

# ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗ Ι

Αναλογικά Ηλεκτρονικά Κυκλώματα  
Εισαγωγή

Α. Τσιγκόπουλος, Καθηγητής  
Α. Στασινάκης, Επίκουρος Καθηγητής

Σχολή Ναυτικών Δοκίμων  
Γ' Δοκίμων (Μάχιμοι/Μηχανικοί)

Ακαδημαϊκό Έτος 2026--2027

## 1 Βασικές Έννοιες Ηλεκτρονικής

- Σήματα AC και DC
- Μιγαδικοί Αριθμοί
- Σύνθετη Αντίσταση
- Σειρές Fourier
- Κλίμακα Decibel
- Συνάρτηση Μεταφοράς και Απόκριση Συχνότητας

# Βασικές Έννοιες Ηλεκτρονικής

---

## 1 Βασικές Έννοιες Ηλεκτρονικής

- Σήματα AC και DC
- Μιγαδικοί Αριθμοί
- Σύνθετη Αντίσταση
- Σειρές Fourier
- Κλίμακα Decibel
- Συνάρτηση Μεταφοράς και Απόκριση Συχνότητας

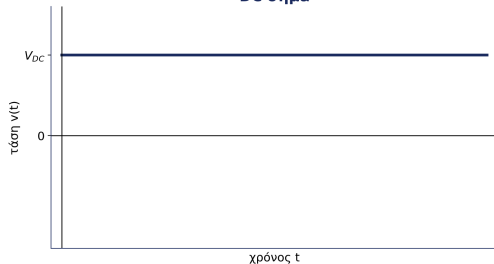
# Σήματα AC και DC

## Βασική ιδέα

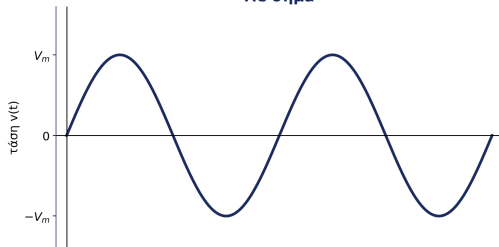
Τα ηλεκτρικά σήματα ταξινομούνται αρχικά ανάλογα με το αν η τιμή και η πολικότητά τους παραμένουν σταθερές ή μεταβάλλονται με τον χρόνο.

- **DC** (Direct Current): σταθερή πολικότητα.
- **AC** (Alternating Current): μεταβαλλόμενη τιμή και εναλλαγή πολικότητας.
- Η διάκριση AC/DC είναι θεμελιώδης στην ανάλυση ηλεκτρονικών κυκλωμάτων.

DC σήμα



AC σήμα



# DC σήματα

## Ορισμός

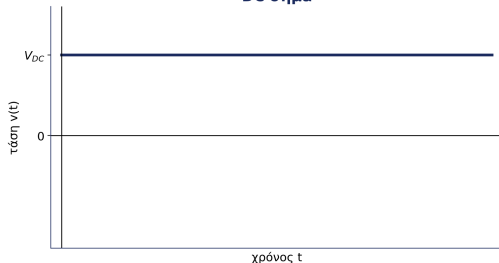
Ένα **DC σήμα** (Direct Current) έχει **σταθερή πολικότητα** ως προς τον χρόνο.

Στην ιδανική περίπτωση η τιμή του παραμένει σταθερή:

$$v(t) = V_{DC}$$

- Δεν αλλάζει πρόσημο με τον χρόνο.
- Η ιδανική DC τάση έχει σταθερό πλάτος.
- Παραδείγματα:
  - μπαταρίες,
  - DC τροφοδοτικά,
  - τάσεις πόλωσης ηλεκτρονικών κυκλωμάτων.

DC σήμα



## Πρακτική παρατήρηση

Ένα πραγματικό DC σήμα δεν είναι πάντα απόλυτα σταθερό: μπορεί να περιέχει μικρή AC συνιστώσα (ripple).

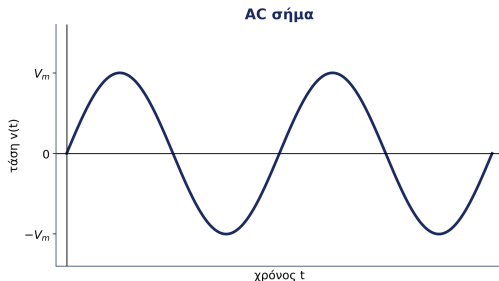
## Ορισμός

Ένα **AC σήμα** (Alternating Current) μεταβάλλεται με τον χρόνο και η πολικότητά του **εναλλάσσεται περιοδικά**.

Η πιο χαρακτηριστική μορφή AC σήματος είναι το **ημιτονοειδές σήμα**:

$$v(t) = V_m \sin(\omega t + \varphi)$$

- Το σήμα λαμβάνει θετικές και αρνητικές τιμές.
- Η μορφή του επαναλαμβάνεται μετά από συγκεκριμένο χρονικό διάστημα.



# Βασικά χαρακτηριστικά ημιτονοειδούς σήματος

Για το ημιτονοειδές σήμα

$$v(t) = V_m \sin(\omega t + \varphi)$$

τα βασικά χαρακτηριστικά είναι:

$V_m$ : **Μέγιστη τιμή ή πλάτος** του σήματος.

$T$ : **Περίοδος**, δηλαδή ο χρόνος που απαιτείται για έναν πλήρη κύκλο.

$f$ : **Συχνότητα**, δηλαδή ο αριθμός κύκλων ανά δευτερόλεπτο.

$\omega$ : **Γωνιακή συχνότητα**.

$\varphi$ : **Αρχική φάση** του σήματος.

## Περίοδος και συχνότητα

$$f = \frac{1}{T}$$

όπου η συχνότητα μετρείται σε Hertz:

## Γωνιακή συχνότητα

$$\omega = 2\pi f$$

και επομένως

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

με μονάδα:

$$[\omega] = \text{rad/s}$$

# Πλάτος και περίοδος AC σήματος

## Πλάτος

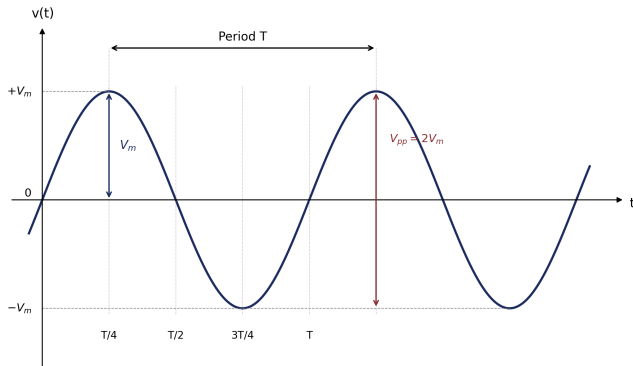
Το  $V_m$  εκφράζει τη μέγιστη απόκλιση του σήματος από τη μηδενική στάθμη.

$$-V_m \leq v(t) \leq V_m$$

Για συμμετρικό ημιτονοειδές σήμα:

$$V_{pp} = 2V_m$$

όπου  $V_{pp}$  είναι η **τάση κορυφής-προς-κορυφή**.



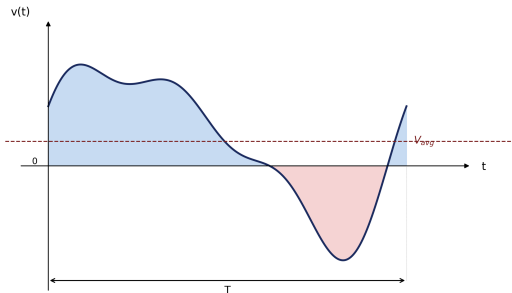
# Μέση τιμή περιοδικού σήματος

## Ορισμός

Για ένα περιοδικό σήμα  $v(t)$  περιόδου  $T$ , η **μέση τιμή** σε μία πλήρη περίοδο ορίζεται ως

$$V_{\text{avg}} = \frac{1}{T} \int_0^T v(t) dt$$

- Η ολοκλήρωση λαμβάνει υπόψη όλες τις στιγμιαίες τιμές του σήματος κατά τη διάρκεια μιας περιόδου.
- Οι θετικές περιοχές συνεισφέρουν θετικά στο ολοκλήρωμα.
- Οι αρνητικές περιοχές συνεισφέρουν αρνητικά.
- Η μέση τιμή αντιστοιχεί στη **DC συνιστώσα** του περιοδικού σήματος.



## Βασική ιδέα

Η μέση τιμή εξαρτάται από το **αλγεβρικό εμβαδό** του σήματος πάνω και κάτω από τον άξονα του χρόνου.

# Μέση τιμή ημιτονοειδούς AC σήματος

Για ένα καθαρό ημιτονοειδές σήμα

$$v(t) = V_m \sin(\omega t)$$

η μέση τιμή σε μία πλήρη περίοδο είναι

$$V_{\text{avg}} = \frac{1}{T} \int_0^T V_m \sin(\omega t) dt$$

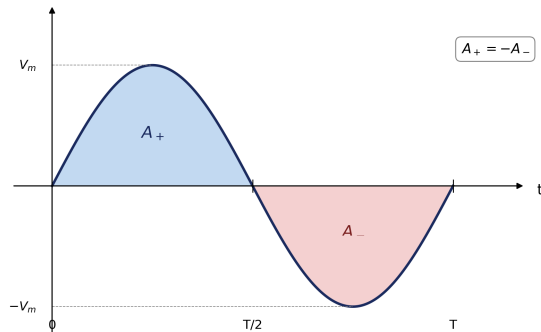
## Σε μία πλήρη περίοδο

Η θετική ημιπερίοδος και η αρνητική ημιπερίοδος έχουν ίσα εμβαδά. Επομένως

$$\int_0^T v(t) dt = 0$$

και τελικά

$$V_{\text{avg}} = 0$$



# Τι σημαίνει $V_{\text{avg}} = 0$ ;

## Προσοχή

Για ένα καθαρό συμμετρικό AC σήμα,

$$V_{\text{avg}} = 0$$

**δεν σημαίνει** ότι η στιγμιαία τάση είναι μηδενική.

- Η τάση  $v(t)$  μεταβάλλεται συνεχώς με τον χρόνο.
- Μπορεί να λαμβάνει σημαντικές θετικές και αρνητικές τιμές.
- Η μέση τιμή γίνεται μηδέν επειδή οι δύο ημιπερίοδοι αλληλοαναιρούνται.

## Άρα χρειαζόμαστε άλλο μέγεθος

Η μέση τιμή δεν περιγράφει πόσο "ίσχυρό" είναι ένα συμμετρικό AC σήμα.

Για αυτό χρησιμοποιούμε την

Ενεργό τιμή (RMS)

η οποία θα εξεταστεί στη συνέχεια.

# Ενεργός τιμή (RMS)

## Ορισμός

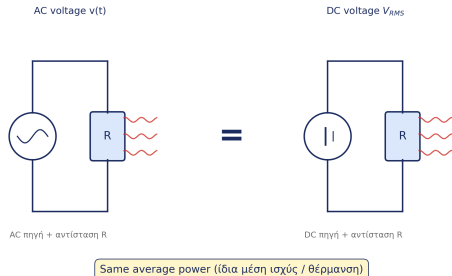
Η **ενεργός τιμή** ενός περιοδικού σήματος  $v(t)$  ορίζεται ως

$$V_{\text{RMS}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v^2(t) dt}$$

όπου RMS σημαίνει Root Mean Square.

## Γιατί είναι σημαντική;

Η RMS τιμή εκφράζει την **ισοδύναμη DC τιμή** που θα προκαλούσε την ίδια θερμική επίδραση σε μία αντίσταση.



# RMS τιμή ημιτονοειδούς σήματος

Για

$$v(t) = V_m \sin(\omega t)$$

η ενεργός τιμή είναι

$$V_{\text{RMS}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T V_m^2 \sin^2(\omega t) dt}.$$

προκύπτει

$$V_{\text{RMS}} = \sqrt{\frac{V_m^2}{2}} = \boxed{\frac{V_m}{\sqrt{2}}}.$$

Για ημιτονοειδή τάση

$$V_{\text{RMS}} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \approx 0.707 V_m$$

Αντίστροφα

$$V_m = \sqrt{2} V_{\text{RMS}}$$

# Παράδειγμα RMS τιμής

## Παράδειγμα

Έστω ημιτονοειδής τάση με ενεργό τιμή

$$V_{\text{RMS}} = 230 \text{ V.}$$

Η μέγιστη τιμή είναι

$$V_m = \sqrt{2} V_{\text{RMS}}$$

και επομένως

$$V_m = \sqrt{2} \cdot 230 \approx 325 \text{ V.}$$

## Σημαντικό

Όταν αναφέρουμε μια AC τάση ως ``230 V'', συνήθως εννοούμε την **RMS τιμή** και όχι τη μέγιστη στιγμιαία τιμή.

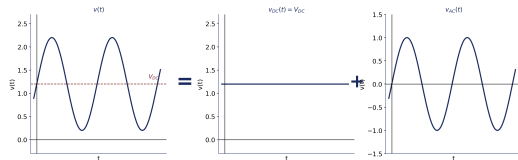
## Ανάλυση ενός σήματος

Ένα περιοδικό σήμα μπορεί να γραφεί ως άθροισμα μιας **σταθερής** και μιας **μεταβαλλόμενης** συνιστώσας:

$$v(t) = V_{DC} + v_{AC}(t)$$

$V_{DC}$ : η **DC συνιστώσα**, η οποία παραμένει σταθερή με τον χρόνο.

$v_{AC}(t)$ : η **AC συνιστώσα**, η οποία μεταβάλλεται γύρω από τη μηδενική στάθμη.



## Σημαντική σχέση

Η DC συνιστώσα ισούται με τη μέση τιμή του σήματος:

$$V_{DC} = V_{avg}$$

# Ημιτονοειδές σήμα με DC συνιστώσα

Έστω ένα σήμα της μορφής

$$v(t) = V_{DC} + V_m \sin(\omega t + \varphi)$$

## Ανάλυση του σήματος

Μπορούμε να το γράψουμε ως άθροισμα δύο συνιστωσών:

$$\underbrace{v(t)}_{\text{συνολικό σήμα}} = \underbrace{V_{DC}}_{\text{DC}} + \underbrace{V_m \sin(\omega t + \varphi)}_{\text{AC}}$$

### DC συνιστώσα

$$v_{DC}(t) = V_{DC}$$

Καθορίζει τη **μέση στάθμη** γύρω από την οποία μεταβάλλεται το σήμα.

### AC συνιστώσα

$$v_{AC}(t) = V_m \sin(\omega t + \varphi)$$

Η AC συνιστώσα ταλαντώνεται γύρω από το μηδέν και έχει **μέση τιμή μηδέν**.

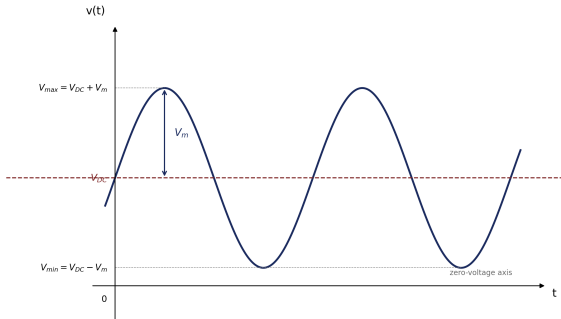
# Γραφική ερμηνεία της DC συνιστώσας

## Τι αλλάζει η DC συνιστώσα;

Η προσθήκη του  $V_{DC}$  μετατοπίζει ολόκληρο το ημιτονοειδές σήμα κατακόρυφα.

Το σήμα δεν ταλαντώνεται πλέον γύρω από το μηδέν, αλλά γύρω από τη στάθμη

$V_{DC}$ .



## Μέγιστη και ελάχιστη τιμή

$$V_{max} = V_{DC} + V_m$$

$$V_{min} = V_{DC} - V_m$$

# Επίδραση της DC συνιστώσας

$$V_{DC} > 0$$

Η DC συνιστώσα μετατοπίζει ολόκληρο το AC σήμα **προς τα πάνω** κατά  $V_{DC}$ .

$$V_{DC} < 0$$

Η DC συνιστώσα μετατοπίζει ολόκληρο το AC σήμα **προς τα κάτω** κατά  $|V_{DC}|$ .

**Τι δεν αλλάζει;**

Η προσθήκη DC συνιστώσας δεν αλλάζει:

- το πλάτος  $V_m$  της AC συνιστώσας,
- την περίοδο  $T$ ,
- τη συχνότητα  $f$ ,
- τη φάση  $\varphi$ .

Αλλάζει μόνο τη **στάθμη** γύρω από την οποία ταλαντώνεται το σήμα.

$$\text{Σήμα} = \text{DC στάθμη} + \text{κυμάτωση}$$

# Σύγκριση AC και DC σημάτων

## DC σήμα

$$v(t) = V_{DC}$$

- Σταθερή πολικότητα.
- Στην ιδανική περίπτωση έχει **σταθερό πλάτος**.
- Δεν παρουσιάζει περιοδική εναλλαγή θετικών και αρνητικών τιμών.
- Η μέση τιμή του είναι γενικά διαφορετική από το μηδέν:

$$V_{avg} = V_{DC}.$$

## AC σήμα

$$v(t) = V_m \sin(\omega t + \varphi)$$

- Η τιμή του **μεταβάλλεται με τον χρόνο**.
- Η πολικότητά του μπορεί να **εναλλάσσεται**.
- Χαρακτηρίζεται από περίοδο  $T$  και συχνότητα  $f$ .
- Για συμμετρικό καθαρό ημίτονο:

$$V_{avg} = 0.$$

### DC

Παραδείγματα πηγών και σημάτων:

- Μπαταρία
- DC τροφοδοτικό
- Τάση πόλωσης
- Έξοδος σταθεροποιητή τάσης

### AC

Παραδείγματα:

- Ημιτονοειδής γεννήτρια
- Τάση ηλεκτρικού δικτύου
- Σήματα επικοινωνιών

$$v(t) = V_{DC}$$

σταθερή στάθμη

---

**AC**

$$v(t) = V_m \sin(\omega t + \varphi)$$

χρονικά μεταβαλλόμενο σήμα

# Παράδειγμα 1 -- Περίοδος AC σήματος

## Δίνεται

Ένα ημιτονοειδές σήμα έχει συχνότητα

$$f = 50 \text{ Hz.}$$

Να υπολογιστεί η περίοδός του.

Χρησιμοποιούμε τη σχέση

$$T = \frac{1}{f}.$$

Άρα

$$T = \frac{1}{50} = 0.02 \text{ s.}$$

Επομένως

$$T = 20 \text{ ms}$$

## Ερμηνεία

Σε ένα δευτερόλεπτο πραγματοποιούνται

50

πλήρεις κύκλοι του σήματος.

Κάθε κύκλος διαρκεί

20 ms.

## Παράδειγμα 2 -- RMS και μέγιστη τιμή

### Δίνεται

Μία ημιτονοειδής τάση έχει ενεργό τιμή

$$V_{\text{RMS}} = 230 \text{ V.}$$

Να υπολογιστούν η μέγιστη και η κορυφή-προς-κορυφή τιμή.

Για ημιτονοειδές σήμα:

$$V_{\text{RMS}} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}.$$

Άρα

$$V_m = \sqrt{2} V_{\text{RMS}} = \sqrt{2} \cdot 230 \approx 325 \text{ V.}$$

Η τάση κορυφής-προς-κορυφή είναι

$$V_{pp} = 2V_m.$$

Επομένως

$$V_{pp} = 2 \cdot 325 \approx 650 \text{ V.}$$

### Αποτελέσματα

$$V_m \approx 325 \text{ V}$$

## Παράδειγμα 3 -- DC και AC συνιστώσα

### Δίνεται

Έστω το σήμα

$$v(t) = 5 + 2 \sin(100\pi t) \quad [\text{V}].$$

Από τη γενική μορφή

$$v(t) = V_{\text{DC}} + V_m \sin(\omega t)$$

αναγνωρίζουμε άμεσα:

$$V_{\text{DC}} = 5 \text{ V}$$

και

$$V_m = 2 \text{ V}.$$

### Ερμηνεία

Η DC συνιστώσα καθορίζει τη μέση στάθμη του σήματος, ενώ το  $V_m$  καθορίζει το πλάτος της AC ταλάντωσης.

## Παράδειγμα 3 -- Συχνότητα του σήματος

Για το σήμα

$$v(t) = 5 + 2 \sin(100\pi t)$$

η κυκλική συχνότητα είναι

$$\omega = 100\pi \text{ rad/s}.$$

### Σχέση κυκλικής και κανονικής συχνότητας

Ισχύει:

$$\omega = 2\pi f.$$

Άρα:

$$f = \frac{\omega}{2\pi}$$

και επομένως

$$f = \frac{100\pi}{2\pi} = 50 \text{ Hz}.$$

## Παράδειγμα 3 -- Εύρος μεταβολής του σήματος

Για το σήμα

$$v(t) = 5 + 2 \sin(100\pi t)$$

έχουμε

$$V_{\text{DC}} = 5 \text{ V}, \quad V_m = 2 \text{ V}.$$

### Μέγιστη τιμή

$$V_{\text{max}} = V_{\text{DC}} + V_m$$

$$V_{\text{max}} = 5 + 2 = 7 \text{ V}.$$

### Ελάχιστη τιμή

$$V_{\text{min}} = V_{\text{DC}} - V_m$$

$$V_{\text{min}} = 5 - 2 = 3 \text{ V}.$$

## Τι είδαμε

- Τη βασική διάκριση μεταξύ **DC** και **AC** σημάτων.
- Τα βασικά χαρακτηριστικά ενός ημιτονοειδούς AC σήματος: πλάτος, περίοδο, συχνότητα και φάση.
- Την έννοια της **μέσης τιμής** ενός περιοδικού σήματος.
- Την έννοια της **ενεργού τιμής (RMS)** και τη φυσική σημασία της.
- Την ανάλυση ενός σήματος σε **DC και AC συνιστώσα**.

## Τι πρέπει να γνωρίζουμε καλά

- Να αναγνωρίζουμε από τη χρονική μορφή αν ένα σήμα είναι DC, AC ή συνδυασμός των δύο.
- Να ξεχωρίζουμε τη **μέση τιμή** από την **ενεργό τιμή**.
- Να ερμηνεύουμε σωστά το πλάτος, την περίοδο και τη συχνότητα ενός AC σήματος.
- Να εντοπίζουμε τη DC στάθμη και την AC μεταβολή σε ένα σύνθετο σήμα.
- Να μπορούμε να συνδέουμε τα παραπάνω μεγέθη με πραγματικές ηλεκτρικές και ηλεκτρονικές εφαρμογές.

## 1 Βασικές Έννοιες Ηλεκτρονικής

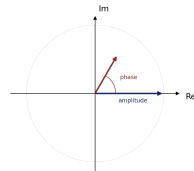
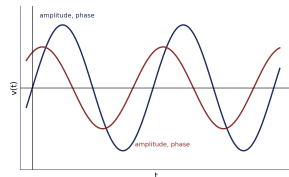
- Σήματα AC και DC
- **Μιγαδικοί Αριθμοί**
- Σύνθετη Αντίσταση
- Σειρές Fourier
- Κλίμακα Decibel
- Συνάρτηση Μεταφοράς και Απόκριση Συχνότητας

# Γιατί μιγαδικοί αριθμοί;

## Βασική ιδέα

Στην ανάλυση των AC κυκλωμάτων δεν μας ενδιαφέρει μόνο το **πλάτος** ενός ημιτονοειδούς σήματος, αλλά και η **φάση** του.

- Δύο ημιτονοειδή σήματα μπορεί να έχουν την ίδια συχνότητα αλλά διαφορετικό πλάτος και φάση.
- Με αυτόν τον τρόπο, η ανάλυση AC κυκλωμάτων μετατρέπεται σε πολύ πιο απλές αλγεβρικές πράξεις.



## Στόχος

Να χρησιμοποιήσουμε τους μιγαδικούς αριθμούς ως εργαλείο για την περιγραφή ημιτονοειδών σημάτων και διαφορών φάσης.

# Μιγαδικοί αριθμοί -- Ορθογώνια μορφή

## Ορισμός

Ένας μιγαδικός αριθμός γράφεται στη μορφή

$$z = a + jb$$

όπου:

$a$ : πραγματικό μέρος

$$a = \Re\{z\}$$

$b$ : φανταστικό μέρος

$$b = \Im\{z\}$$

$j$ : φανταστική μονάδα

$$j^2 = -1$$

## Σημειογραφία στην Ηλεκτρονική

Στην Ηλεκτρονική χρησιμοποιούμε το σύμβολο  $j$  για τη φανταστική μονάδα αντί του  $i$ , επειδή το  $i$  χρησιμοποιείται συνήθως για τον συμβολισμό του ηλεκτρικού ρεύματος.

## Παράδειγμα

Έστω

$$z = 3 + j4.$$

Συγκρίνοντας με τη γενική μορφή

$$z = a + jb,$$

προκύπτει

$$\Re\{z\} = 3$$

$$\Im\{z\} = 4.$$

# Γεωμετρική ερμηνεία μιγαδικού αριθμού

Ο μιγαδικός αριθμός

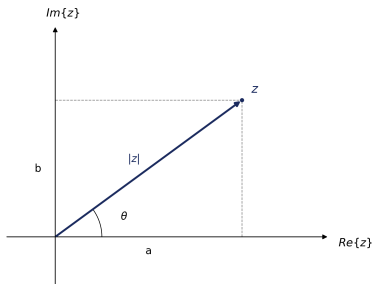
$$z = a + jb$$

μπορεί να αναπαρασταθεί ως διάνυσμα  
στο **μιγαδικό επίπεδο**.

## Μέτρο

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Το  $|z|$  εκφράζει το μήκος του διανύσματος.



## Γωνία

$$\theta = \tan^{-1} \left( \frac{b}{a} \right)$$

Η  $\theta$  εκφράζει τη γωνία ως προς τον πραγματικό άξονα.

# Ορθογώνια και πολική μορφή

## Ορθογώνια μορφή

$$z = a + jb$$

Χρησιμοποιείται κυρίως όταν θέλουμε να κάνουμε **πρόσθεση ή αφαίρεση** μιγαδικών αριθμών.

## Πολική μορφή

$$z = |z| \angle \theta$$

Η πολική μορφή περιγράφει άμεσα:

- το **μέτρο**  $|z|$ ,
- τη **φάση**  $\theta$ .

Χρησιμοποιείται ιδιαίτερα στην ανάλυση AC σημάτων.

## Κεντρική ιδέα

Οι δύο μορφές περιγράφουν τον **ίδιο μιγαδικό αριθμό**. Επιλέγουμε τη μορφή που διευκολύνει κάθε υπολογισμό.

# Μιγαδικοί αριθμοί και ημιτονοειδή σήματα

## Ημιτονοειδές σήμα

Έστω η τάση

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \varphi).$$

Για την περιγραφή της χρειαζόμαστε:

- το πλάτος,
- τη συχνότητα,
- τη φάση.

## Βασική ιδέα

Όταν όλα τα σήματα ενός AC κυκλώματος έχουν την ίδια συχνότητα, η χρονική εξάρτηση μπορεί να θεωρηθεί κοινή.

## Αναπαράσταση με Φάσορες

Το ημιτονοειδές σήμα αντιστοιχίζεται στον φάσορα

$$\underline{V} = V \angle \varphi$$

όπου:

- $V$ : μέτρο του φάσορα,
- $\varphi$ : γωνία φάσης.

Στην ανάλυση κυκλωμάτων το  $V$  χρησιμοποιείται συνήθως ως **ενεργός τιμή (RMS)**.

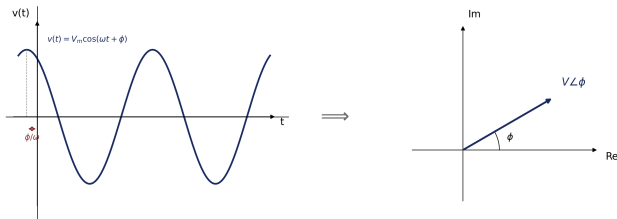
# Γεωμετρική ερμηνεία του φάσора

Ο φάσοντας

$$\underline{V} = V \angle \varphi$$

παριστάνεται ως διάνυσμα στο μιγαδικό επίπεδο.

- Το μήκος του διανύσματος εκφράζει το **μέτρο**  $V$ .
- Η γωνία του ως προς τον πραγματικό άξονα εκφράζει τη **φάση**  $\varphi$ .
- Η διαφορά γωνίας μεταξύ δύο φασόρων εκφράζει τη **διαφορά φάσης** των αντίστοιχων σημάτων.



## Σημαντικό

Ο φάσοντας δεν είναι το ίδιο το χρονικό σήμα. Είναι η μιγαδική αναπαράστασή του.

# Διαφορά φάσης και φάσορες

Έστω δύο ημιτονοειδή σήματα ίδιας συχνότητας:

$$v_1(t) = V_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$$

$$v_2(t) = V_2 \cos(\omega t + \varphi_2).$$

## Αντίστοιχοι φάσορες

Οι φάσορες των δύο σημάτων είναι:

$$\underline{V}_1 = V_1 \angle \varphi_1 \quad \underline{V}_2 = V_2 \angle \varphi_2$$

## Διαφορά φάσης

Η διαφορά φάσης των δύο σημάτων είναι

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1.$$

## Σύγκριση των δύο σημάτων

- Αν

$$\Delta\varphi = 0,$$

τα δύο σήματα είναι **σε φάση**.

- Αν

$$\Delta\varphi > 0,$$

το δεύτερο σήμα **προηγείται** ως προς το πρώτο.

- Αν

$$\Delta\varphi < 0,$$

το δεύτερο σήμα **υστερεί** ως προς το πρώτο.

## Γιατί μας βοηθούν οι φάσορες;

Αντί να συγκρίνουμε δύο χρονικά μετατοπισμένα ημιτονοειδή σήματα, ~~συγκρίνουμε απλώς τις φάσεις των δύο φασόρων.~~

## Βασική ιδέα

Στα AC κυκλώματα οι τάσεις και τα ρεύματα είναι ημιτονοειδή μεγέθη που χαρακτηρίζονται από **πλάτος** και **φάση**.

- Οι μιγαδικοί αριθμοί επιτρέπουν την ταυτόχρονη αναπαράσταση μέτρου και φάσης.
- Οι τάσεις και τα ρεύματα μπορούν να περιγραφούν με **φάσορες**.
- Οι διαφορές φάσης μετατρέπονται σε διαφορές γωνιών στο μιγαδικό επίπεδο.
- Πολλές πράξεις με ημιτονοειδή σήματα μετατρέπονται σε απλές αλγεβρικές πράξεις.

## Το μεγάλο πλεονέκτημα

Αντί να εργαζόμαστε συνεχώς με συναρτήσεις του χρόνου,

$$v(t), \quad i(t),$$

εργαζόμαστε με τους αντίστοιχους φάσορες

$$\underline{V}, \quad \underline{I}.$$

Έτσι η ανάλυση των AC κυκλωμάτων γίνεται πολύ πιο απλή.

# Από το πεδίο του χρόνου στη μιγαδική μορφή

## Στο πεδίο του χρόνου

Οι σχέσεις τάσης και ρεύματος μπορεί να περιλαμβάνουν:

- ημιτονοειδείς συναρτήσεις,
- χρονικές μετατοπίσεις,
- παραγώγους,
- ολοκληρώματα.

## Αποτέλεσμα

Η απευθείας ανάλυση μπορεί να γίνει αρκετά πολύπλοκη.

## Με φάσορες

Στη μιγαδική αναπαράσταση οι σχέσεις αυτές μετατρέπονται σε αλγεβρικές εξισώσεις.

Για παράδειγμα, η σχέση τάσης και ρεύματος γράφεται στη μορφή

$$\underline{V} = \underline{Z} \underline{I}$$

όπου  $\underline{Z}$  είναι η **εμπέδηση** του στοιχείου ή του κυκλώματος.

## Τι κερδίζουμε;

Μπορούμε να χρησιμοποιούμε τεχνικές παρόμοιες με αυτές των DC κυκλωμάτων, λαμβάνοντας ταυτόχρονα υπόψη και τις διαφορές φάσης.

## 1 Βασικές Έννοιες Ηλεκτρονικής

- Σήματα AC και DC
- Μιγαδικοί Αριθμοί
- **Σύνθετη Αντίσταση**
- Σειρές Fourier
- Κλίμακα Decibel
- Συνάρτηση Μεταφοράς και Απόκριση Συχνότητας

# Σύνθετη Αντίσταση -- Εμπέδηση

## Ορισμός

Η **εμπέδηση** περιγράφει την αντίσταση που παρουσιάζει ένα στοιχείο ή κύκλωμα σε ημιτονοειδή διέγερση.

Ορίζεται ως ο λόγος του φάσσορα της τάσης προς τον φάσσορα του ρεύματος:

$$\underline{Z} = \frac{\underline{V}}{\underline{I}}$$

- Είναι γενικά **μιγαδικό μέγεθος**.
- Περιγράφει τόσο το μέτρο όσο και τη διαφορά φάσης μεταξύ τάσης και ρεύματος.
- Η μονάδα μέτρησης είναι το Ohm

## Σύγκριση με DC

Στα DC κυκλώματα χρησιμοποιούμε την αντίσταση:

$$R = \frac{V}{I}.$$

Στα AC κυκλώματα η γενίκευση αυτής της έννοιας είναι:

$$\underline{Z} = \frac{\underline{V}}{\underline{I}}.$$

# Πραγματικό και άεργο μέρος της εμπέδησης

## Γενική μορφή

Η εμπέδηση γράφεται σε ορθογώνια μορφή ως

$$\underline{Z} = R + jX$$

## Πραγματικό μέρος -- $R$

Το  $R$  αντιστοιχεί στην **ωμική αντίσταση**.

- Είναι το πραγματικό μέρος της εμπέδησης.
- Συνδέεται με κατανάλωση ενέργειας.
- Η ηλεκτρική ενέργεια μετατρέπεται κυρίως σε θερμότητα.

## Άεργο μέρος -- $X$

Το  $X$  ονομάζεται **άεργη αντίσταση**.

- Είναι το φανταστικό μέρος της εμπέδησης.
- Συνδέεται με πυκνωτές και πηνία.
- Η ενέργεια αποθηκεύεται προσωρινά και επιστρέφεται στο κύκλωμα.

## Σημαντικό

Η εμπέδηση δεν περιγράφει μόνο «πόσο» αντιστέκεται ένα στοιχείο στο ρεύμα, αλλά και **πώς μεταβάλλεται**

# Γεωμετρική ερμηνεία της εμπέδησης

Για

$$\underline{Z} = R + jX$$

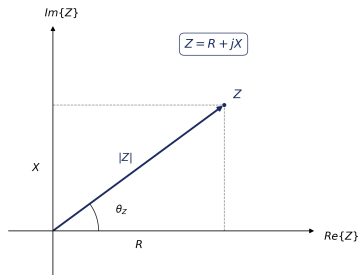
το μέτρο της εμπέδησης είναι

$$|\underline{Z}| = \sqrt{R^2 + X^2}$$

και η γωνία της είναι

$$\theta_Z = \tan^{-1} \left( \frac{X}{R} \right).$$

- $R$ : οριζόντια συνιστώσα.
- $X$ : κατακόρυφη συνιστώσα.
- $|\underline{Z}|$ : συνολικό μέτρο.



# Εμπέδηση και διαφορά φάσης

Από τη σχέση

$$\underline{V} = \underline{Z} \underline{I}$$

η γωνία της εμπέδησης καθορίζει τη διαφορά φάσης μεταξύ τάσης και ρεύματος.

$$X = 0$$

Η εμπέδηση είναι καθαρά πραγματική.

$$\underline{Z} = R$$

Η τάση και το ρεύμα είναι **σε φάση**.

$$X > 0$$

Η εμπέδηση έχει θετικό άεργο μέρος.  
Το κύκλωμα παρουσιάζει **επαγωγική συμπεριφορά**.

$$X < 0$$

Η εμπέδηση έχει αρνητικό άεργο μέρος.  
Το κύκλωμα παρουσιάζει **χωρητική συμπεριφορά**.

## Κεντρική ιδέα

Το πρόσημο και το μέγεθος του  $X$  καθορίζουν σε μεγάλο βαθμό τη σχέση φάσης μεταξύ τάσης και ρεύματος.

## Εμπέδηση ωμικής αντίστασης

Για μια ιδανική αντίσταση  $R$  η εμπέδηση είναι

$$\underline{Z}_R = R$$

και είναι καθαρά πραγματική.

- Δεν έχει άεργο μέρος:

$$X = 0.$$

- Το μέτρο της εμπέδησης είναι

$$|\underline{Z}_R| = R.$$

- Η εμπέδηση **δεν εξαρτάται από τη συχνότητα**.
- Ο αντιστάτης καταναλώνει ηλεκτρική ενέργεια, η οποία μετατρέπεται κυρίως σε θερμότητα.

## Στο μιγαδικό επίπεδο

Η εμπέδηση του αντιστάτη βρίσκεται πάνω στον **θετικό πραγματικό άξονα**.

$$\underline{Z}_R = R \angle 0^\circ$$

Άρα η γωνία της εμπέδησης είναι

$$\theta_Z = 0^\circ.$$

# Τάση και ρεύμα σε ωμική αντίσταση

Για μια αντίσταση ισχύει

$$v(t) = Ri(t).$$

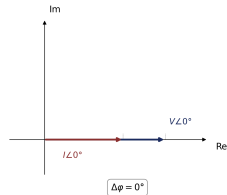
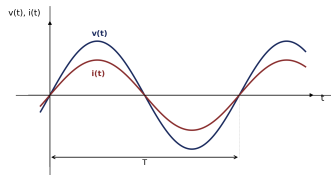
Αν το ρεύμα είναι

$$i(t) = I_m \cos(\omega t),$$

τότε η τάση είναι

$$v(t) = RI_m \cos(\omega t).$$

Επομένως τα δύο σήματα έχουν **την ίδια φάση**.



## Διαφορά φάσης

$$\varphi_V - \varphi_I = 0^\circ$$

## Ιδανικός αντιστάτης

Η τιμή της εμπέδησης παραμένει σταθερή:

$$\underline{Z}_R = R$$

ανεξάρτητα από τη συχνότητα του σήματος.

## Σε αντίθεση με $C$ και $L$

Η συχνότητα δεν μεταβάλλει την εμπέδηση ενός ιδανικού αντιστάτη.  
Αυτό θα αλλάξει στους πυκνωτές και στα πηνία.

# Χωρητική Αντίδραση

## Εμπέδηση πυκνωτή

Για έναν ιδανικό πυκνωτή χωρητικότητας  $C$ , η εμπέδηση είναι

$$\underline{Z}_C = \frac{1}{j\omega C} = -j\frac{1}{\omega C}$$

## Μέτρο της εμπέδησης

Το μέτρο της εμπέδησης είναι

$$|\underline{Z}_C| = X_C = \frac{1}{\omega C}$$

και ονομάζεται **χωρητική αντίδραση**.

# Χωρητική εμπέδηση -- Ερμηνεία

## Στο μιγαδικό επίπεδο

Η εμπέδηση του πυκνωτή είναι καθαρά φανταστική και έχει αρνητικό φανταστικό μέρος:

$$\underline{Z}_C = -jX_C.$$

Σε πολική μορφή:

$$\underline{Z}_C = X_C \angle (-90^\circ).$$

Άρα ο φάσορας της εμπέδησης βρίσκεται πάνω στον **αρνητικό φανταστικό άξονα**.

## Βασική παρατήρηση

Όσο αυξάνεται η συχνότητα, τόσο **μειώνεται** η χωρητική αντίδραση.

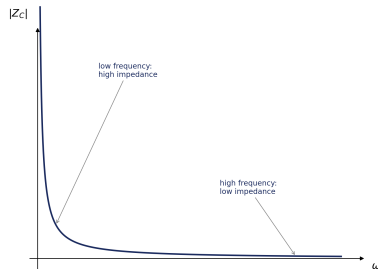
# Χωρητική αντίσταση και συχνότητα

Από τη σχέση

$$|Z_C| = \frac{1}{\omega C}$$

προκύπτει ότι:

- όταν η συχνότητα **αυξάνεται**, η εμπέδηση του πυκνωτή **μειώνεται**,
- όταν η συχνότητα **μειώνεται**, η εμπέδηση **αυξάνεται**.



## Οριακές περιπτώσεις

Για DC:

$$\omega = 0 \Rightarrow |Z_C| \rightarrow \infty$$

οπότε ο ιδανικός πυκνωτής συμπεριφέρεται ως **ανοικτό κύκλωμα**.

# Τάση και ρεύμα σε πυκνωτή

Για έναν ιδανικό πυκνωτή ισχύει

$$i(t) = C \frac{dv(t)}{dt}.$$

Αν

$$v(t) = V_m \sin(\omega t),$$

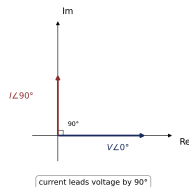
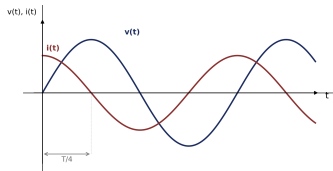
τότε το ρεύμα είναι μετατοπισμένο κατά  $90^\circ$  ως προς την τάση.

## Διαφορά φάσης

Το ρεύμα προηγείται της τάσης κατά

$$90^\circ.$$

Ισοδύναμα, η τάση υστερεί του ρεύματος κατά  $90^\circ$ .



## Εμπέδηση πηνίου

Για ένα ιδανικό πηνίο  $L$  η εμπέδηση είναι

$$\underline{Z}_L = j\omega L$$

Το μέτρο της εμπέδησης είναι

$$|\underline{Z}_L| = \omega L.$$

Η ποσότητα

$$X_L = \omega L$$

ονομάζεται **επαγωγική αντίδραση**.

- Είναι ανάλογη της συχνότητας.
- Είναι ανάλογη της αυτεπαγωγής  $L$ .

## Στο μιγαδικό επίπεδο

Η εμπέδηση του πηνίου είναι καθαρά φανταστική και θετική:

$$\underline{Z}_L = X_L \angle 90^\circ.$$

Άρα βρίσκεται πάνω στον **θετικό φανταστικό άξονα**.

## Βασική παρατήρηση

Σε αντίθεση με τον πυκνωτή, η εμπέδηση του πηνίου **αυξάνεται** όταν αυξάνεται η συχνότητα.

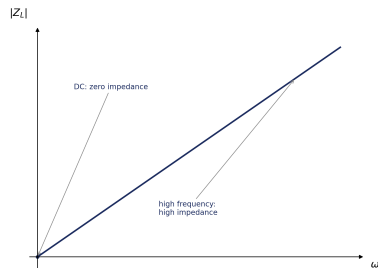
# Επαγωγική αντίσταση και συχνότητα

Από τη σχέση

$$|\underline{Z}_L| = \omega L$$

προκύπτει ότι:

- όταν η συχνότητα **αυξάνεται**, η εμπέδηση του πηνίου **αυξάνεται**,
- όταν η συχνότητα **μειώνεται**, η εμπέδηση **μειώνεται**.



## Οριακή περίπτωση: DC

Για DC:

$$\omega = 0 \quad \Rightarrow \quad |\underline{Z}_L| = 0.$$

Επομένως ένα ιδανικό πηνίο στο DC συμπεριφέρεται ως **βραχυκύκλωμα**.

# Τάση και ρεύμα σε πηνίο

Για ένα ιδανικό πηνίο ισχύει

$$v(t) = L \frac{di(t)}{dt}.$$

Αν η τάση είναι

$$v(t) = V_m \sin(\omega t),$$

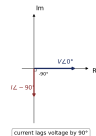
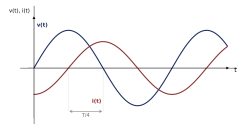
τότε το ρεύμα εμφανίζει διαφορά φάσης  $90^\circ$  ως προς την τάση.

## Διαφορά φάσης

Η τάση προηγείται του ρεύματος κατά

$$90^\circ.$$

Ισοδύναμα, το ρεύμα **υστερεί της τάσης** κατά  $90^\circ$ .



# Σύγκριση βασικών στοιχείων $R$ , $C$ , $L$

| Χαρακτηριστικό | Αντιστάτης $R$        | Πυκνωτής $C$                            | Πηνίο $L$                     |
|----------------|-----------------------|-----------------------------------------|-------------------------------|
| Εμπέδηση       | $\underline{Z}_R = R$ | $\underline{Z}_C = \frac{1}{j\omega C}$ | $\underline{Z}_L = j\omega L$ |
| Μέτρο          | $R$                   | $\frac{1}{\omega C}$                    | $\omega L$                    |
| Γωνία          | $0^\circ$             | $-90^\circ$                             | $+90^\circ$                   |
| Με αύξηση $f$  | σταθερή               | μειώνεται                               | αυξάνεται                     |
| Σχέση φάσης    | $V, I$ σε φάση        | $I$ προηγείται                          | $I$ υστερεί                   |
| Στο DC         | αντίσταση $R$         | ανοικτό κύκλωμα                         | βραχυκύκλωμα                  |

## Να θυμόμαστε

- Η ωμική αντίσταση δεν προκαλεί διαφορά φάσης.
- Ο πυκνωτής ευνοεί περισσότερο τις υψηλές συχνότητες.
- Το πηνίο αντιστέκεται περισσότερο όσο αυξάνεται η συχνότητα.

## Αντιστάτης

$$|Z_R| = R$$

Η εμπέδηση παραμένει σταθερή καθώς μεταβάλλεται η συχνότητα.

## Πυκνωτής

$$|Z_C| = \frac{1}{\omega C}$$

Η εμπέδηση **μειώνεται** όταν αυξάνεται η συχνότητα.

Με αύξηση της συχνότητας:

$|Z_R|$  : σταθερό

$|Z_C|$  : μειώνεται

$|Z_L|$  : αυξάνεται

## Πηνίο

$$|Z_L| = \omega L$$

Η εμπέδηση **αυξάνεται** όταν αυξάνεται η συχνότητα.

# Γενική μορφή της εμπέδησης

## Ορθογώνια μορφή

Για ένα γενικό AC κύκλωμα η εμπέδηση γράφεται

$$\underline{Z} = R + jX$$

όπου:

- $R$ : πραγματικό μέρος,
- $X$ : άεργο μέρος.

## Μέτρο της εμπέδησης

$$|\underline{Z}| = \sqrt{R^2 + X^2}$$

Το μέτρο εκφράζει τη συνολική αντίσταση που

## Γωνία εμπέδησης

Η γωνία της εμπέδησης είναι

$$\theta_Z = \tan^{-1} \left( \frac{X}{R} \right)$$

και καθορίζει τη σχέση φάσης μεταξύ τάσης και ρεύματος.

## Ερμηνεία του $X$

- $X > 0$ : επαγωγική συμπεριφορά.
- $X = 0$ : καθαρά ωμική συμπεριφορά.
- $X < 0$ : χωρητική συμπεριφορά.

# Σύνδεση εμπεδήσεων

## Σύνδεση σε σειρά

Οι εμπεδήσεις αθροίζονται:

$$\underline{Z} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \dots$$

Για παράδειγμα:

$$\underline{Z} = R + jX_L - jX_C.$$

Άρα τα πραγματικά και φανταστικά μέρη συνδυάζονται αλγεβρικά.

## Παράλληλη σύνδεση

Για παράλληλες εμπεδήσεις:

$$\frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2} + \dots$$

Οι κανόνες είναι ίδιοι με αυτούς των αντιστάσεων, αλλά όλες οι πράξεις γίνονται με **μιγαδικούς αριθμούς**.

## Κεντρική ιδέα

Με τη χρήση της εμπέδησης μπορούμε να αναλύουμε AC κυκλώματα με μεθόδους παρόμοιες με αυτές των DC κυκλωμάτων, λαμβάνοντας ταυτόχρονα υπόψη και τις διαφορές φάσης.

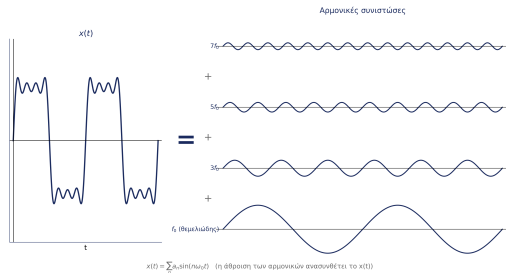
## 1 Βασικές Έννοιες Ηλεκτρονικής

- Σήματα AC και DC
- Μιγαδικοί Αριθμοί
- Σύνθετη Αντίσταση
- Σειρές Fourier
- Κλίμακα Decibel
- Συνάρτηση Μεταφοράς και Απόκριση Συχνότητας

## Κεντρική ιδέα

Ένα **περιοδικό σήμα**, ακόμη και αν δεν είναι ημιτονοειδές, μπορεί να αναλυθεί ως άθροισμα απλούστερων ημιτονοειδών συνιστωσών.

- Κάθε συνιστώσα έχει συγκεκριμένη **συχνότητα**, **πλάτος** και **φάση**.
- Οι συχνότητες των συνιστωσών είναι ακέραια πολλαπλάσια μιας βασικής συχνότητας.
- Το αρχικό σήμα προκύπτει από την **άθροιση όλων αυτών των συνιστωσών**.
- Έτσι μπορούμε να μελετήσουμε ένα πολύπλοκο σήμα μέσω απλών ημιτονοειδών σημάτων.



## Γιατί μας ενδιαφέρει;

Τα ηλεκτρονικά κυκλώματα συμπεριφέρονται διαφορετικά σε διαφορετικές συχνότητες. Η ανάλυση Fourier μάς δείχνει **ποιες συχνότητες περιέχει ένα σήμα**.

# Μαθηματική μορφή της σειράς Fourier

## Τριγωνομετρική μορφή

Ένα περιοδικό σήμα  $x(t)$  μπορεί να γραφεί ως

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n \sin(n\omega_0 t)]$$

## Τι περιέχει η σειρά;

- $a_0$ : σταθερή ή **DC συνιστώσα**.
- $\omega_0$ : θεμελιώδης κυκλική συχνότητα.
- $n\omega_0$ : συχνότητες των αρμονικών.
- $a_n, b_n$ : καθορίζουν το πλάτος και τη φάση κάθε συνιστώσας.

## Από τον χρόνο στη συχνότητα

Αντί να περιγράφουμε το σήμα μόνο ως συνάρτηση του χρόνου, μπορούμε να εξετάζουμε τις επιμέρους συχνότητες που το αποτελούν.

Αυτή είναι η βασική μετάβαση από το πεδίο του χρόνου στο πεδίο της συχνότητας

# Θεμελιώδης συνιστώσα και αρμονικές

## Θεμελιώδης συνιστώσα

Η χαμηλότερη συχνότητα που εμφανίζεται στην ανάλυση ενός περιοδικού σήματος ονομάζεται **θεμελιώδης συχνότητα**.

$$f_0 = \frac{1}{T}$$

Η αντίστοιχη ημιτονοειδής συνιστώσα ονομάζεται **θεμελιώδης συνιστώσα**.

## Αρμονικές

Οι υπόλοιπες συνιστώσες εμφανίζονται σε ακέραια πολλαπλάσια της θεμελιώδους:

$$f_n = nf_0, \quad n = 2, 3, 4, \dots$$

και ονομάζονται **αρμονικές**.

## Παράδειγμα

Αν

$$f_0 = 1 \text{ kHz},$$

τότε:

- 1η αρμονική: 1 kHz
- 2η αρμονική: 2 kHz
- 3η αρμονική: 3 kHz
- 4η αρμονική: 4 kHz

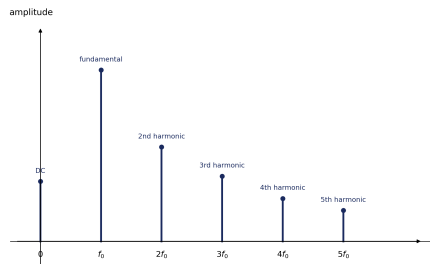
## Να θυμόμαστε

Η **1η αρμονική** είναι η ίδια η **θεμελιώδης συνιστώσα**.

# Αρμονικές στο πεδίο της συχνότητας

Ένα περιοδικό μη ημιτονοειδές σήμα μπορεί να περιέχει:

- DC συνιστώσα,
- θεμελιώδη συχνότητα  $f_0$ ,
- 2η αρμονική  $2f_0$ ,
- 3η αρμονική  $3f_0$ ,
- υψηλότερες αρμονικές.



## Φασματική περιγραφή

Κάθε αρμονική εμφανίζεται ως ξεχωριστή συνιστώσα στο **φάσμα συχνοτήτων**.

Το ύψος κάθε συνιστώσας εκφράζει το πλάτος της.

# Παράδειγμα τετραγωνικού σήματος

## Τετραγωνικό σήμα

Ένα συμμετρικό τετραγωνικό σήμα μπορεί να γραφεί ως

$$x(t) = \frac{4}{\pi} \left[ \sin(\omega_0 t) + \frac{1}{3} \sin(3\omega_0 t) + \frac{1}{5} \sin(5\omega_0 t) + \dots \right].$$

- Περιέχει μόνο **περιττές αρμονικές**.
- Η θεμελιώδης συνιστώσα βρίσκεται στη συχνότητα  $f_0$ .
- Οι επόμενες συνιστώσες βρίσκονται στις  $3f_0$ ,  $5f_0$ ,  $7f_0$ , ...
- Το πλάτος των αρμονικών μειώνεται όσο αυξάνεται η τάξη τους.

Μόνο περιττές αρμονικές είναι παρούσες (1, 3, 5, 7, ...)

Συμμετρικό τετραγωνικό σήμα



Θεμελιώδης  $\rightarrow f_0$



3η αρμονική  $\rightarrow 3f_0$  (πλάτος 1/3)



5η αρμονική  $\rightarrow 5f_0$  (πλάτος 1/5)



t

# Ανακατασκευή τετραγωνικού σήματος

## Προσθέτοντας αρμονικές

Αρχίζουμε μόνο με τη θεμελιώδη συνιστώσα.  
Στη συνέχεια προσθέτουμε διαδοχικά:

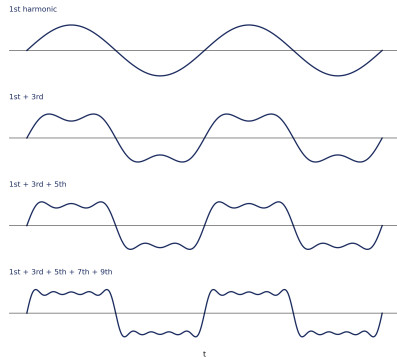
$$3f_0, \quad 5f_0, \quad 7f_0, \dots$$

Καθώς αυξάνεται ο αριθμός των αρμονικών,  
το άθροισμα προσεγγίζει όλο και καλύτερα το  
τετραγωνικό σήμα.

## Ρόλος των υψηλών αρμονικών

Οι υψηλότερες αρμονικές είναι ιδιαίτερα  
σημαντικές για την αναπαράσταση των  
**απότομων μεταβολών** και των ακμών του  
τετραγωνικού σήματος.

Ανασύνθεση τετραγωνικού σήματος: όσο περισσότερες περιττές αρμονικές,  
τόσο πιο απότομες οι μεταβάσεις

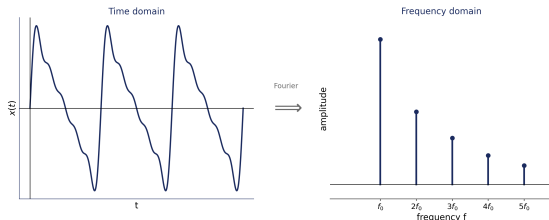


# Φάσμα συχνοτήτων

## Βασική ιδέα

Το **φάσμα συχνοτήτων** δείχνει ποιες συχνότητες περιέχονται σε ένα σήμα και με ποιο πλάτος εμφανίζεται καθεμία.

- Στον οριζόντιο άξονα απεικονίζεται η **συχνότητα**.
- Στον κατακόρυφο άξονα απεικονίζεται το **πλάτος** κάθε συχνοτικής συνιστώσας.
- Για ένα περιοδικό σήμα το φάσμα αποτελείται από **διακριτές γραμμές**.
- Κάθε γραμμή αντιστοιχεί σε μία θεμελιώδη ή αρμονική συνιστώσα.



# Φάσμα τετραγωνικού σήματος

Για ένα συμμετρικό τετραγωνικό σήμα εμφανίζονται μόνο οι **περιττές αρμονικές**:

$$f_0, \quad 3f_0, \quad 5f_0, \quad 7f_0, \dots$$

## Χαρακτηριστικά

- Η θεμελιώδης συνιστώσα βρίσκεται στη  $f_0$ .
- Δεν εμφανίζονται άρτιες αρμονικές.
- Το πλάτος των αρμονικών μειώνεται όσο αυξάνεται η τάξη τους.

Φάσμα τετραγωνικού σήματος

$$f_0, \quad 3f_0, \quad 5f_0, \quad 7f_0, \dots$$

μόνο περιττές αρμονικές  
με φθίνον πλάτος

## Ερμηνεία

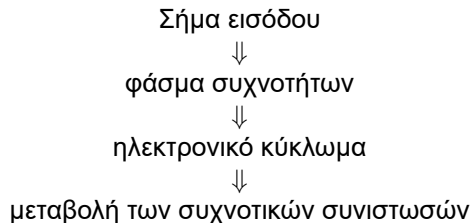
Το φάσμα μάς επιτρέπει να δούμε άμεσα **ποιες συχνότητες συνθέτουν** το τετραγωνικό σήμα.

# Σημασία της ανάλυσης Fourier στην Ηλεκτρονική

## Από το σήμα στις συχνότητες

Η ανάλυση Fourier μάς επιτρέπει να αναλύσουμε ένα σύνθετο σήμα στις επιμέρους **συχνοτικές συνιστώσες** που το αποτελούν.

- Κάθε συνιστώσα έχει συγκεκριμένη συχνότητα, πλάτος και φάση.
- Ένα ηλεκτρονικό κύκλωμα μπορεί να επηρεάζει διαφορετικά κάθε συχνότητα.
- Μπορούμε επομένως να μελετήσουμε τη συμπεριφορά του κυκλώματος **συχνότητα προς συχνότητα**.



## Κεντρική ιδέα

Αν γνωρίζουμε το φάσμα του σήματος και τη συχνοτική συμπεριφορά του κυκλώματος, μπορούμε να προβλέψουμε **πώς θα μεταβληθεί το σήμα στην έξοδο**.

# Fourier: φίλτρα, ενισχυτές και παραμόρφωση

## Φίλτρα

Τα φίλτρα επιτρέπουν σε ορισμένες συχνότητες να περάσουν και εξασθενούν άλλες.

Η Fourier μάς δείχνει **ποιες συνιστώσες** του σήματος θα επηρεαστούν.

## Ενισχυτές

Ένας ενισχυτής δεν ενισχύει πάντα όλες τις συχνότητες με τον ίδιο τρόπο.

Η ανάλυση στο πεδίο της συχνότητας μας επιτρέπει να μελετήσουμε το **κέρδος ως προς τη συχνότητα**.

## Παραμόρφωση

Αν οι αρμονικές ενός σήματος μεταβληθούν διαφορετικά, η μορφή του σήματος στην έξοδο θα αλλάξει.

Η μεταβολή του φασματικού περιεχομένου μπορεί να οδηγήσει σε **παραμόρφωση**.

## Παράδειγμα

Αν ένα τετραγωνικό σήμα περάσει από κύκλωμα που εξασθενεί τις υψηλές συχνότητες, οι υψηλότερες αρμονικές μειώνονται και οι απότομες ακμές του σήματος γίνονται **πιο ομαλές**.

## 1 Βασικές Έννοιες Ηλεκτρονικής

- Σήματα AC και DC
- Μιγαδικοί Αριθμοί
- Σύνθετη Αντίσταση
- Σειρές Fourier
- Κλίμακα Decibel
- Συνάρτηση Μεταφοράς και Απόκριση Συχνότητας

## Τι είναι το dB;

Το **decibel (dB)** είναι ένας λογαριθμικός τρόπος έκφρασης του **λόγου δύο μεγεθών**.

Δεν εκφράζει από μόνο του μία απόλυτη τιμή, αλλά συγκρίνει μία ποσότητα με μία άλλη.

- Χρησιμοποιείται για κέρδος και εξασθένιση.
- Είναι ιδιαίτερα χρήσιμο όταν οι λόγοι είναι πολύ μεγάλοι ή πολύ μικροί.
- Μετατρέπει πολλαπλασιασμούς κερδών σε απλές προσθέσεις.

## Για λόγο ισχύων

Αν συγκρίνουμε δύο ισχείς:

$$G_{dB} = 10 \log_{10} \left( \frac{P_{out}}{P_{in}} \right)$$

## Ερμηνεία

- $G_{dB} > 0$ : αύξηση της ισχύος.
- $G_{dB} = 0$ : καμία μεταβολή.
- $G_{dB} < 0$ : μείωση της ισχύος.

# Γιατί χρησιμοποιούμε την κλίμακα dB;

## Γραμμικός λόγος

Σε γραμμική μορφή μπορεί να έχουμε λόγους όπως

0.001, 0.1, 1, 10, 1000.

Οι τιμές αυτές καλύπτουν πολύ μεγάλο εύρος.

## Σε decibel

Η λογαριθμική κλίμακα συμπιέζει αυτό το εύρος σε πιο εύχρηστες αριθμητικές τιμές.

## Στην Ηλεκτρονική

Τα dB χρησιμοποιούνται συχνά για την περιγραφή:

- του **κέρδους** ενισχυτών,
- της **εξασθένησης** σημάτων,
- της απόκρισης φίλτρων,

## Πλεονέκτημα

Σε διαδοχικές βαθμίδες:

$$G = G_1 G_2 G_3$$

ενώ σε dB:

$$G_{,dB} = G_{1,dB} + G_{2,dB} + G_{3,dB}$$

# Λόγος τάσεων και ρευμάτων σε dB

## Λόγος τάσεων

Για δύο τάσεις  $V_{\text{out}}$  και  $V_{\text{in}}$ :

$$G_{V,\text{dB}} = 20 \log_{10} \left( \frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} \right)$$

## Λόγος ρευμάτων

Αντίστοιχα, για δύο ρεύματα:

$$G_{I,\text{dB}} = 20 \log_{10} \left( \frac{I_{\text{out}}}{I_{\text{in}}} \right)$$

## Γιατί εμφανίζεται το 20;

Η ισχύς σε μία αντίσταση είναι ανάλογη του τετραγώνου της τάσης:

$$P = \frac{V^2}{R}.$$

Άρα, για ίδιες αντιστάσεις:

$$\frac{P_2}{P_1} = \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^2.$$

Επομένως:

$$10 \log_{10} \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^2 = 20 \log_{10} \left( \frac{V_2}{V_1} \right).$$

# Παραδείγματα λόγων τάσης σε dB

## Διπλασιασμός τάσης

$A_v$

$$\frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} = 2,$$

τότε

$$G_{\text{dB}} = 20 \log_{10}(2) \approx \boxed{+6 \text{ dB}}.$$

## Υποδιπλασιασμός τάσης

$A_v$

$$\frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} = \frac{1}{2},$$

τότε

$$G_{\text{dB}} = 20 \log_{10}(0.5) \approx \boxed{-6 \text{ dB}}.$$

## Ίδια τάση

$A_v$

$$\frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} = 1 \implies \boxed{G_{\text{dB}} = 0 \text{ dB}}$$

## Χρήσιμος κανόνας

Για λόγο τάσεων ή ρευμάτων:

$$\times 2 \Rightarrow +6 \text{ dB}$$

$$\times \frac{1}{2} \Rightarrow -6 \text{ dB}.$$

# Κέρδος ισχύος σε dB

## Ορισμός

Το κέρδος ισχύος ενός κυκλώματος ορίζεται ως

$$G_P = \frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}}.$$

Σε decibel γράφεται:

$$G_{P,\text{dB}} = 10 \log_{10} \left( \frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}} \right)$$

- Θετικό κέρδος: αύξηση ισχύος.
- 0 dB: ίδια ισχύς.
- Αρνητικό κέρδος: εξασθένηση.

## Βασικός κανόνας

Για λόγους **ισχύος** χρησιμοποιούμε:

$$10 \log_{10} (\text{λόγος ισχύων})$$

ενώ για λόγους τάσης ή ρεύματος:

$$20 \log_{10} (\text{λόγος πλατών})$$

## Προσοχή

Τα dB εκφράζουν **λόγο**.

Επομένως:

0 dB

δεν σημαίνει μηδενική ισχύ, αλλά

# Παραδείγματα κέρδους ισχύος

## Διπλασιασμός ισχύος

$A_v$

$$\frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}} = 2,$$

τότε

$$G_{P,\text{dB}} = 10 \log_{10}(2) \approx \boxed{+3 \text{ dB}}.$$

## Δεκαπλασιασμός ισχύος

$A_v$

$$\frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}} = 10 \implies \boxed{G_{P,\text{dB}} = +10 \text{ dB}}$$

## Υποδιπλασιασμός ισχύος

$A_v$

$$\frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}} = \frac{1}{2} \implies G_{P,\text{dB}} \approx \boxed{-3 \text{ dB}}$$

## Χρήσιμοι κανόνες

$$\times 2 \Rightarrow +3 \text{ dB}$$

$$\times \frac{1}{2} \Rightarrow -3 \text{ dB}$$

$$\times 10 \Rightarrow +10 \text{ dB}$$

## Τι σημαίνει εξασθένηση;

Όταν το μέγεθος ενός σήματος στην έξοδο είναι μικρότερο από το αντίστοιχο μέγεθος στην είσοδο, έχουμε **εξασθένηση**.

Για τάση:

$$\frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} < 1$$

και επομένως:

$$20 \log_{10} \left( \frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} \right) < 0.$$

Άρα η εξασθένηση εμφανίζεται ως **αρνητική τιμή σε dB**.

## Ερμηνεία

$$G_{\text{dB}} > 0$$

σημαίνει **κέρδος**,

$$G_{\text{dB}} = 0$$

σημαίνει **καμία μεταβολή**,

$$G_{\text{dB}} < 0$$

σημαίνει **εξασθένηση**.

## Φυσική σημασία

Οι απώλειες μπορεί να οφείλονται, για παράδειγμα, σε:

- παθητικά στοιχεία,

# Παραδείγματα εξασθένησης

## Μισή τάση

$A_v$

$$\frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} = \frac{1}{2},$$

τότε:

$$20 \log_{10}(0.5) \approx \boxed{-6 \text{ dB}}.$$

Η τάση στην έξοδο είναι περίπου η μισή της τάσης εισόδου.

## Μισή ισχύς

$A_v$

$$\frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}} = \frac{1}{2},$$

τότε:

$$10 \log_{10}(0.5) \approx \boxed{-3 \text{ dB}}.$$

## Μία δεκάδα της τάσης

$$\frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} = 0.1$$

$$\boxed{G_{\text{dB}} = -20 \text{ dB}}.$$

## Πολύ χρήσιμο σημείο

Η τιμή

$$\boxed{-3 \text{ dB}}$$

αντιστοιχεί περίπου σε **υποδιπλασιασμό της ισχύος**.

Θα τη συναντήσουμε ξανά στη **συχνότητα**

# Χρήσιμες τιμές της κλίμακας dB

| Λόγος τάσης          | Τιμή σε dB      | Ερμηνεία                |
|----------------------|-----------------|-------------------------|
| 10                   | +20 dB          | Δεκαπλασιασμός τάσης    |
| 2                    | $\approx +6$ dB | Διπλασιασμός τάσης      |
| 1                    | 0 dB            | Καμία μεταβολή          |
| $\frac{1}{\sqrt{2}}$ | $\approx -3$ dB | Μισή ισχύς              |
| $\frac{1}{2}$        | $\approx -6$ dB | Μισή τάση               |
| $\frac{1}{10}$       | -20 dB          | Υποδεκαπλασιασμός τάσης |

## Τι αξίζει να θυμόμαστε;

- +6 dB  $\Rightarrow$  περίπου διπλάσια τάση.
- -6 dB  $\Rightarrow$  περίπου μισή τάση.
- -3 dB  $\Rightarrow$  μισή ισχύς.
- 0 dB  $\Rightarrow$  λόγος ίσος με 1.

# Παραδείγματα μετατροπής σε dB

## Παράδειγμα 1 -- Κέρδος τάσης

Έστω

$$V_{\text{in}} = 0.5 \text{ V}$$

και

$$V_{\text{out}} = 2 \text{ V.}$$

Ο λόγος τάσεων είναι

$$\frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} = \frac{2}{0.5} = 4.$$

Άρα

$$G_{\text{dB}} = 20 \log_{10}(4) \approx \boxed{12 \text{ dB}}.$$

## Παράδειγμα 2 -- Εξασθένηση τάσης

Έστω

$$V_{\text{in}} = 10 \text{ V}$$

και

$$V_{\text{out}} = 1 \text{ V.}$$

Τότε

$$\frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} = 0.1.$$

Επομένως

$$G_{\text{dB}} = 20 \log_{10}(0.1) = \boxed{-20 \text{ dB}}.$$

# Από dB σε γραμμικό λόγο

## Αντιστροφή του τύπου

Για λόγο τάσεων:

$$G_{dB} = 20 \log_{10} \left( \frac{V_{out}}{V_{in}} \right) \implies \boxed{\frac{V_{out}}{V_{in}} = 10^{G_{dB}/20}}$$

## Παράδειγμα 3 -- +20 dB

$A_v$

$$G_{dB} = +20 \text{ dB},$$

τότε

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = 10^{20/20} = 10.$$

Άρα η τάση εξόδου είναι **10 φορές μεγαλύτερη**.

## Παράδειγμα 4 -- -6 dB

$A_v$

$$G_{dB} = -6 \text{ dB},$$

τότε

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = 10^{-6/20} \approx 0.50.$$

Άρα η τάση εξόδου είναι περίπου **η μισή**.

# Παράδειγμα διαδοχικών βαθμίδων

## Δύο βαθμίδες ενίσχυσης

Έστω δύο διαδοχικές βαθμίδες με κέρδη

$$G_1 = 6 \text{ dB}$$

και

$$G_2 = 20 \text{ dB}.$$

Το συνολικό κέρδος είναι

$$G_{\text{tot}} = G_1 + G_2 = 26 \text{ dB}.$$

## Γιατί τα dB είναι χρήσιμα;

Στη γραμμική κλίμακα τα κέρδη των βαθμίδων **πολλαπλασιάζονται**.

Στην κλίμακα dB **προστίθενται**.

# Κέρδος διαδοχικών βαθμίδων

## Στη γραμμική κλίμακα

Για διαδοχικές βαθμίδες με κέρδη

$$G_1, \quad G_2, \quad G_3, \dots$$

το συνολικό κέρδος είναι

$$G = G_1 G_2 G_3 \dots$$

Δηλαδή τα επιμέρους κέρδη **πολλαπλασιάζονται**.

## Στην κλίμακα dB

Τα ίδια κέρδη εκφρασμένα σε dB δίνουν:

$$G_{\text{dB}} = G_{1,\text{dB}} + G_{2,\text{dB}} + G_{3,\text{dB}} + \dots$$

Άρα οι πολλαπλασιασμοί μετατρέπονται σε **απλές προσθέσεις**.

## Σημαντικό

Στο άθροισμα συμμετέχουν τόσο:

- θετικά dB -- κέρδος,
- αρνητικά dB -- εξασθένιση.

# Παράδειγμα διαδοχικών βαθμίδων



## Υπολογισμός

Το συνολικό κέρδος είναι

$$\begin{aligned} G_{\text{,dB}} &= G_{1,\text{dB}} + G_{2,\text{dB}} + G_{3,\text{dB}} \\ &= 12 - 3 + 6 \\ &= \boxed{15 \text{ dB}}. \end{aligned}$$

## Ερμηνεία

Η δεύτερη βαθμίδα προκαλεί απώλεια 3 dB, αλλά το συνολικό αποτέλεσμα παραμένει θετικό:

$$G_{\text{,dB}} = +15 \text{ dB}.$$

Άρα το συνολικό σύστημα παρουσιάζει **κέρδος**.

## 1 Βασικές Έννοιες Ηλεκτρονικής

- Σήματα AC και DC
- Μιγαδικοί Αριθμοί
- Σύνθετη Αντίσταση
- Σειρές Fourier
- Κλίμακα Decibel
- Συνάρτηση Μεταφοράς και Απόκριση Συχνότητας

# Συνάρτηση Μεταφοράς και Απόκριση Συχνότητας

## Ορισμός

Η **συνάρτηση μεταφοράς** ενός κυκλώματος ορίζεται ως

$$H(j\omega) = \frac{V_{out}}{V_{in}}$$

και εκφράζει τη σχέση μεταξύ του σήματος εξόδου και του σήματος εισόδου.

- Είναι γενικά **μιγαδικό μέγεθος**.
- Εξαρτάται από τη συχνότητα  $\omega$ .
- Περιγράφει ταυτόχρονα:
  - τη μεταβολή του πλάτους,
  - τη μεταβολή της φάσης.

## Βασική ιδέα

Για κάθε συχνότητα το κύκλωμα μπορεί:

- να ενισχύει το σήμα,
- να το εξασθενεί,
- να μεταβάλλει τη φάση του.

## Πολική μορφή

Η συνάρτηση μεταφοράς μπορεί να γραφεί ως

$$H(j\omega) = |H(j\omega)|\angle\varphi(\omega)$$

όπου το μέτρο και η φάση εξαρτώνται από τη συχνότητα.

# Φυσική ερμηνεία της συνάρτησης μεταφοράς

Για ένα ημιτονοειδές σήμα εισόδου:

$$\underline{V}_{in}$$

το κύκλωμα παράγει έξοδο:

$$\underline{V}_{out} = H(j\omega) \underline{V}_{in}$$

Τι κάνει το  $H(j\omega)$ ;

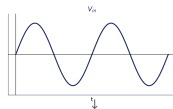
Το μέτρο

$$|H(j\omega)|$$

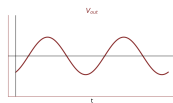
καθορίζει πόσο αλλάζει το **πλάτος**,  
ενώ η γωνία

$$\angle H(j\omega)$$

καθορίζει τη **μετατόπιση φάσης**.



$$\underline{V}_{out} = H(j\omega) \underline{V}_{in}$$



$|H(j\omega)| \rightarrow$  αλλαγή πλάτους  
 $\angle H(j\omega) \rightarrow$  αλλαγή φάσης

## Ορισμός

Η **απόκριση πλάτους** ενός κυκλώματος περιγράφεται από το μέτρο της συνάρτησης μεταφοράς:

$$|H(j\omega)|$$

και δείχνει πόσο μεταβάλλεται το πλάτος του σήματος εξόδου σε σχέση με το πλάτος εισόδου.

Αφού

$$H(j\omega) = \frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} \implies |H(j\omega)| = \frac{|V_{\text{out}}|}{|V_{\text{in}}|}$$

## Ερμηνεία

$$|H(j\omega)| > 1$$

σημαίνει **ενίσχυση**,

$$|H(j\omega)| = 1$$

σημαίνει **καμία μεταβολή πλάτους**,

$$|H(j\omega)| < 1$$

σημαίνει **εξασθένηση**.

## Σημαντικό

Η τιμή του  $|H(j\omega)|$  μπορεί να αλλάζει με τη συχνότητα.

# Απόκριση Πλάτους σε dB

Η απόκριση πλάτους εκφράζεται πολύ συχνά σε decibel:

$$|H(j\omega)|_{\text{dB}} = 20 \log_{10} |H(j\omega)|$$

## Χρήσιμες περιπτώσεις

$$|H| = 1 \Rightarrow 0 \text{ dB}$$

$$|H| > 1 \Rightarrow \text{θετικά dB}$$

$$|H| < 1 \Rightarrow \text{αρνητικά dB}$$

Απόκριση πλάτους

$$|H(j\omega)|_{\text{dB}}$$

0 dB: καμία μεταβολή

< 0 dB: εξασθένηση

> 0 dB: ενίσχυση

## Ορισμός

Η **απόκριση φάσης** ενός κυκλώματος δίνεται από τη γωνία της συνάρτησης μεταφοράς:

$$\varphi(\omega) = \angle H(j\omega)$$

και δείχνει τη διαφορά φάσης μεταξύ του σήματος εξόδου και του σήματος εισόδου.

Αν

$$H(j\omega) = |H(j\omega)| \angle \varphi(\omega),$$

τότε η φάση της εξόδου μεταβάλλεται κατά

$$\varphi(\omega).$$

## Ερμηνεία

$$\varphi(\omega) = 0^\circ$$

σημαίνει ότι είσοδος και έξοδος **δεν έχουν διαφορά φάσης**.

$$\varphi(\omega) > 0$$

σημαίνει ότι η έξοδος **προηγείται** της εισόδου.

$$\varphi(\omega) < 0$$

σημαίνει ότι η έξοδος **υστερεί** της εισόδου.

# Φυσική ερμηνεία της απόκρισης φάσης

Έστω ημιτονοειδές σήμα εισόδου:

$$v_{in}(t) = V_{in} \cos(\omega t).$$

Αν το κύκλωμα παρουσιάζει μετατόπιση φάσης  $\varphi(\omega)$ , τότε η έξοδος έχει τη μορφή

$$v_{out}(t) = V_{out} \cos(\omega t + \varphi(\omega)).$$

$$v_{in}(t) \text{ και } v_{out}(t)$$

ίδια συχνότητα

διαφορετική φάση

$$\Delta\varphi = \varphi(\omega)$$

Άρα

Το κύκλωμα μπορεί να αλλάξει:

- το πλάτος του σήματος,
- τη χρονική θέση της κυματομορφής μέσω της μετατόπισης φάσης.

# Απόκριση Συχνότητας

## Ορισμός

Η **απόκριση συχνότητας** περιγράφει τη συμπεριφορά ενός κυκλώματος καθώς μεταβάλλεται η συχνότητα του σήματος εισόδου.

## Απόκριση πλάτους

$$|H(j\omega)|$$

Δείχνει πόσο το κύκλωμα:

- ενισχύει,
- διατηρεί,
- ή εξασθενεί

κάθε συχνότητα.

## Απόκριση φάσης

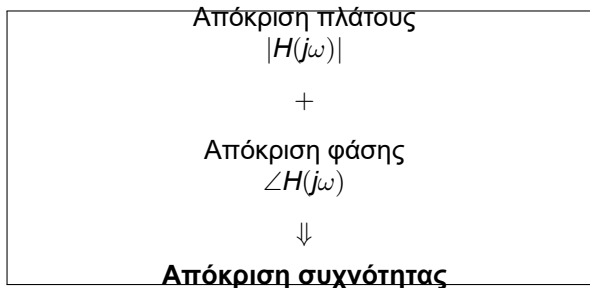
$$\angle H(j\omega)$$

Δείχνει πόσο μεταβάλλεται η φάση του σήματος εξόδου σε σχέση με το σήμα εισόδου.

# Ερμηνεία της απόκρισης συχνότητας

Ένα πραγματικό ηλεκτρονικό κύκλωμα δεν συμπεριφέρεται απαραίτητα το ίδιο σε όλες τις συχνότητες.

- Κάποιες συχνότητες μπορεί να περνούν σχεδόν αμετάβλητες.
- Κάποιες μπορεί να εξασθενούν.
- Κάποιες μπορεί να ενισχύονται.
- Η φάση μπορεί επίσης να μεταβάλλεται με τη συχνότητα.



## Παράδειγμα

Ένα φίλτρο μπορεί να επιτρέπει τη διέλευση ενός εύρους συχνοτήτων και να απορρίπτει άλλες.

# Συχνότητα Αποκοπής

## Ορισμός

Η **συχνότητα αποκοπής**  $f_c$  είναι μία χαρακτηριστική συχνότητα της απόκρισης ενός κυκλώματος. Στη συχνότητα αυτή το μέτρο της συνάρτησης μεταφοράς έχει μειωθεί σε

$$|H(j\omega_c)| = \frac{1}{\sqrt{2}} |H|_{\text{ref}}$$

όπου  $|H|_{\text{ref}}$  είναι η τιμή αναφοράς στην περιοχή διέλευσης.

- Συμβολίζεται συνήθως με  $f_c$ .
- Αντίστοιχα:

$$\omega_c = 2\pi f_c.$$

## Σε decibel

Επειδή

$$20 \log_{10} \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \approx -3 \text{ dB},$$

η συχνότητα αποκοπής συχνά ορίζεται ως το σημείο

$$-3 \text{ dB}.$$

## Σημαντικό

Η συχνότητα αποκοπής αποτελεί ένα **όριο μεταξύ διαφορετικών περιοχών** της απόκρισης ενός κυκλώματος.

# Φυσική σημασία της συχνότητας αποκοπής

Στη συχνότητα αποκοπής:

$$|H(j\omega_c)| = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0.707$$

της τιμής αναφοράς.

Άρα το πλάτος του σήματος έχει μειωθεί περίπου στο

70.7%

της αρχικής του τιμής.

Απόκριση πλάτους

0 dB



-3 dB

$f_c$

$|H| \approx 0.707$

Ισχύς  $\approx 50\%$

## Σε όρους ισχύος

Επειδή η ισχύς είναι ανάλογη του τετραγώνου του πλάτους:

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{2}.$$

Άρα στη συχνότητα αποκοπής η ισχύς έχει μειωθεί στο **50%**.

# Σύνδεση με την Ανάλυση Fourier

## Ανάλυση του σήματος

Η ανάλυση Fourier επιτρέπει να γράψουμε ένα περιοδικό σήμα ως άθροισμα ημιτονοειδών συνιστωσών διαφορετικών συχνοτήτων.

$$x(t) \implies f_0, 2f_0, 3f_0, \dots$$

Κάθε συνιστώσα χαρακτηρίζεται από:

- συχνότητα,
- πλάτος,
- φάση.

## Ρόλος της συνάρτησης μεταφοράς

Για κάθε συχνότητα  $\omega$  το κύκλωμα χαρακτηρίζεται από

$$H(j\omega).$$

Η κάθε συχνοτική συνιστώσα του σήματος υφίσταται:

$$|H(j\omega)|$$

μεταβολή στο **πλάτος**  
και

$$\angle H(j\omega)$$

μεταβολή στη **φάση**.

# Από το φάσμα εισόδου στο φάσμα εξόδου

Αν μία συχνοτική συνιστώσα της εισόδου έχει φάσρα

$$\underline{V}_{in}(\omega),$$

τότε στην έξοδο:

$$\underline{V}_{out}(\omega) = H(j\omega) \underline{V}_{in}(\omega).$$

Επομένως:

$$|V_{out}| = |H(j\omega)| |V_{in}|$$

και

$$\varphi_{out} = \varphi_{in} + \angle H(j\omega).$$

## Τι σημαίνει πρακτικά;

Διαφορετικές αρμονικές του ίδιου σήματος μπορεί να μεταβληθούν διαφορετικά.

- Κάποιες μπορεί να εξασθενήσουν περισσότερο.
- Κάποιες μπορεί να διατηρηθούν σχεδόν αμετάβλητες.
- Κάθε αρμονική μπορεί να αποκτήσει διαφορετική μετατόπιση φάσης.

## Αποτέλεσμα

Αν μεταβληθούν διαφορετικά οι συχνοτικές συνιστώσες, μεταβάλλεται και η **μορφή του συνολικού σήματος** στην έξοδο.

Σήμα εισόδου  $\implies$  Φάσμα εισόδου  $\implies H(j\omega) \implies$  Φάσμα εξόδου  $\implies$  Σήμα εξόδου

$$\underline{V}_{out}(\omega) = H(j\omega) \underline{V}_{in}(\omega)$$

## Η μεγάλη εικόνα

Η Fourier μας λέει **τι συχνότητες περιέχει το σήμα**. Η συνάρτηση μεταφοράς μας λέει **τι κάνει το κύκλωμα σε καθεμία από αυτές**.

**Τέλος Εισαγωγής**