

# Ισοδύναμα Κυκλώματα BJT



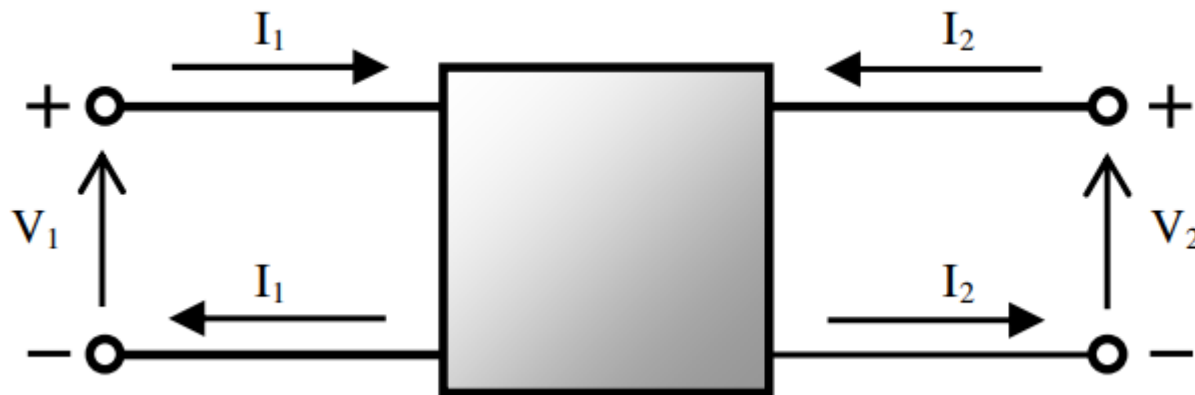
## ΔΙΘΥΡΑ – ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ

Για την απλούστευση την ανάλυσης των ηλεκτρονικών κυκλωμάτων είναι πολύ χρήσιμες οι έννοιες των διθύρων και των ισοδύναμων κυκλωμάτων

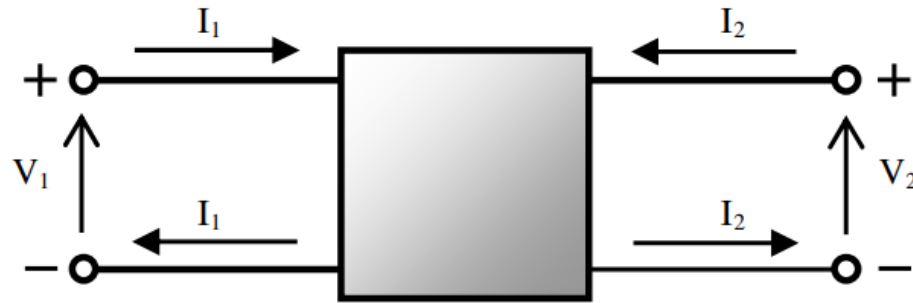
**Στόχος:**

Εξαγωγή σχέσεων οι οποίες συνδέουν τα χαρακτηριστικά μεγέθη της εισόδου και της εξόδου του κυκλώματος.

Τάση - Ρεύμα



## Παράμετροι σύνθετης αντίστασης z - παραμετροι



$$\begin{aligned} V_1 &= z_{11}I_1 + z_{12}I_2, \\ V_2 &= z_{21}I_1 + z_{22}I_2, \end{aligned} \quad \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

z - παραμετροι

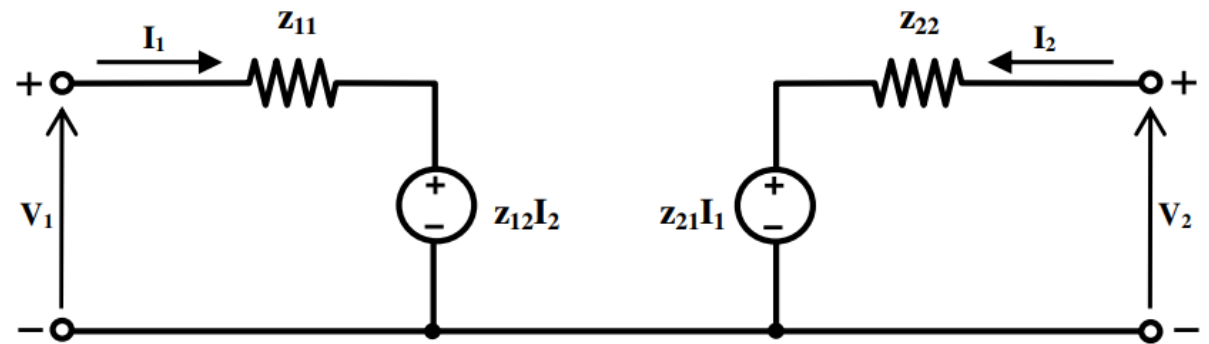
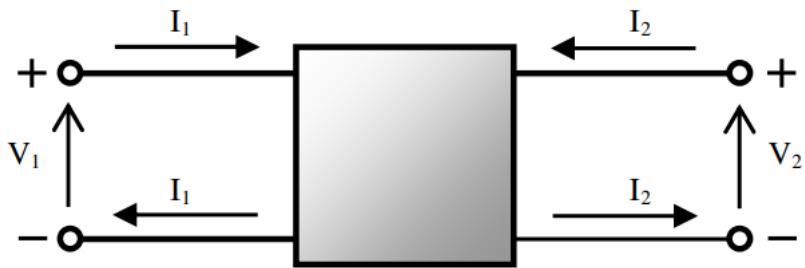
$$z_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{I_2=0}$$

$$z_{12} = \left. \frac{V_1}{I_2} \right|_{I_1=0}$$

$$z_{21} = \left. \frac{V_2}{I_1} \right|_{I_2=0}$$

$$z_{22} = \left. \frac{V_2}{I_2} \right|_{I_1=0}$$

## ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ BJT



$$z_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{I_2=0} \quad \text{Αντίσταση Εισόδου}$$

$$z_{21} = \left. \frac{V_2}{I_1} \right|_{I_2=0} \quad \text{Διαντίσταση εξόδου ως προς την είσοδο}$$

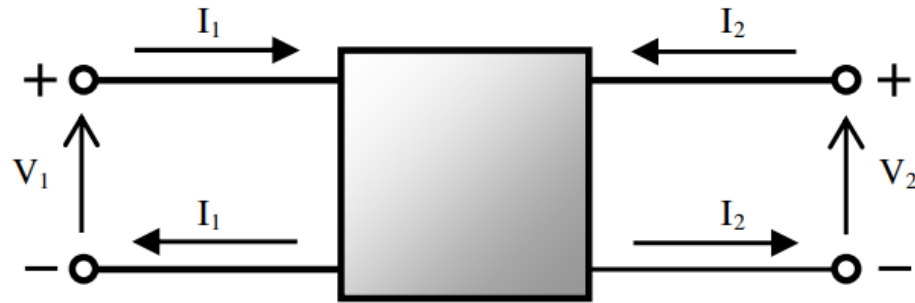
$$z_{12} = \left. \frac{V_1}{I_2} \right|_{I_1=0} \quad \text{Διαντίσταση εισόδου ως προς την έξοδο}$$

$$z_{22} = \left. \frac{V_2}{I_2} \right|_{I_1=0} \quad \text{Αντίσταση Εξόδου}$$

Οι τάσεις που παρέχονται από τις αντίστοιχες πηγές του ισοδύναμου κυκλώματος δεν έχουν σταθερή τιμή αλλά η τιμή τους εξαρτάται από τα ρεύματα εισόδου και εξόδου.

**Οι πηγές αυτές ονομάζονται πηγές τάσης ελεγχόμενες από ρεύμα**

Παράμετροι αγωγιμότητας  
y - παραμετροι



$$I_1 = y_{11}V_1 + y_{12}V_2,$$

$$I_2 = y_{21}V_1 + y_{22}V_2,$$

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

y - παραμετροι

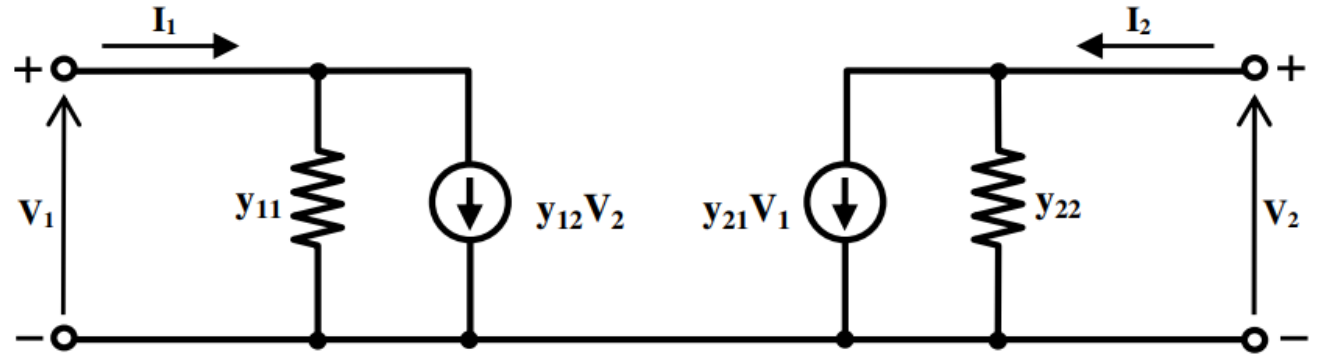
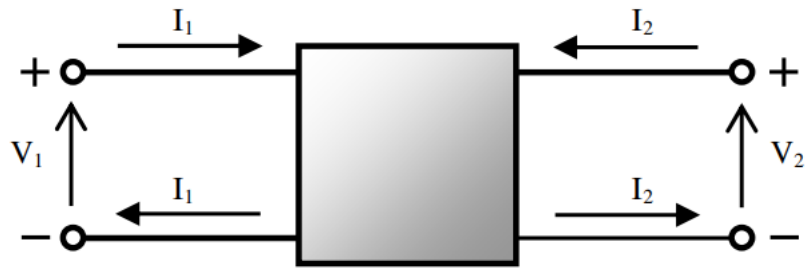
$$y_{11} = \left. \frac{I_1}{V_1} \right|_{V_2=0}$$

$$y_{12} = \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{V_1=0},$$

$$y_{21} = \left. \frac{I_2}{V_1} \right|_{V_2=0}$$

$$y_{22} = \left. \frac{I_2}{V_2} \right|_{V_1=0}$$

# ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ ΒJT



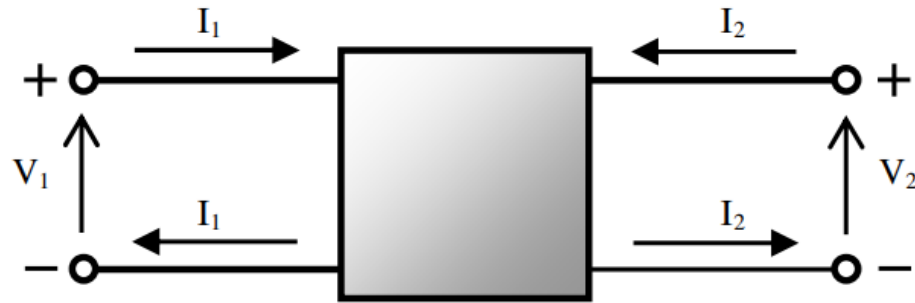
$$y_{11} = \left. \frac{I_1}{V_1} \right|_{V_2=0} \quad \text{Αγωγιμότητα Εισόδου}$$

$$y_{21} = \left. \frac{I_2}{V_1} \right|_{V_2=0} \quad \text{Διαγωγιμότητα εξόδου ως προς την είσοδο}$$

$$y_{12} = \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{V_1=0} \quad \text{Διαγωγιμότητα εισόδου ως προς την έξοδο}$$

$$y_{22} = \left. \frac{I_2}{V_2} \right|_{V_1=0} \quad \text{Αγωγιμότητα Εξόδου}$$

Υβριδικές Παράμετροι  
h - παραμετροι



$$V_1 = h_{11}I_1 + h_{12}V_2,$$

$$I_2 = h_{21}I_1 + h_{22}V_2,$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix},$$

h - παραμετροι

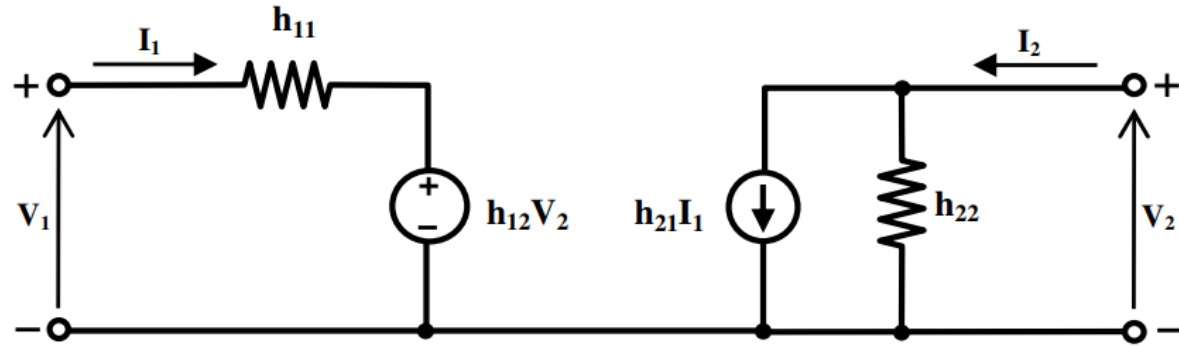
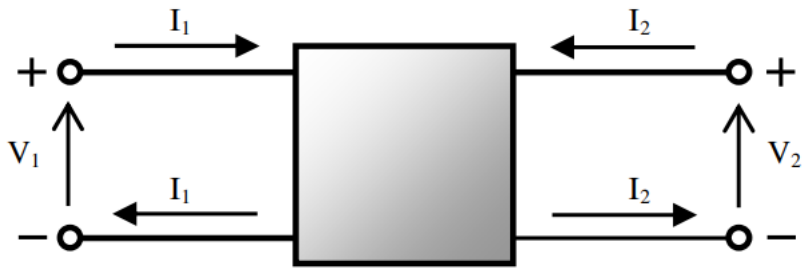
$$h_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{V_2=0},$$

$$h_{12} = \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{I_1=0}$$

$$h_{21} = \left. \frac{I_2}{I_1} \right|_{V_2=0}$$

$$h_{22} = \left. \frac{I_2}{V_2} \right|_{I_1=0}$$

# ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ BJT



$$h_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{V_2=0}, \quad \text{Αντίσταση Εισόδου}$$

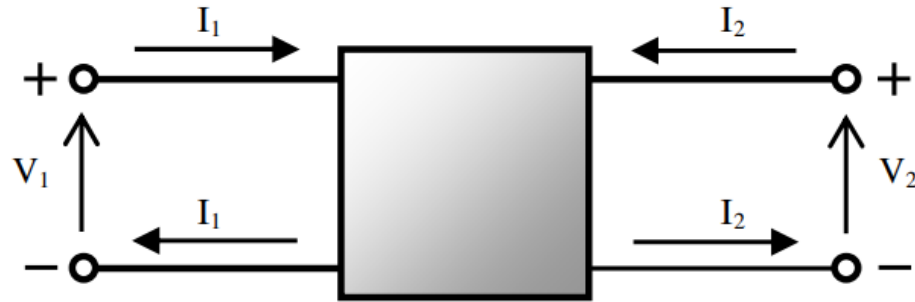
$$h_{21} = \left. \frac{I_2}{I_1} \right|_{V_2=0} \quad \text{Απολαβή ρεύματος της εξόδου ως προς την είσοδο}$$

$$h_{12} = \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{I_1=0} \quad \text{Απολαβή τάσης εισόδου ως προς την έξοδο}$$

$$h_{22} = \left. \frac{I_2}{V_2} \right|_{I_1=0} \quad \text{Αγωγιμότητα Εξόδου}$$



Ανάστροφες Υβριδικές Παράμετροι  
g - παραμετροι



$$I_1 = g_{11}V_1 + g_{12}I_2,$$

$$V_2 = g_{21}V_1 + g_{22}I_2,$$

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix},$$

g - παραμετροι

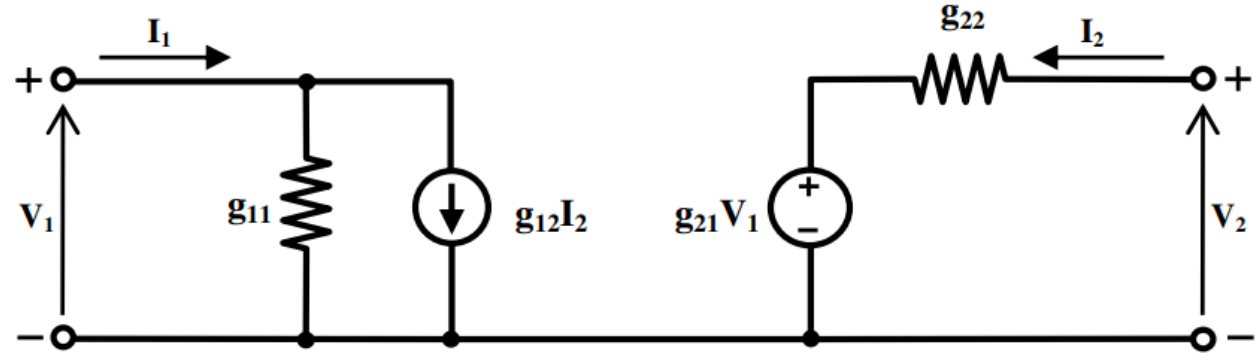
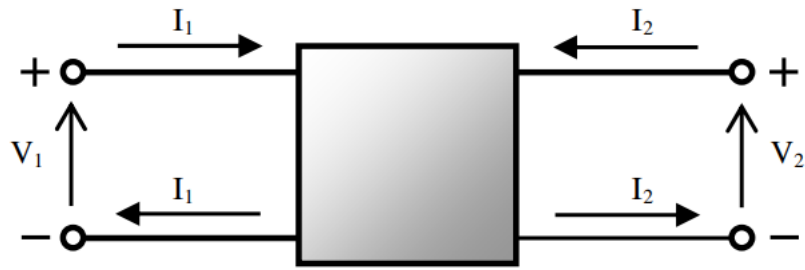
$$g_{11} = \left. \frac{I_1}{V_1} \right|_{I_2=0}$$

$$g_{12} = \left. \frac{I_1}{I_2} \right|_{V_1=0}$$

$$g_{21} = \left. \frac{V_2}{V_1} \right|_{I_2=0}$$

$$g_{22} = \left. \frac{V_2}{I_2} \right|_{V_1=0}$$

# ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ BJT



$$g_{11} = \left. \frac{I_1}{V_1} \right|_{I_2=0} \quad \text{Αγωγιμότητα Εισόδου}$$

$$g_{21} = \left. \frac{V_2}{V_1} \right|_{I_2=0} \quad \text{Απολαβή τάσης εξόδου προς την είσοδο}$$

$$g_{12} = \left. \frac{I_1}{I_2} \right|_{V_1=0} \quad \text{Απολαβή ρεύματος εισόδου προς την έξοδο}$$

$$g_{22} = \left. \frac{V_2}{I_2} \right|_{V_1=0} \quad \text{Αντίσταση εξόδου}$$

### Γιατι Χρησιμοποιούμε ισοδύναμα κυκλώματα μικρών σηματων?

Η χρήση μικρών εναλλασσόμενων σημάτων επιτρέπει τη γραμμική λειτουργία του BJT σε μικρές περιοχές γύρω από τα σημεία πόλωσής του. Τότε οι διάφορες παράμετροι θεωρούνται οτι είναι σταθερές ποσότητες.

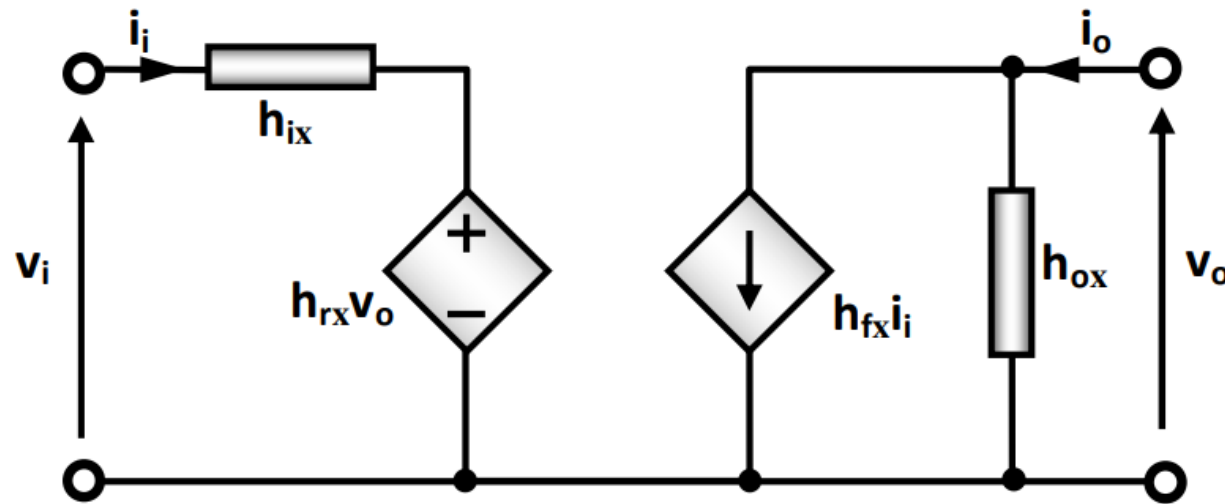
Τα μοντέλα μικρών σημάτων πραγματοποιούνται με λίγα στοιχεία και βοηθούν πολύ στη μελέτη και τη σχεδίαση των ηλεκτρονικών κυκλωμάτων

### Ποιά τα ισοδύναμα κυκλώματα?

Τα πλέον εν χρήσει μοντέλα ενός BJT είναι τα εξής:

1. **Υβριδικό-h ισοδύναμο** : Αποτελείται από στοιχεία που μπορούν να προσδιοριστούν από εξωτερικές μετρήσεις ή από τις χαρακτηριστικές εισόδου-εξόδου. Δεν περιέχει χωρητικότητες και χρησιμοποιείται για χαμηλές και μεσαίες συχνότητες
2. **Υβριδικό-π ισοδύναμο** : Περιλαμβάνει τις εσωτερικές χωρητικότητες του BJT και είναι κατάλληλο για τις υψηλές συχνότητες

Το υβριδικο-h ισοδύναμο



$h_i$ : αντιστάση εισόδου

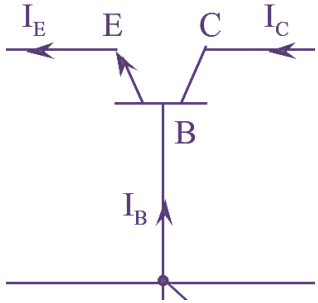
$$h_r = \frac{V_i}{V_o}$$

$$h_f = \frac{I_o}{I_i}$$

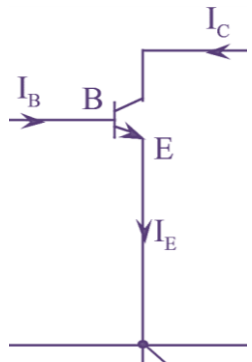
$h_o$ : αγωγιμότητα εξόδου

Το παραπάνω ισοδύναμο κύκλωμα μπορεί να χρησιμοποιηθεί για όλες τις βασικές συνδεσμολογίες ενός BJT.

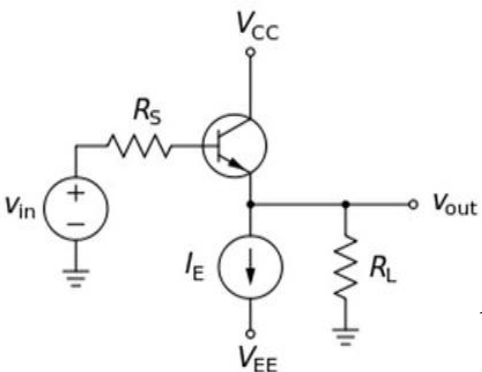
## Το υβριδικό-h ισοδύναμο για κάθε συνδεσμολογία



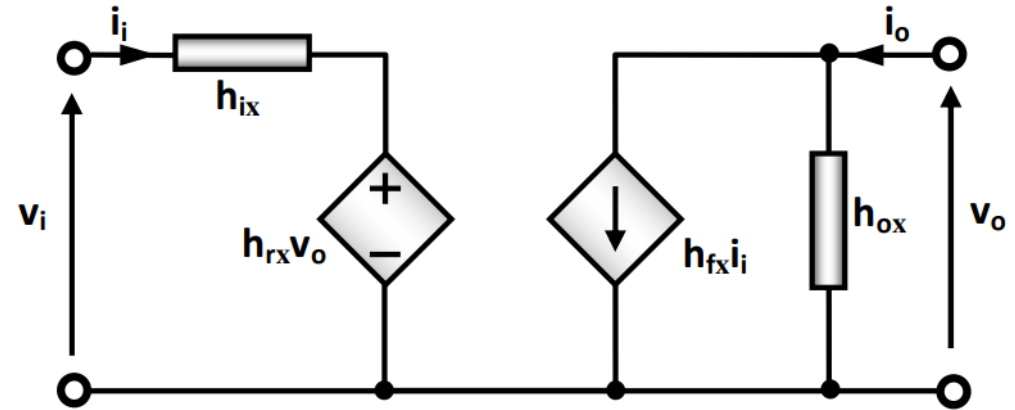
Συνδεσμολογία  
κοινής βάσης



Συνδεσμολογία  
κοινού εκπομπού

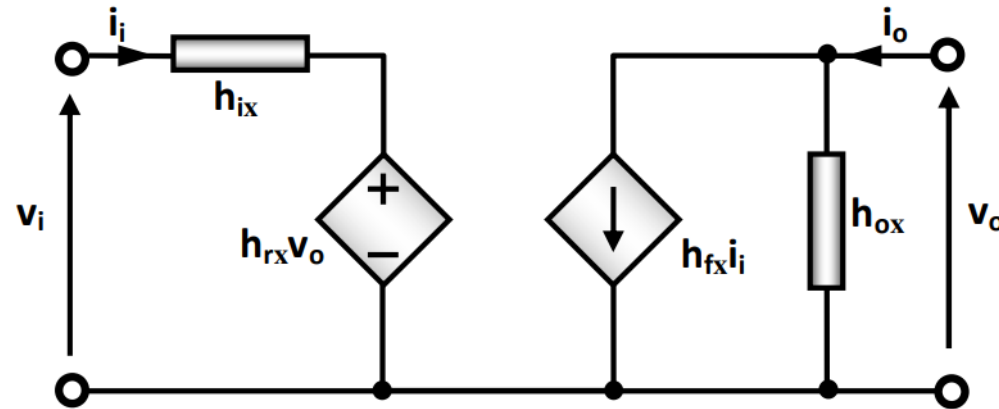


Συνδεσμολογία  
κοινού συλλέκτη



**x:b,e,c**

Το υβριδικό-h ισοδύναμο για κάθε συνδεσμολογία



Συνδεσμολογία  
κοινής βάσης

$$\begin{aligned} v_e &= h_{ib} i_e + h_{rb} v_{cb} \\ i_c &= h_{fb} i_e + h_{ob} v_{cb} \end{aligned}$$

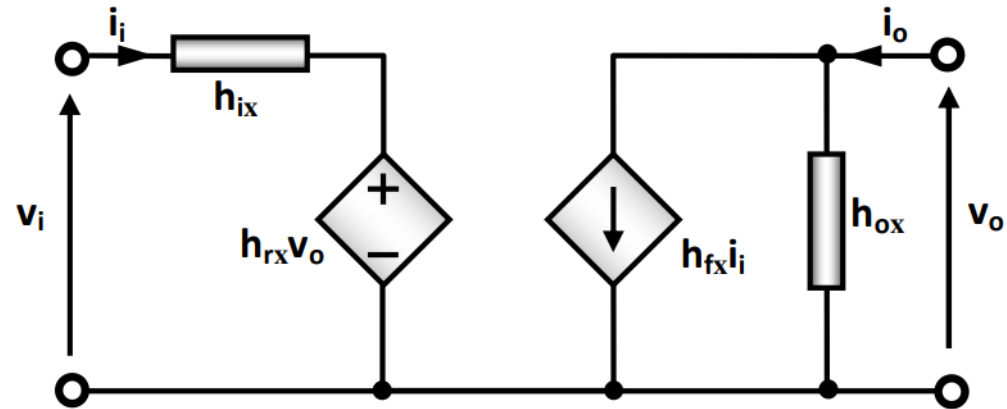
Συνδεσμολογία  
κοινού εκπομπού

$$\begin{aligned} v_{be} &= h_{ie} i_b + h_{re} v_{ce} \\ i_c &= h_{fe} i_b + h_{oe} v_{ce} \end{aligned}$$

Συνδεσμολογία  
κοινού συλλέκτη

$$\begin{aligned} v_{bc} &= h_{ic} i_b + h_{rc} v_{ce} \\ i_e &= h_{fc} i_b + h_{oc} v_{ce} \end{aligned}$$

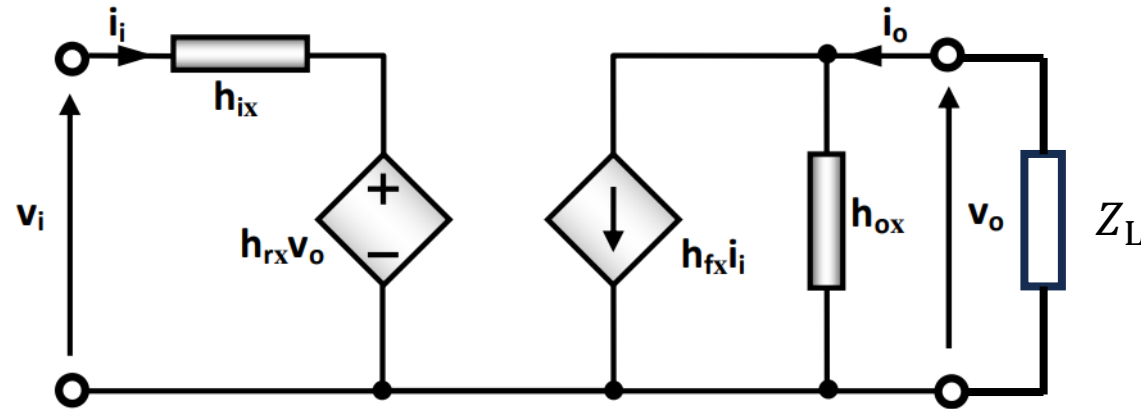
Το υβριδικό-h ισοδύναμο για κάθε συνδεσμολογία



Τυπικές τιμές παραμέτρων για κάθε συνδεσμολογία

Παράμετρος	CE	CC	CB
hi	1100Ω	1100Ω	22Ω
hr	0,00025	1	0,0003
hf	50	-50	-0.98
ho	25μΑ/V	25μΑ/V	0.49μΑ/V

Το υβριδικό-h ισοδύναμο για κάθε συνδεσμολογία

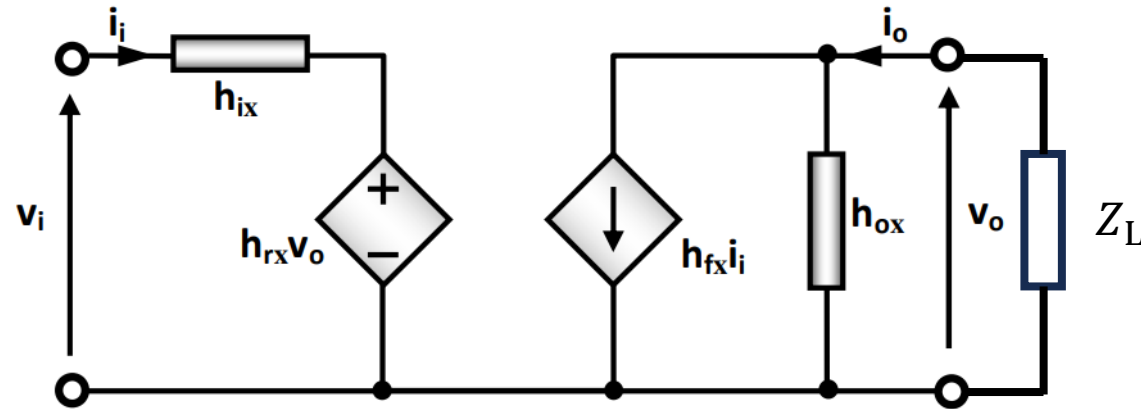


Απολαβή Ρεύματος

$$\left. \begin{aligned} A_I &= -\frac{I_o}{I_i} \\ I_o &= h_f I_i + h_o V_o \end{aligned} \right\} \begin{aligned} A_I &= -\frac{h_f}{1 + Z_L h_o} & \text{CE} \\ A_I &= -\frac{h_{fe}}{1 + Z_L h_{oe}} & \\ A_I &= -\frac{h_{fb}}{1 + Z_L h_{ob}} & \text{CB} \\ A_I &= -\frac{h_{fc}}{1 + Z_L h_{oc}} & \text{CC} \end{aligned}$$



Το υβριδικό-h ισοδύναμο για κάθε συνδεσμολογία



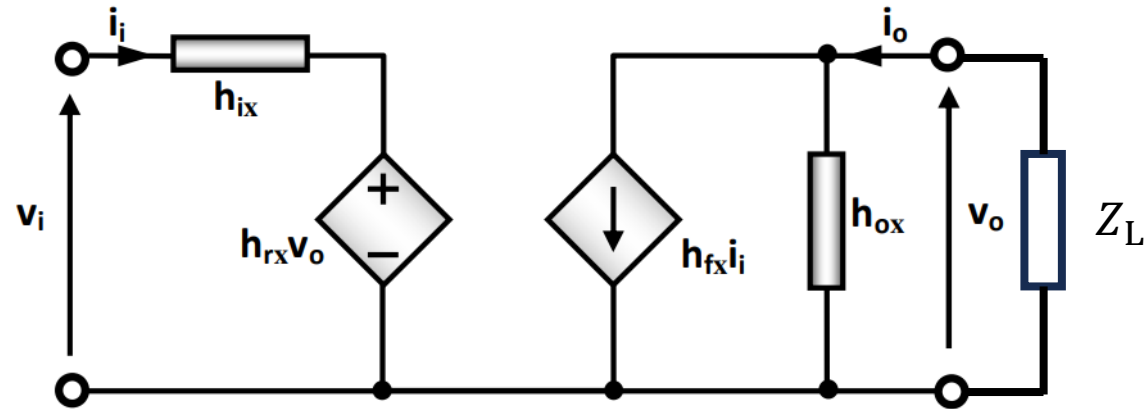
Αντίσταση εισόδου

$$Z_i = \frac{V_i}{I_i}$$

$$V_i = h_i I_i + h_r V_o$$

$$Z_i = h_i - \frac{h_f h_r}{Y_L + h_o} \quad \text{CE} \quad Z_i = h_{ie} - \frac{h_{fe} h_{re}}{Y_L + h_{oe}} \quad \text{CB} \quad Z_i = h_{ib} - \frac{h_{fb} h_{rb}}{Y_L + h_{ob}} \quad \text{CC} \quad Z_i = h_{ic} - \frac{h_{fc} h_{rc}}{Y_L + h_{oc}}$$

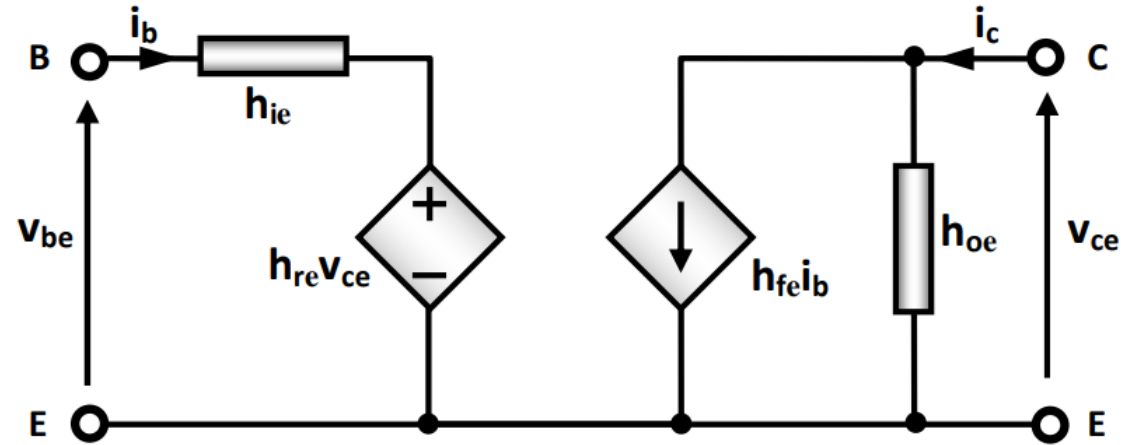
Το υβριδικό-h ισοδύναμο για κάθε συνδεσμολογία



Απολαβή Τάσης

$$\left. \begin{aligned}
 A_V &= \frac{V_o}{V_i} \\
 V &= -I_o Z_L
 \end{aligned} \right\} A_I = \frac{A_I Z_L}{Z_i}$$

Το υβριδικό-h ισοδύναμο για συνδεσμολογία κοινού εκπομπού



$$v_{be} = h_{ie} i_b + h_{re} v_{ce}$$

$$i_c = h_{fe} i_b + h_{oe} v_{ce}$$

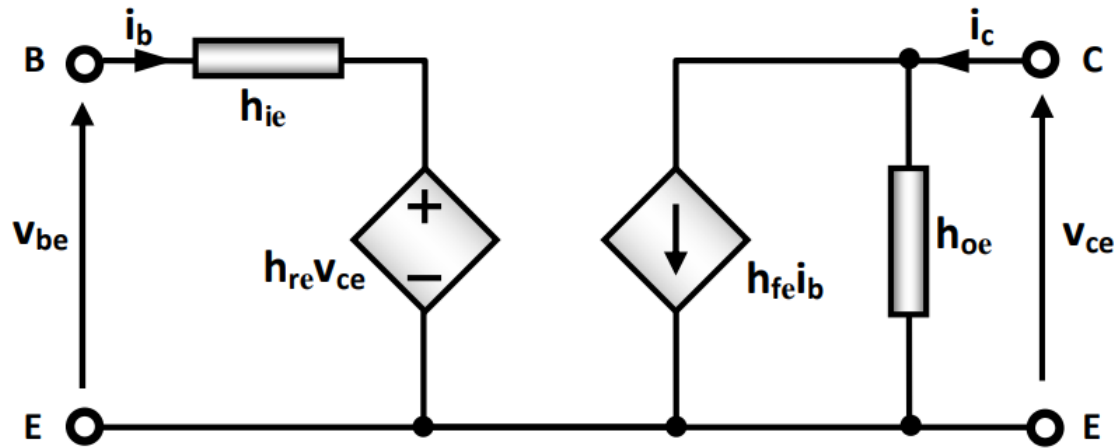
$$h_{re} = v_{be} / v_{ce} \mid i_b = 0$$

$$h_{oe} = i_c / v_{ce} \mid i_b = 0$$

$$h_{ie} = v_{be} / i_b \mid v_{ce} = 0$$

$$h_{fe} = i_c / i_b \mid v_{ce} = 0$$

Το υβριδικό-h ισοδύναμο για συνδεσμολογία κοινού εκπομπού



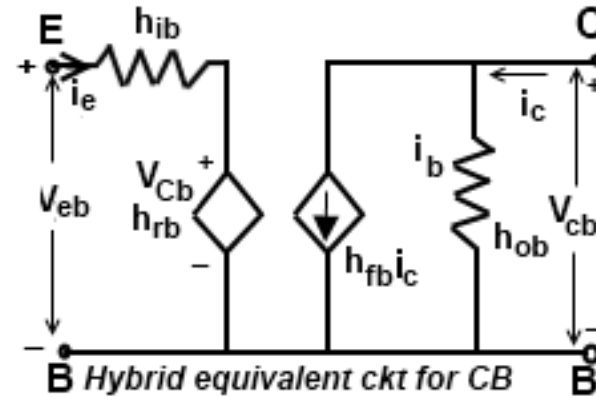
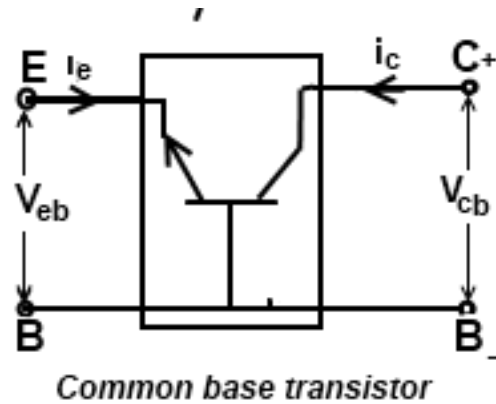
$$h_{ie} = \frac{v_{be}}{i_b}$$

$$h_{re} = \frac{v_{be}}{v_{ce}}$$

$$h_{fe} = \frac{i_c}{i_b}$$

$$h_{oe} = \frac{i_c}{v_{ce}}$$

Το υβριδικό-h ισοδύναμο για συνδεσμολογία κοινής βάσης



$$h_{ib} = \frac{V_{eb}}{i_e}$$

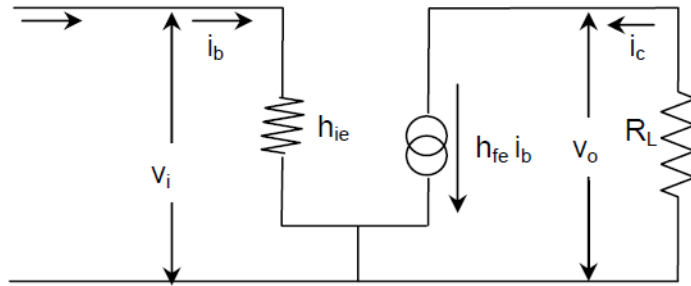
$$h_{rb} = \frac{V_{eb}}{V_{cb}}$$

$$h_{fb} = \frac{i_c}{i_e}$$

$$h_{ob} = \frac{i_c}{V_{cb}}$$

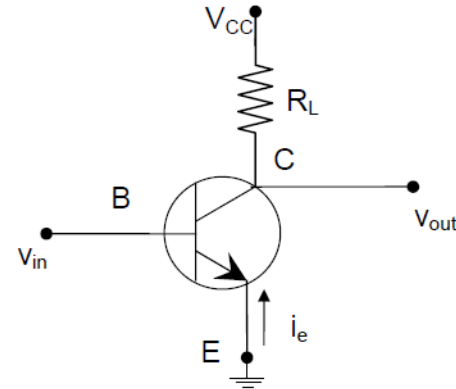
## Παράδειγμα 1

Ένα τρανζίστορ έχει  $h_{fe}=150$  και  $h_{ie}=1.5 \text{ K}\Omega$ . Υποθέτουμε ότι οι παράμετροι  $h_{re}$  και  $h_{oe}$  έχουν τόσο μικρή τιμή που μπορούν να αγνοηθούν. Να καθορίσετε την τιμή της αντίστασης φορτίου η οποία απαιτείται, ώστε το κέρδος τάσης να είναι 200.



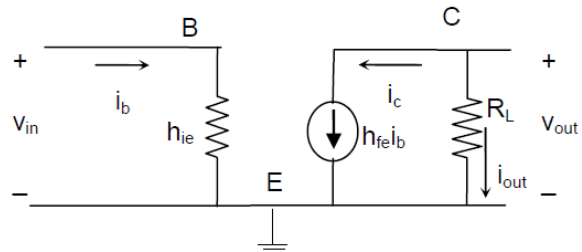
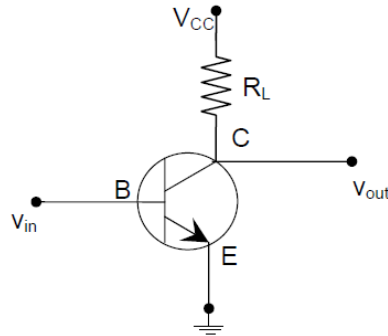
$$\left| \frac{V_{out}}{V_{in}} \right| = 200 \Rightarrow \left| \frac{-i_c R_L}{h_{ie} i_b} \right| = 200 \Rightarrow \frac{h_{fe} i_b R_L}{h_{ie} i_b} = 200$$

$$\Rightarrow R_L = 2 \text{ K}\Omega$$



## Παράδειγμα 2

(Α) Ένα τρανζίστορ έχει  $h_{fe}=150$  και  $h_{ie}=1.5\text{ K}\Omega$ . Υποθέτουμε ότι οι παράμετροι  $h_{re}$  και  $h_{oe}$  έχουν τόσο μικρή τιμή που μπορούν να αγνοηθούν. Να καθορίσετε την τιμή της αντίστασης φορτίου  $R_L$  (όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα), η οποία απαιτείται, ώστε το κέρδος τάσης να είναι  $A_0 = -200$ .



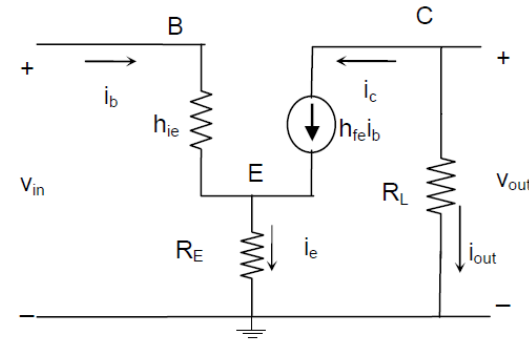
$$A_0 = -200 \Rightarrow \frac{V_{out}}{V_{in}} = -200 \Rightarrow \frac{i_{out} \cdot R_L}{i_b \cdot h_{ie}} = -200 \Rightarrow \frac{-i_c \cdot R_L}{i_b \cdot h_{ie}} = -200 \Rightarrow \frac{-h_{fe} \cdot i_b \cdot R_L}{i_b \cdot h_{ie}} = -200 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_L = \frac{200 \cdot h_{ie}}{h_{fe}} \Rightarrow R_L = \frac{200 \cdot 1.5}{150} \text{ k}\Omega \Rightarrow R_L = 2 \text{ k}\Omega$$

(Β) Έστω, στο διπλανό σχήμα, μεταξύ Εκπομπού (Ε) και Γης παρεμβάλουμε μία μεταβλητή αντίσταση  $R_E$  για να μεταβάλλουμε το κέρδος τάσης.

(α) Να βρεθεί το νέο κέρδος τάσης  $A_1$  και ο συντελεστής ανάδρασης  $\beta_1$  αν  $R_{E1}=90\Omega$  και  $R_L=2\text{K}\Omega$ .

(β) Δεδομένου ότι  $R_L=2\text{K}\Omega$  και δεδομένου του συντελεστή ανάδρασης  $\beta_2=0.095$  να βρεθεί το νέο κέρδος τάσης  $A_2$  και η τιμή της αντίστασης  $R_{E2}$ .



$$i_e = i_b + i_c = i_b(1 + h_{fe}) \approx h_{fe} \cdot i_b$$

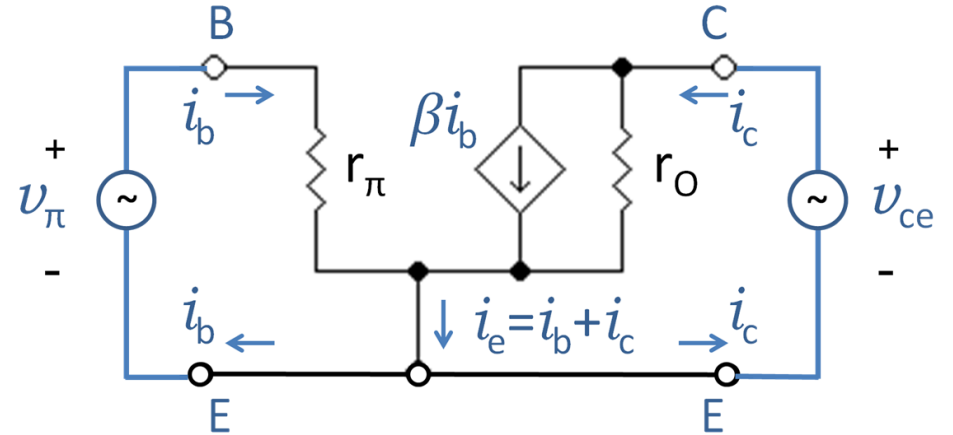
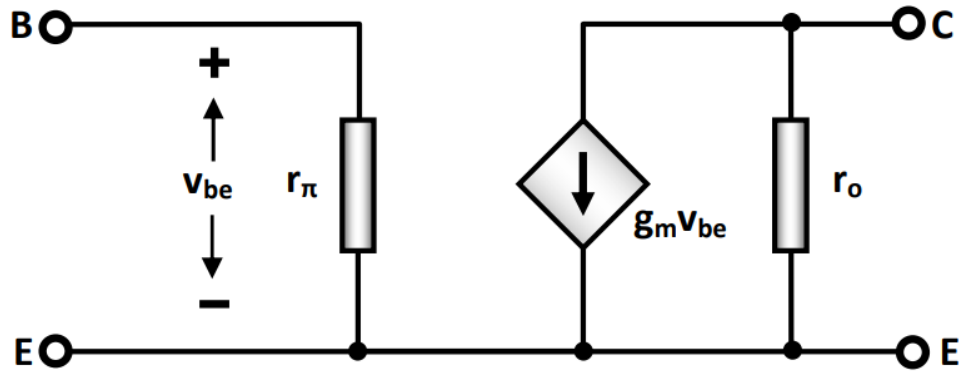
$$(α) A_1 = \frac{i_{out} \cdot R_L}{i_b \cdot h_{ie} + i_e \cdot R_{E1}} = \frac{-h_{fe} \cdot i_b \cdot R_L}{i_b \cdot h_{ie} + h_{fe} \cdot i_b \cdot R_{E1}} = \frac{-h_{fe} \cdot R_L}{h_{ie} + h_{fe} \cdot R_{E1}} = \frac{-150 \cdot 2000}{1500 + 150 \cdot 90} = \frac{-150 \cdot 20}{15 + 15 \cdot 9} = -20$$

$$A_1 = \frac{A_0}{1 - \beta_1 \cdot A_0} \Rightarrow -20 = \frac{-200}{1 + \beta_1 \cdot 200} \Rightarrow 1 = \frac{10}{1 + \beta_1 \cdot 200} \Rightarrow 1 + \beta_1 \cdot 200 = 10 \Rightarrow \beta_1 = \frac{9}{200} \Rightarrow \beta_1 = 4,5\% = 0.045$$

$$(β) A_2 = \frac{A_0}{1 - \beta_2 \cdot A_0} = \frac{-200}{1 + 0.095 \cdot 200} = -10$$

$$A_2 = \frac{i_{out} \cdot R_L}{i_b \cdot h_{ie} + i_e \cdot R_{E2}} \Rightarrow -10 = \frac{-h_{fe} \cdot i_b \cdot R_L}{i_b \cdot h_{ie} + h_{fe} \cdot i_b \cdot R_{E2}} \Rightarrow 1 = \frac{15 \cdot 200}{150 + 15 \cdot R_{E2}} \Rightarrow 10 + R_{E2} = 200 \Rightarrow R_{E2} = 190\Omega$$

Το υβριδικό-π ισοδύναμο



$$g_m = \left. \frac{i_c}{v_{be}} \right|_{v_{ce}=0} = \frac{I_C}{V_T} \quad V_T = \frac{kT}{q}$$

$$\beta_0 = \frac{I_C}{I_B}$$

$$r_{\pi} = \left. \frac{v_{be}}{i_b} \right|_{v_{ce}=0} = \frac{\beta_0}{g_m} = \frac{V_T}{I_B}$$

$$r_o = \left. \frac{v_{ce}}{i_c} \right|_{v_{be}=0} = \frac{V_A + V_{CE}}{I_C} \approx \frac{V_A}{I_C}$$



Το υβριδικό-π ισοδύναμο για υψηλές συχνότητες

