } \omega \rightarrow \infty \text{ τότε } \left| \frac{V_{OUT}}{V_{IN}} \right| = \frac{\frac{\omega RC}{\omega}}{\sqrt{\frac{1}{\omega^2} + (RC)^2}} = 1 \text{ και } \varphi=0^\circ$$

Αναζητούμε τη συχνότητα αποκοπής, λύνοντας την εξίσωση:

$$\left| \frac{V_{OUT}}{V_{IN}} \right| = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{\omega RC}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow 1 + (\omega RC)^2 = 2(\omega RC)^2 \Rightarrow (\omega RC)^2 = 1 \Rightarrow \omega = \frac{1}{RC}$$

Στη συχνότητα αποκοπής η φάση είναι $\varphi = \text{τοξεφ}(\infty) - \text{τοξεφ}(1) = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$

3. Αντικείμενο - Σκοπός

Σκοπός του πειράματος είναι να ελέγξουμε την απόκριση συχνότητας ενός παθητικού φίλτρου, χαμηλών συχνοτήτων. Αυτό μπορεί να γίνει με δύο τρόπους. Ο πειραματικός-εργαστηριακός τρόπος προϋποθέτει μετρήσεις απόκρισης του κυκλώματος για σήματα διαφόρων συχνοτήτων και στη συνέχεια σχεδίαση της απόκρισης γραφικά. Ο δεύτερος τρόπος προϋποθέτει την εκμάθηση του προγράμματος προσομοίωσης CIRCUIT LOGIX και τη χρήση του εικονικού αναλυτή φάσματος για απευθείας σχεδίαση της γραφικής παράστασης του κέρδους του κυκλώματος συναρτήσει της συχνότητας.

4. Απαιτούμενος Εξοπλισμός

Πρόγραμμα CIRCUIT LOGIX

αντίσταση $R = 15\text{ K}\Omega$

Γεννήτρια ακουστικής συχνότητας

πυκνωτής $C = 10\text{ nF}$

Παλμογράφος

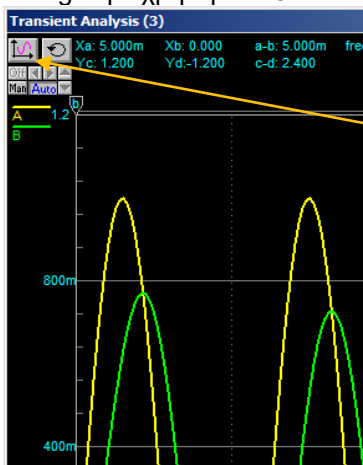
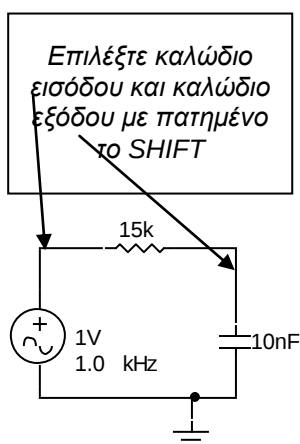
5. Διαδικασία Πειράματος

1. Να σχεδιαστεί βαθυπερατό παθητικό φίλτρο 1ης τάξης. Να βρεθεί η συνάρτηση μεταφοράς, το μέτρο και η φάση αυτής. Θεωρώντας $R=15\text{K}\Omega$ και $C=10\text{nF}$, να βρεθεί η θεωρητική τιμή της συχνότητας αποκοπής. Με τις ίδιες τιμές των στοιχείων να γραφούν το μέτρο και η φάση της συνάρτησης μεταφοράς ως συνάρτηση της συχνότητας μόνο και να συμπληρωθεί ο ακόλουθος πίνακας.

f(KHz)	$ V_{OUT}/V_{IN} $	$\phi (^{\circ})$	G(dB)
0.1			
0.5			
0.8			
1			
5			
10			
20			
40			
50			
80			
100			

Σχεδιάστε τα διαγράμματα Bode (μέτρο σε dB και φάση)

2. Σχεδιάστε το κύκλωμα στο Circuit Logix με χρήση $R=15\text{K}\Omega$ και $C=10\text{nF}$.



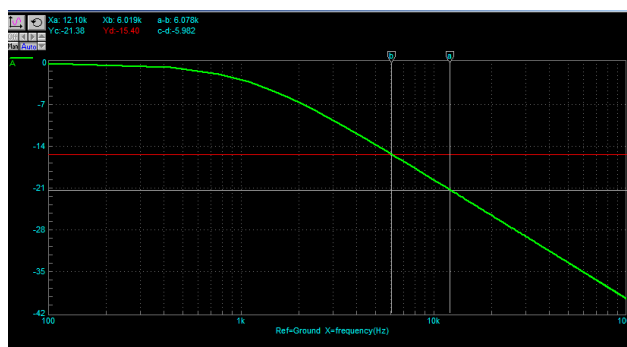
Επιλέξτε
Show Div. Values

Εφαρμόστε ημιτονοειδή εναλλασσόμενη τάση στην είσοδο του κυκλώματος, πλάτους 1V. Για διάφορες τιμές της συχνότητας της τάσης εισόδου (A), μετρήστε την τάση εξόδου (B). Επίσης, μετρήστε τη χρονική καθυστέρηση της τάσης εξόδου και παρουσιάστε τα αποτελέσματα στον ακόλουθο πίνακα

f(Hz)	V _{OUT} (Volt)	Δt (μs)	φ (°)	V _{OUT} /V _{IN}	G(dB)
0.1					
0.5					
0.8					
1					
5					
10					
20					
40					
50					
80					
100					

Σχεδιάστε τα διαγράμματα Bode.

3. Από το μενού Options επιλέξτε Analog Analysis και επιτρέψτε (enabled) την AC Analysis (Bode Plotter) να κυμανθεί από 100Hz έως 100KHz. Στο παράθυρο μετρήσεων θέστε τη συχνότητα σε λογαριθμική κλίμακα ενώ το κέρδος σε γραμμική κλίμακα αλλά σε dB. Συμφωνούν τα αποτελέσματα με τα αποτελέσματα του βήματος 1 και 2; Πότε ισχύει η γνωστή κλίση για τις οκτάβες και τις δεκάδες;



4. Υλοποιήστε το κύκλωμα στο breadboard και επαναλάβετε τις μετρήσεις του βήματος 2.

f(Hz)	V _{OUT} (Volt)	Δt (μs)	φ (°)	V _{OUT} /V _{IN}	G(dB)
0.1					
0.5					
0.8					
1					
5					
10					
20					
40					
50					
80					
100					

Συμφωνούν οι πειραματικές μετρήσεις με τα θεωρητικά αποτελέσματα και τα αποτελέσματα της προσομοίωσης;

5. Εφαρμόστε τετραγωνικό παλμό στην είσοδο του κυκλώματος, κατάλληλης συχνότητας έτσι ώστε να παρατηρήσετε τη διαδικασία της ολοκλήρωσης στο σήμα εξόδου.