Παθητικά Φίλτρα

Ηλεκτρονική
Γ' Τάξη
Λέκτορας Ε. Καραγιάννη

1

Ταξινόμηση Φίλτρων

Υπενθύμιση: Μιγαδικοί Αριθμοί

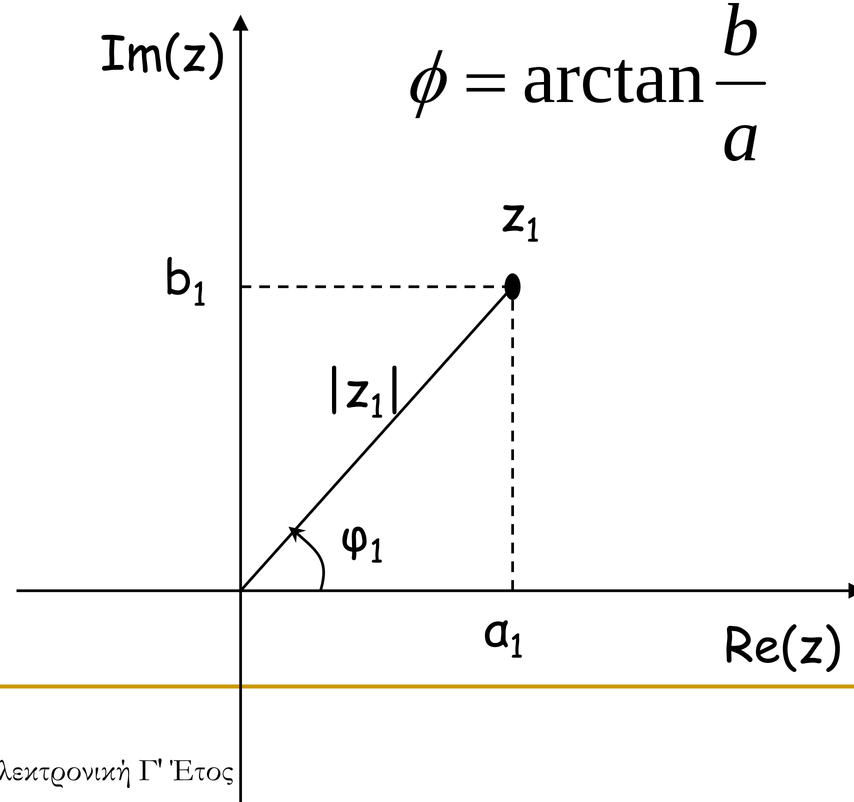
$$z_1 = a_1 + jb_1 = |z_1| e^{j\phi_1}$$

$$z_2 = a_2 + jb_2 = |z_1| e^{j\phi_2}$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{|z_1|}{|z_2|} e^{j(\phi_1 - \phi_2)}$$

$$|z_1| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\phi = \arctan \frac{b}{a}$$



Υπενθύμιση: Στοιχεία που διαφορίζουν και ολοκληρώνουν

$$Z_R = R$$

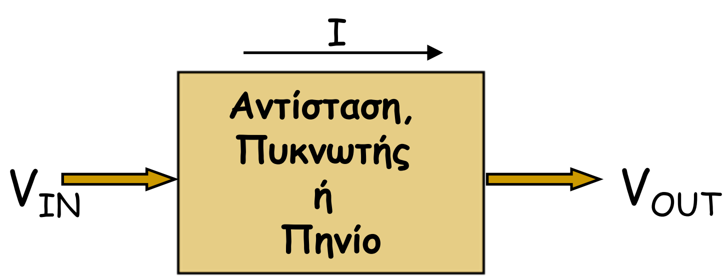
- **Αντίσταση** $U = R \cdot I$

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C}$$

- **Πυκνωτής** $I = C \cdot \frac{dU}{dt} \Rightarrow I = C \cdot s \cdot U \Rightarrow U = \frac{1}{C}\int Idt$

$$Z_L = j\omega L$$

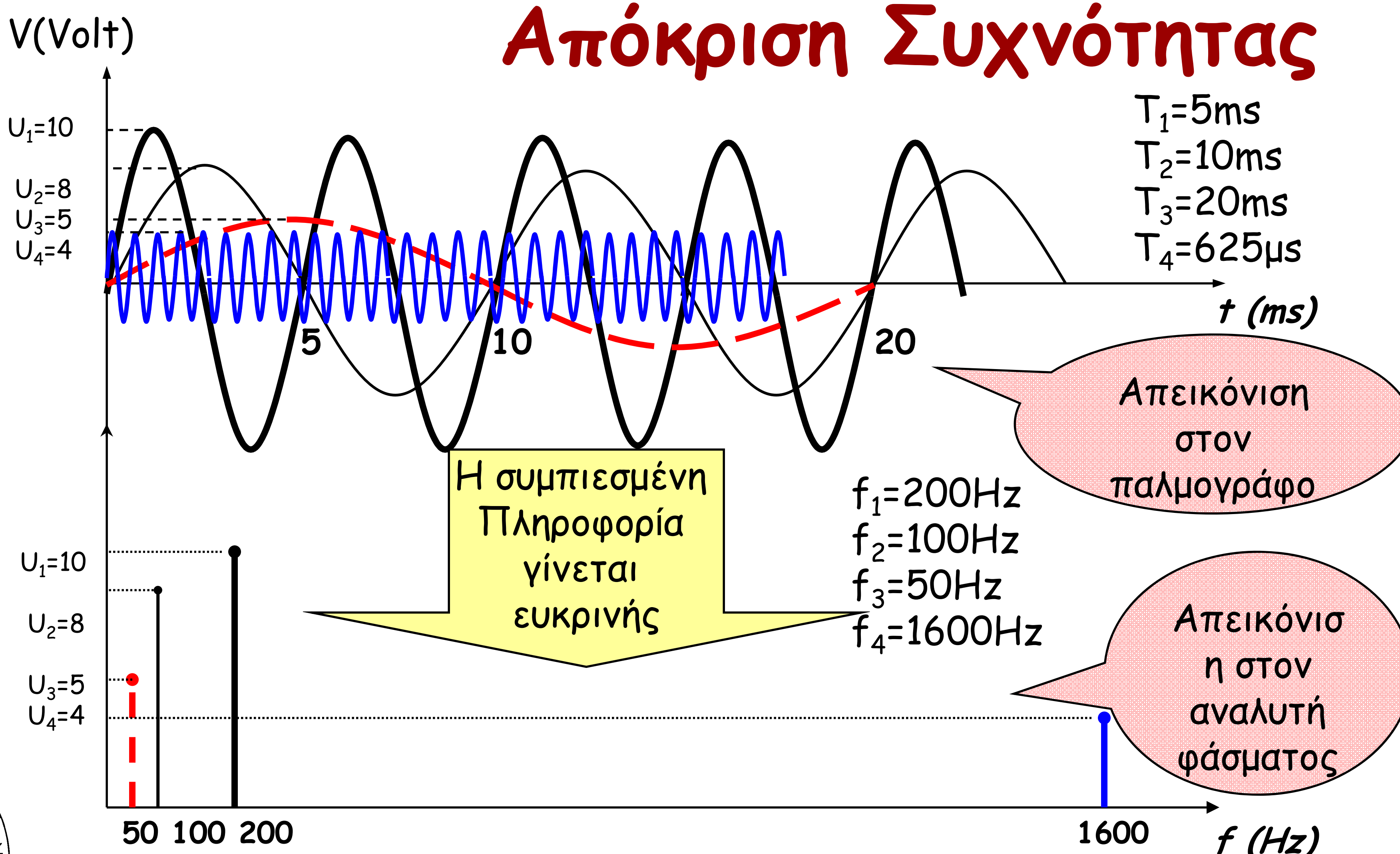
- **Πηνίο** $U = L \cdot \frac{dI}{dt}$



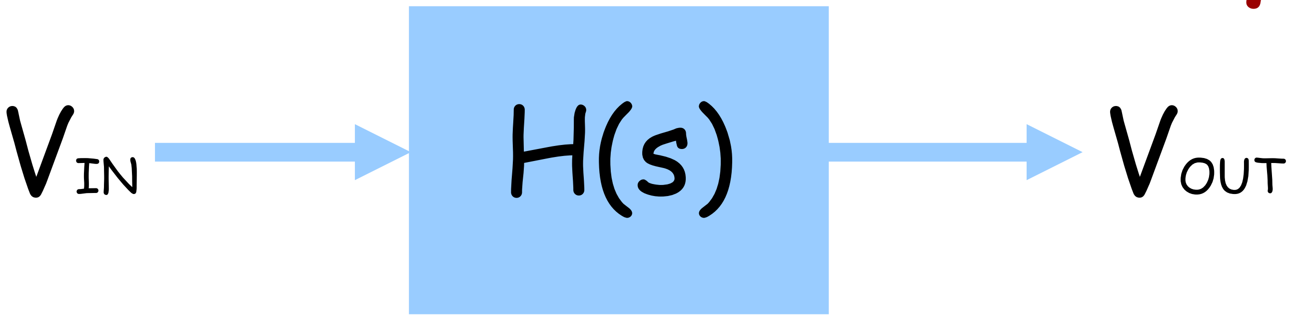
$U = U_{OUT} - U_{IN}$

$s = j\omega$

Υπενθύμιση: Απόκριση Χρόνου & Απόκριση Συχνότητας



Υπενθύμιση: Συνάρτηση Μεταφοράς



$$H(s)=\frac{V_{OUT}(s)}{V_{IN}(s)}=\alpha+j\beta=\left|H(s)\right|e^{j\phi}$$

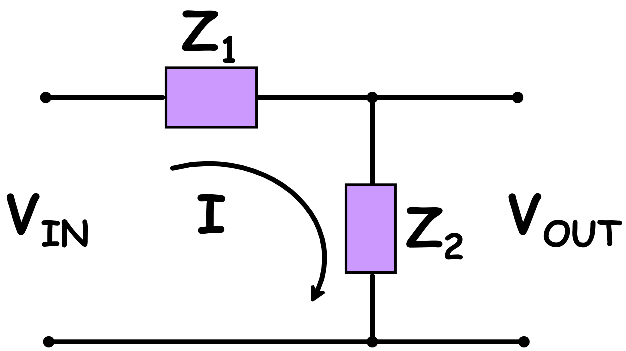
$$\left|H(s)\right|=\sqrt{\alpha^2+\beta^2}$$

$$\phi=\arctan\frac{\beta}{\alpha}$$

s=jω=d(.)/dt
ω=2πf
η κυκλική συχνότητα του σήματος
f
η γραμμική συχνότητα
$j=\sqrt{-1}$

η μιγαδική μονάδα

Υπενθύμιση: Διαιρέτης Τάσης



$$V_{IN} = I \cdot (Z_1 + Z_2)$$

$$V_{OUT} = I \cdot Z_2$$

$$H(s) = \frac{V_{OUT}}{V_{IN}} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

Z = R + j X

σύνθετη αντίσταση

Αν Z=R αντίσταση

Αν Z=jωL πηνίο

Αν $Z = \frac{1}{j\omega c}$ πυκνωτής

Αν $Z_1=R_1$ και $Z_2=R_2$ τότε

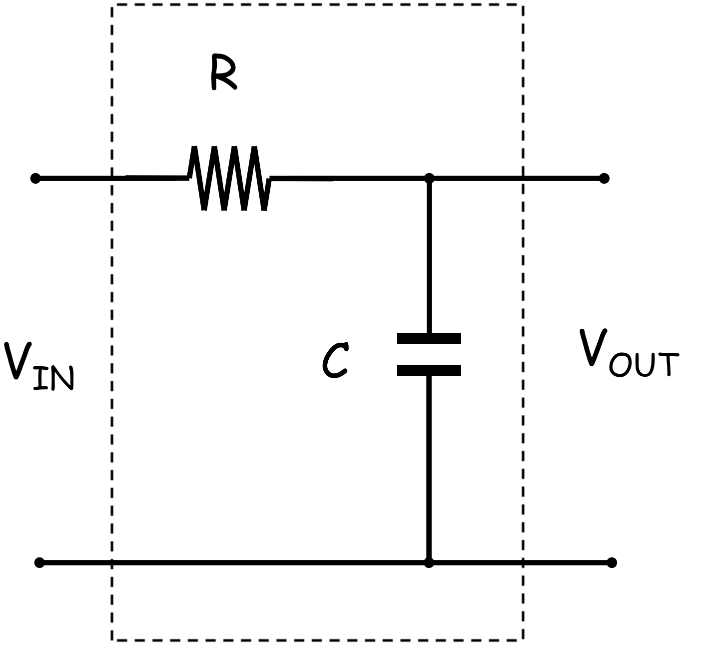
$$H(s) = \frac{V_{OUT}}{V_{IN}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Παθητικό Βαθυπερατό Φίλτρο

- Ο πυκνωτής γίνεται ανοικτοκύκλωμα για τις χαμηλές συχνότητες και βραχυκύκλωμα για τις υψηλές συχνότητες.
- Ορίζουμε τη συχνότητα αποκοπής του φίλτρου

$$f_0 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot R \cdot C}$$

- **Η f_0 εξαρτάται μόνο από τις τιμές R και C. Δεν είναι συχνότητα σήματος.**



$$H(s) = \frac{V_{OUT}}{V_{IN}} = \frac{\frac{1}{j \cdot \omega \cdot C}}{R + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C}} = \frac{1}{1 + j \cdot \omega \cdot R \cdot C} = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}} = \frac{1}{1 + j\frac{f}{f_0}}$$

Μέτρο και Φάση Συνάρτησης Μεταφοράς (Βαθυπερατό Φίλτρο)

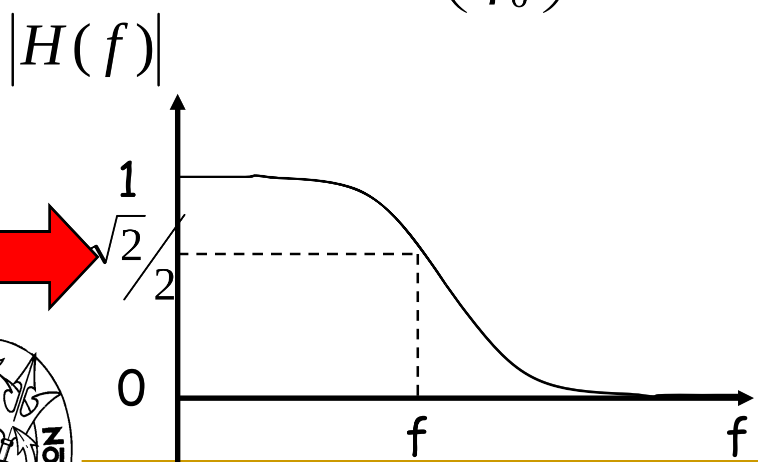
$$|H(f)| = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{f}{f_0}\right)^2}}$$

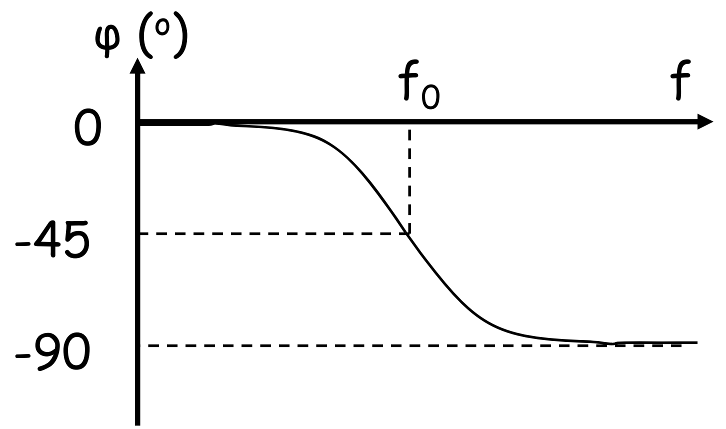
$$\phi = -\arctan\left(\frac{f}{f_0}\right)$$

Αν f=0 τότε $|H(f)| = 1$ φ = 0

Αν $f \to \infty$ τότε $|H(f)| = 0$ φ = - 90°

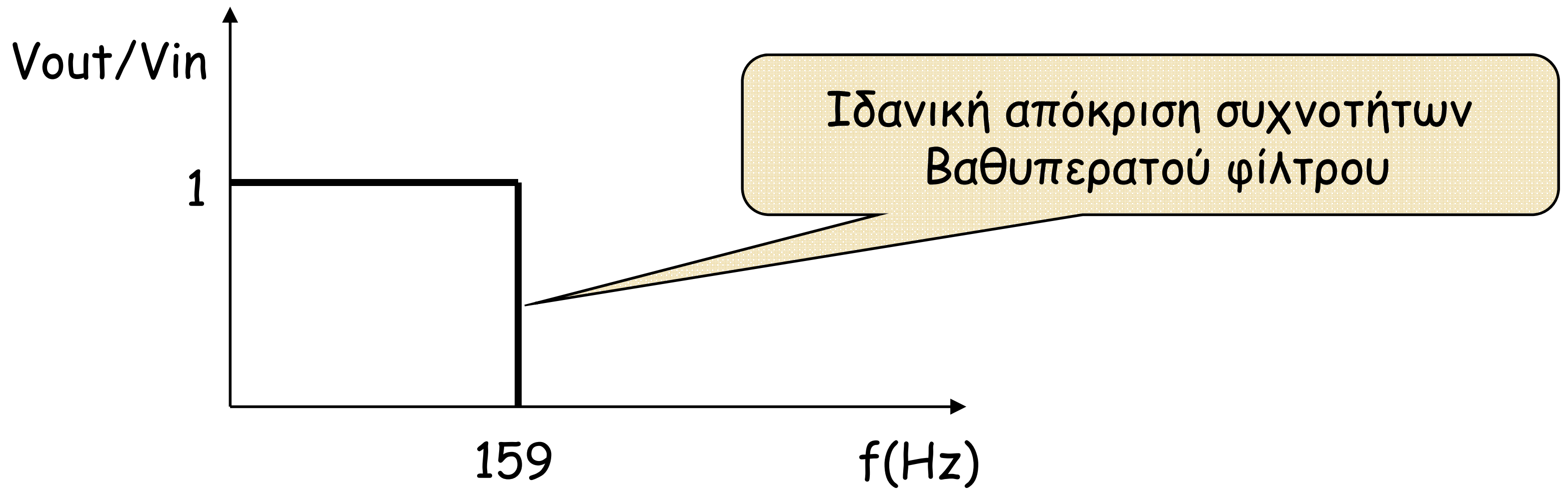
Αν $f = f_0$ τότε $|H(f)| = \frac{\sqrt{2}}{2}$ φ=-45°



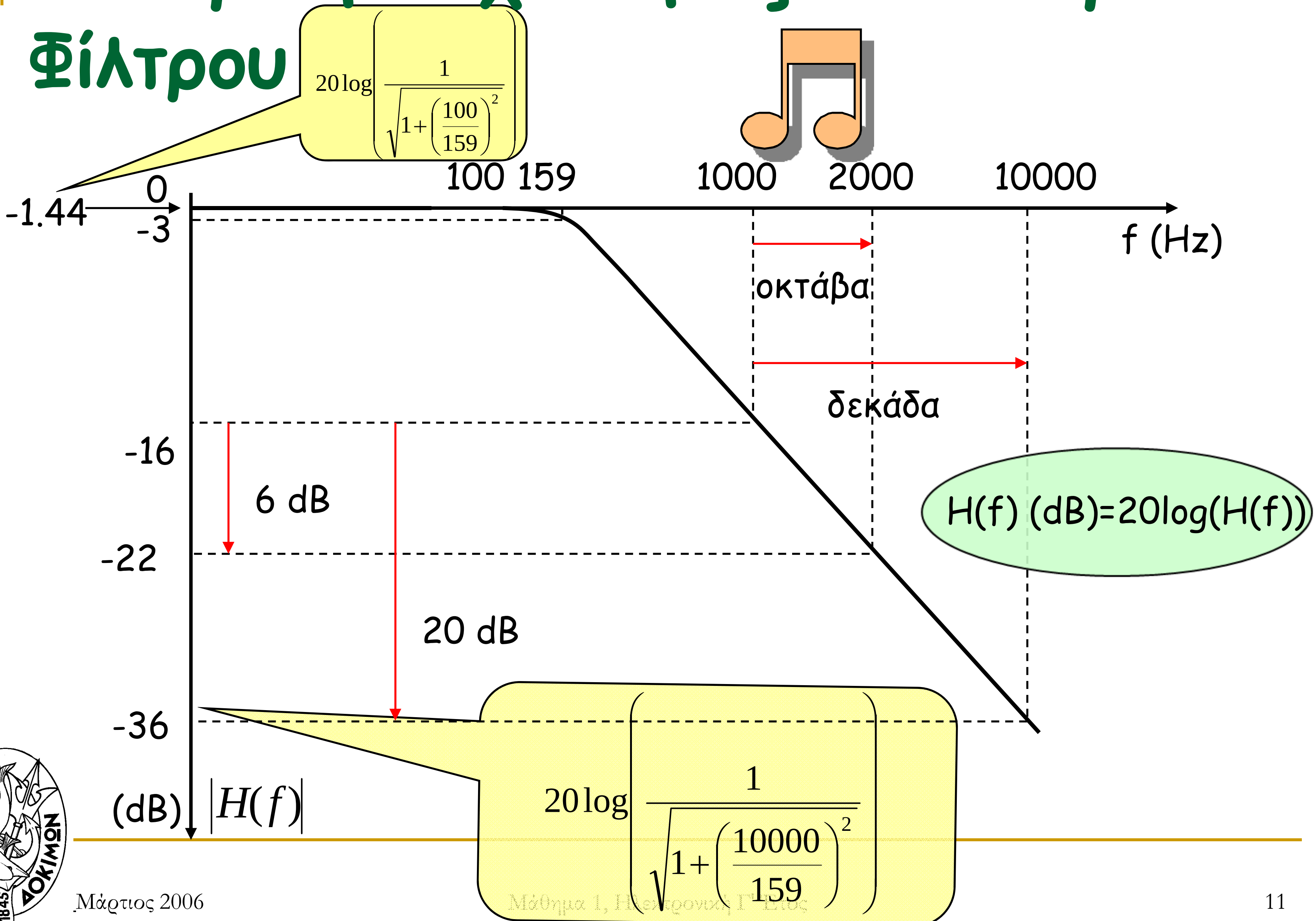


Παθητικό Βαθυπερατό Φίλτρο (Παράδειγμα)

- Έστω R=1 KΩ και C=1μF
- Η συχνότητα αποκοπής είναι f_0=159 Hz
- Το φίλτρο αυτό επιτρέπει τη διέλευση συχνοτήτων από το DC μέχρι τα 159 Hz
- Αν στην είσοδο μπει σήμα συχνότητας 160 Hz, θεωρητικά θα κοπεί, και στην έξοδο δεν θα πάρουμε τίποτα.

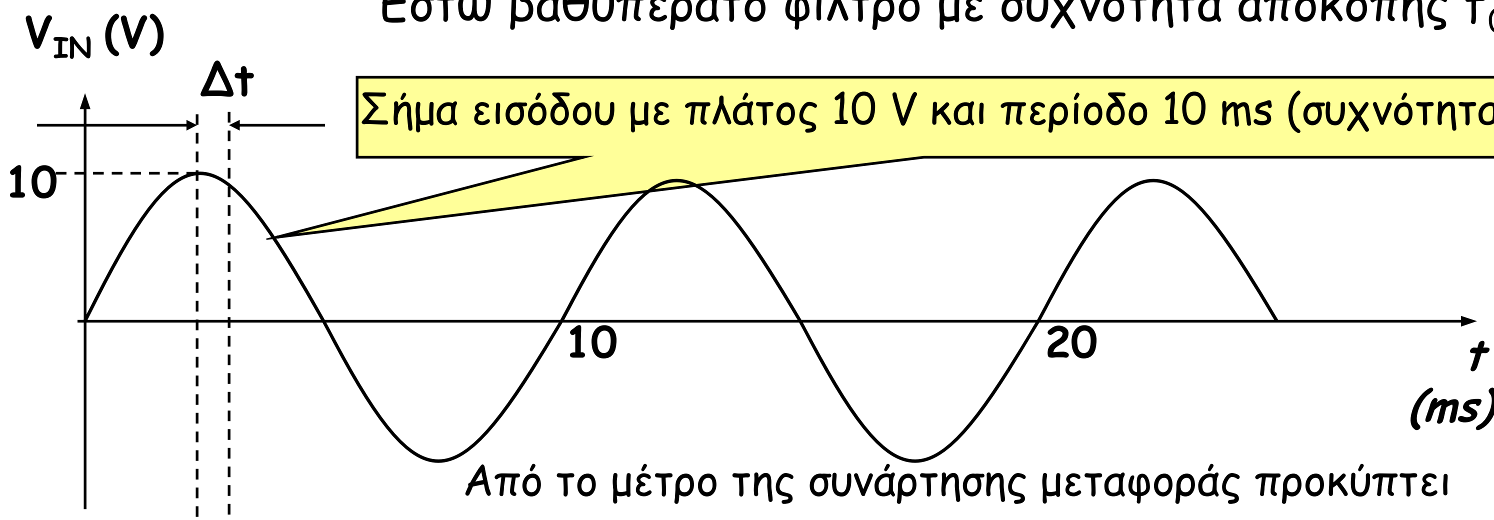


Απόκριση Συχνότητας Βαθυπερατού Φίλτρου



Παράδειγμα 1

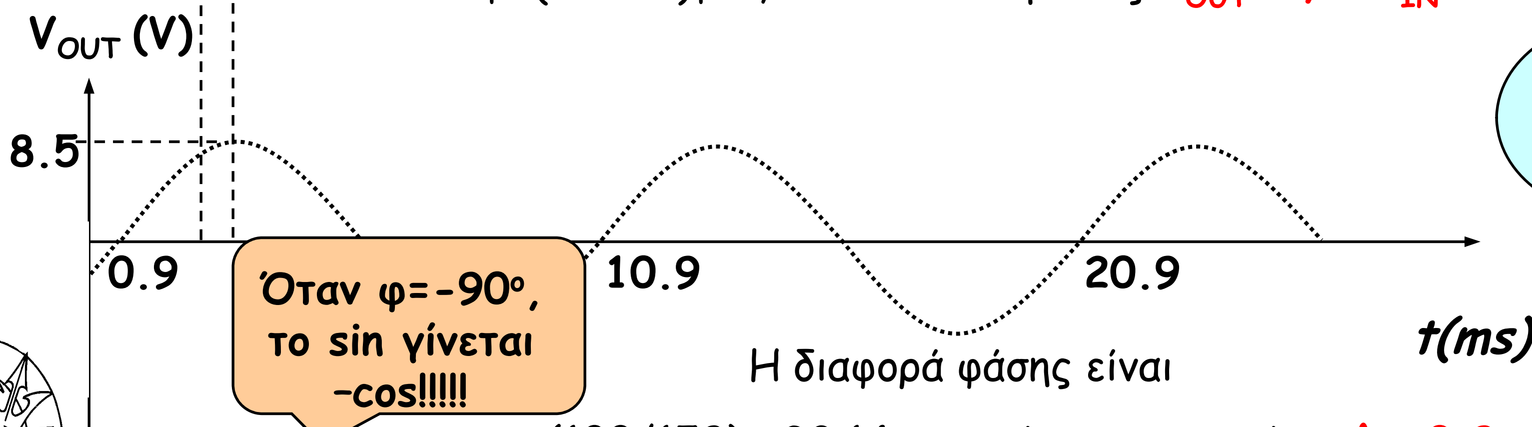
Έστω βαθυπερατό φίλτρο με συχνότητα αποκοπής f_0=159Hz.



Σήμα εισόδου με πλάτος 10 V και περίοδο 10 ms (συχνότητα f=100Hz)

Από το μέτρο της συνάρτησης μεταφοράς προκύπτει

|H(100Hz)|=0,8465 και επομένως **V_{OUT}≈0,85V_{IN}**



$$\Delta t = \frac{\phi \cdot T}{360}$$

Όταν φ=-90°, το sin γίνεται –cos!!!!!

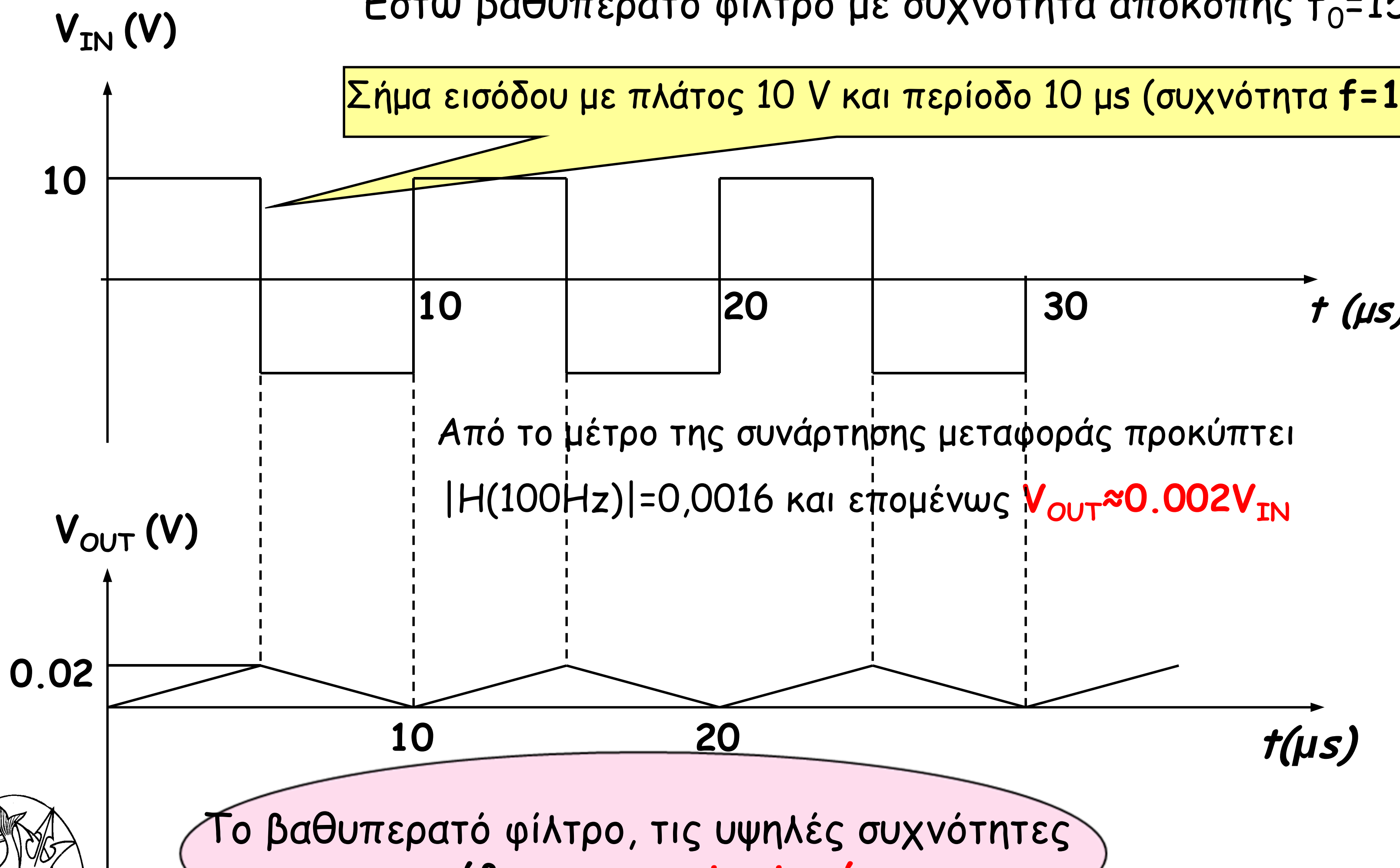
Η διαφορά φάσης είναι

φ=-arctan(100/159)=-32,14° η οποία αντιστοιχεί σε **Δt=0.9 ms**

Παράδειγμα 2

Έστω βαθυπερατό φίλτρο με συχνότητα αποκοπής f_0=159Hz.

Σήμα εισόδου με πλάτος 10 V και περίοδο 10 μs (συχνότητα **f=100KHz**)



Από το μέτρο της συνάρτησης μεταφοράς προκύπτει

|H(100Hz)|=0,0016 και επομένως $V_{OUT} \approx 0.002 V_{IN}$

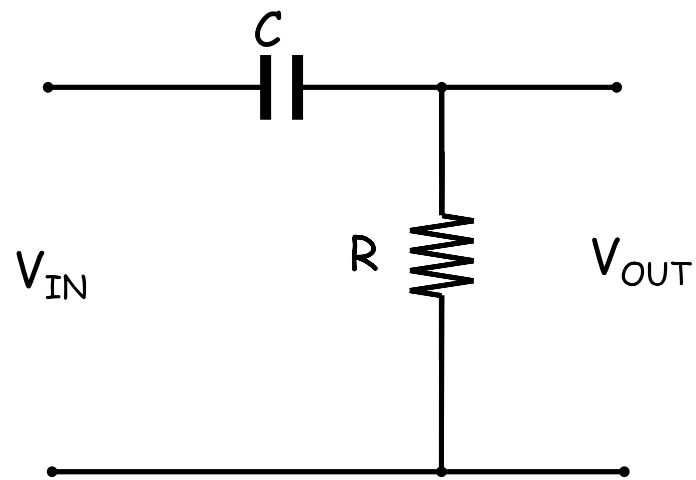
Το βαθυπερατό φίλτρο, τις υψηλές συχνότητες
τις **κόβει** και τις **ολοκληρώνει**

Παθητικό Υψιπερατό Φίλτρο

- Ο πυκνωτής επιτρέπει τη διέλευση υψηλών συχνοτήτων και απαγορεύει τη διέλευση χαμηλών συχνοτήτων
- Η συχνότητα αποκοπής του φίλτρου είναι

$$f_0 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot R \cdot C}$$

- **Η f_0 εξαρτάται μόνο από τις τιμές R και C. Δεν είναι συχνότητα σήματος.**



$$H(s) = \frac{V_{OUT}}{V_{IN}} = \frac{R}{R + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C}} = \frac{j\omega RC}{j\omega RC + 1} = \frac{j\frac{\omega}{\omega_0}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}} = \frac{\frac{f}{f_0}}{1 + j\frac{f}{f_0}}$$

Μέτρο και Φάση Συνάρτησης Μεταφοράς (Υψιπερατό Φίλτρο)

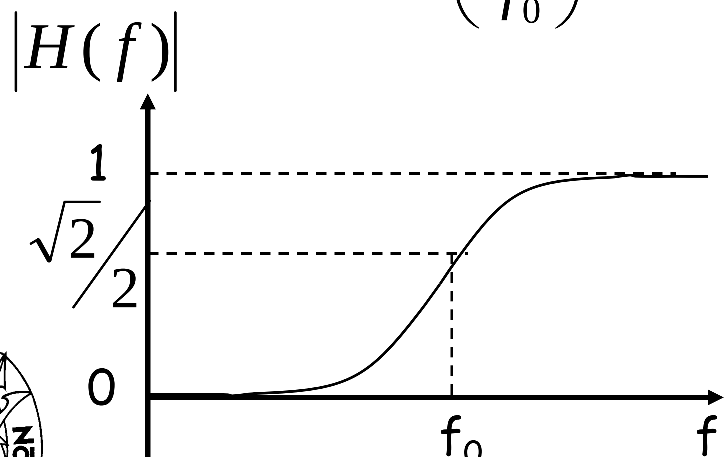
$$|H(f)| = \frac{\dfrac{f}{f_0}}{\sqrt{1+\left(\dfrac{f}{f_0}\right)^2}}$$

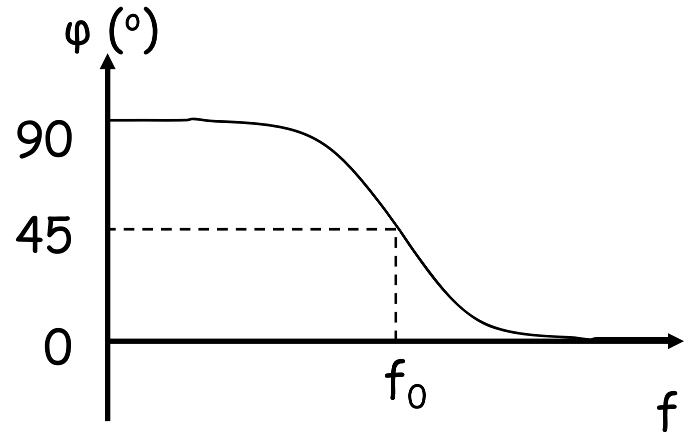
Αν f=0 τότε $|H(f)|=0$ φ = 90°

Αν $f \to \infty$ τότε $|H(f)|=1$ φ = 0°

Αν f=f_0 τότε $|H(f)| = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ φ=45°

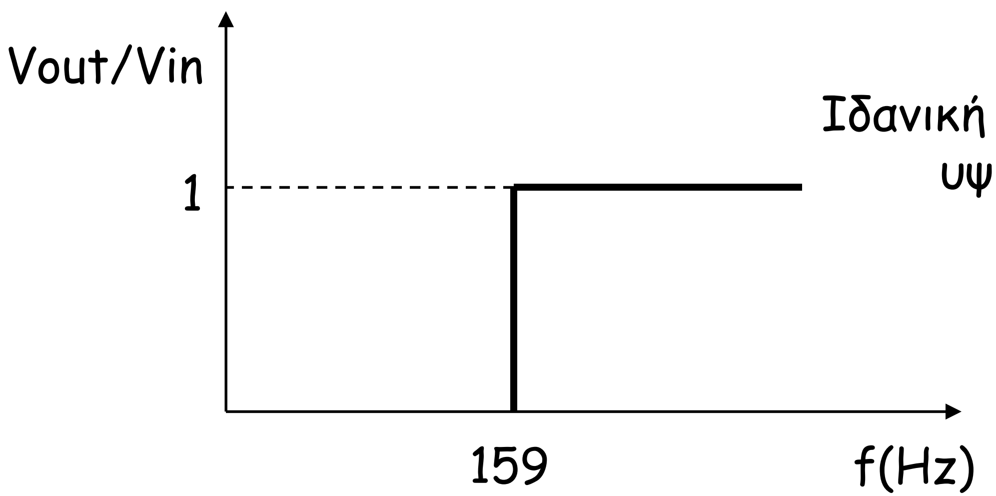
$$\phi = 90 - \arctan\left(\frac{f}{f_0}\right)$$





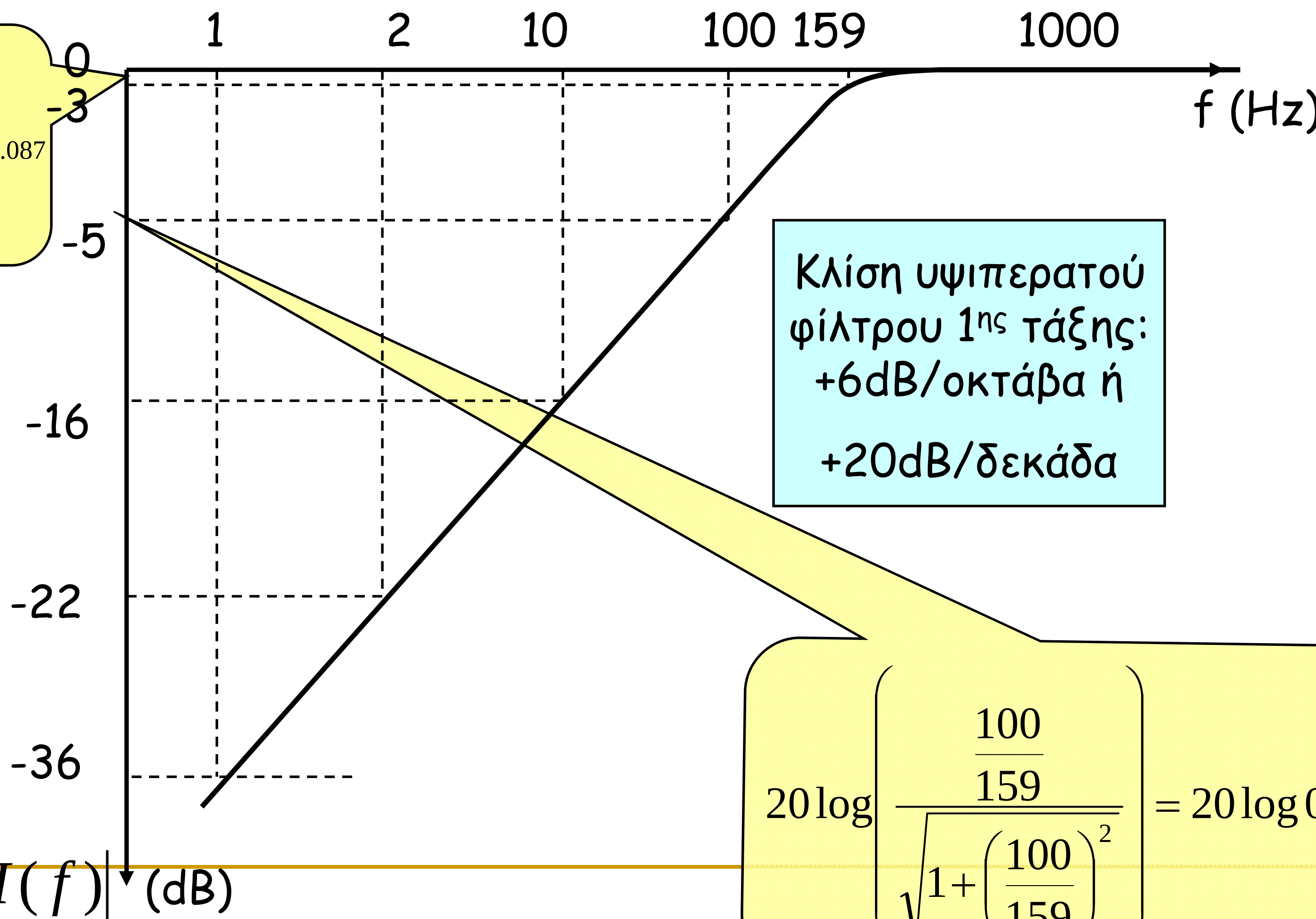
Παθητικό Υψιπερατό Φίλτρο (Παράδειγμα)

- Έστω R=1 KΩ και C=1μF
- Η συχνότητα αποκοπής είναι f_0=159 Hz
- Το φίλτρο αυτό επιτρέπει τη διέλευση συχνοτήτων από τα 159 Hz και πάνω
- Αν στην είσοδο μπει σήμα συχνότητας 150 Hz, θεωρητικά θα κοπεί, και στην έξοδο δεν θα πάρουμε τίποτα.



Ιδανική απόκριση συχνοτήτων υψιπερατού φίλτρου

Απόκριση Συχνότητας Υψιπερατού φίλτρου



$$20\log\left(\frac{\frac{1000}{159}}{\sqrt{1+\left(\frac{1000}{159}\right)^2}}\right)=-0.087$$

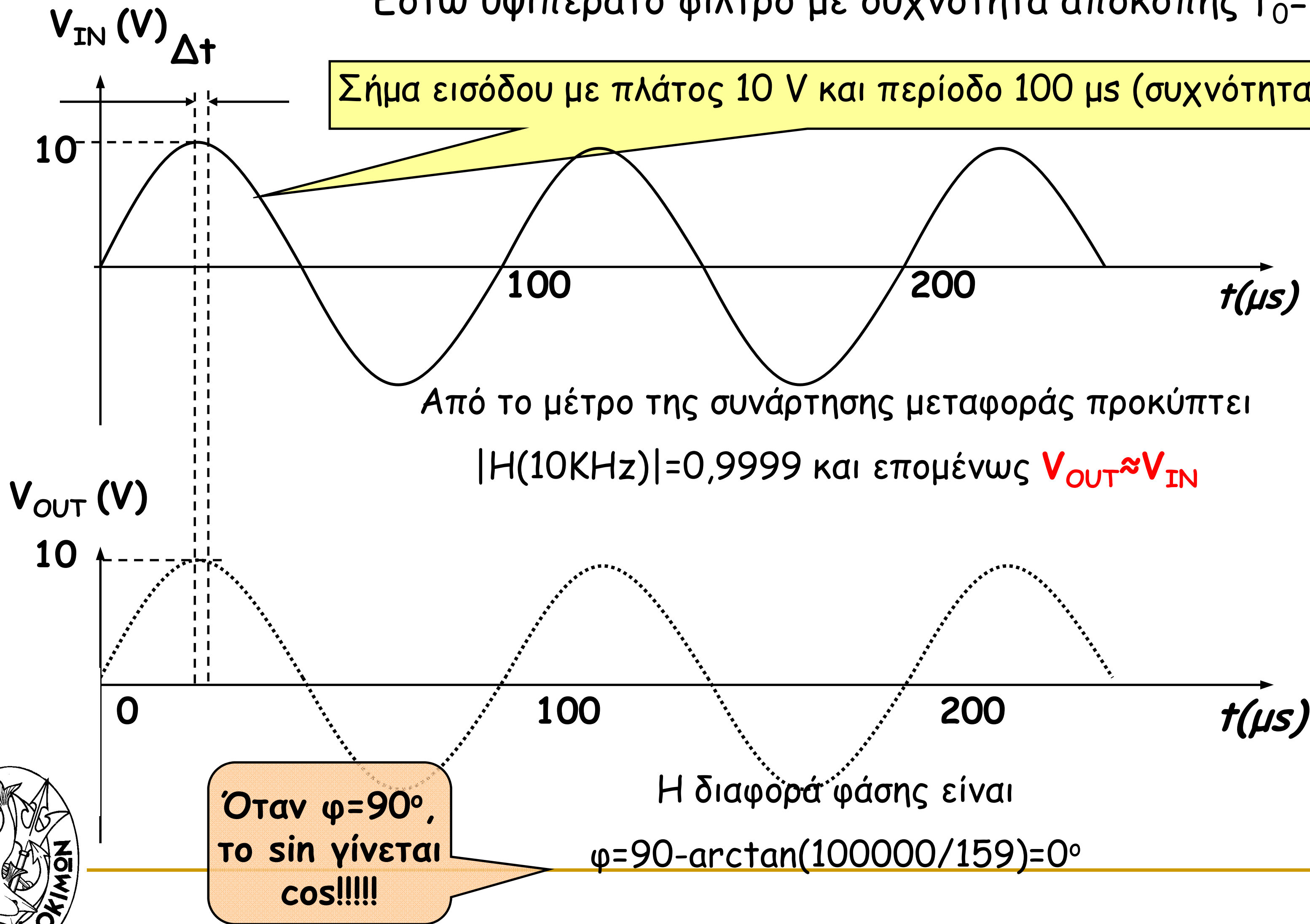
$$20\log\left(\frac{\frac{100}{159}}{\sqrt{1+\left(\frac{100}{159}\right)^2}}\right)=20\log 0.5324$$

Κλίση υψιπερατού φίλτρου 1ης τάξης:
+6dB/οκτάβα ή

+20dB/δεκάδα

Παράδειγμα 1

Έστω υψιπερατό φίλτρο με συχνότητα αποκοπής f_0=159Hz.



Από το μέτρο της συνάρτησης μεταφοράς προκύπτει

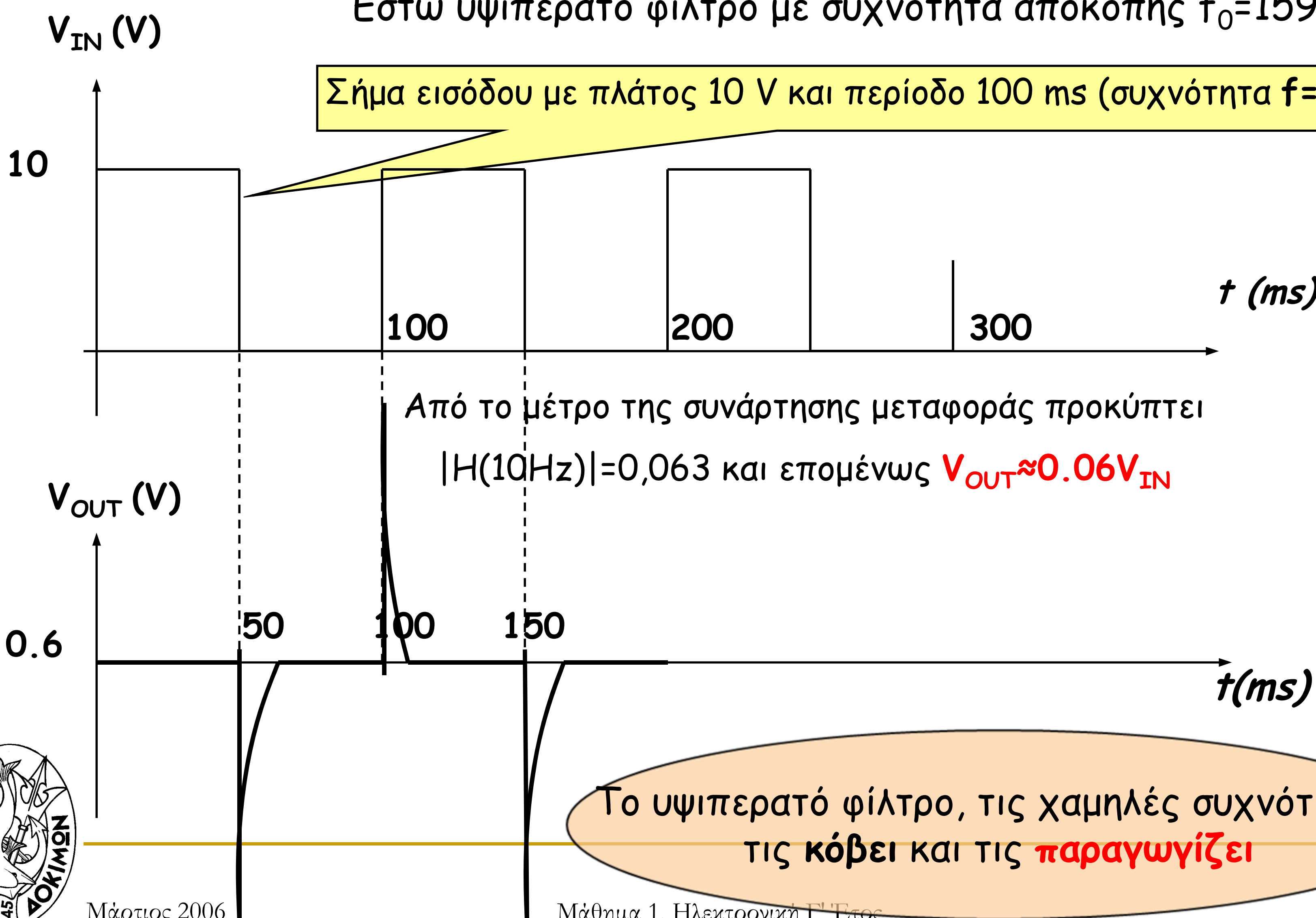
|H(10KHz)|=0,9999 και επομένως $V_{OUT} \approx V_{IN}$

Η διαφορά φάσης είναι

φ=90-arctan(100000/159)=0°

Παράδειγμα 2

Έστω υψιπερατό φίλτρο με συχνότητα αποκοπής f_0=159Hz.



Σήμα εισόδου με πλάτος 10 V και περίοδο 100 ms (συχνότητα **f=10Hz**)

Από το μέτρο της συνάρτησης μεταφοράς προκύπτει

|H(10Hz)|=0,063 και επομένως **V_{OUT}≈0.06V_{IN}**

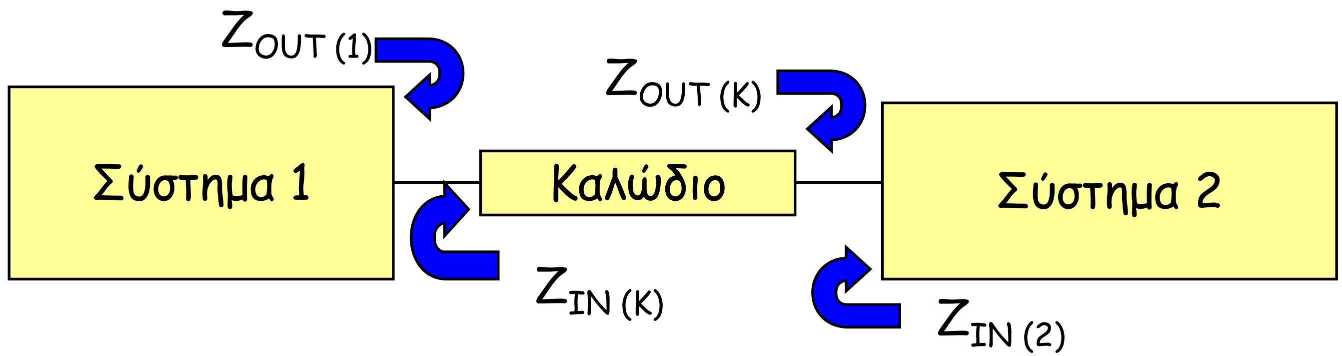
Το υψιπερατό φίλτρο, τις χαμηλές συχνότητες τις **κόβει** και τις **παραγωγίζει**

Υπενθύμιση: Θεώρημα Μέγιστης Μεταφοράς Ισχύος

- ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ 1η : **Στις τηλεπικοινωνίες όταν το σήμα χάνει πάνω από τη μισή ισχύ κατά τη διάδοσή του, πρέπει να ενισχυθεί.** Με άλλα λόγια, όταν κατά τη λήψη λαμβάνεται ισχύς μικρότερη από τη μισή της ισχύος εκπομπής, το σήμα θεωρείται ότι δεν είναι ευκρινές.
- ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ 2η : **Για να γίνει μέγιστη μεταφορά ισχύος από το σύστημα 1 στο σύστημα 2, θα πρέπει οι σύνθετες αντιστάσεις τερματισμού των συστημάτων να είναι συζυγείς.**

$Z_{OUT}(1)=Z^*_{IN}(K)$

$Z_{IN}(2)=Z^*_{OUT}(K)$



- ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ 3η : **Ευτυχώς υπάρχει παγκόσμια τυποποίηση για τις τιμές των τερματικών αντιστάσεων.** Για παράδειγμα, το καλώδιο UTP που συνδέει τον υπολογιστή μας με το δίκτυο πρέπει να τερματίζει σε πραγματική τιμή αντίστασης 50Ω. Αυτό σημαίνει ότι ο κατασκευαστής του υπολογιστή, πρέπει να προσαρμόσει την αντίσταση εξόδου για την υποδοχή του δικτύου στα 50Ω!

Υπενθύμιση: Ορισμός deciBel

- Το dB είναι σχετική μονάδα μέτρησης ισχύος και καθιερώθηκε όταν τα μετρούμενα μεγέθη έγιναν της τάξης του 10^{ν}, όπου ν πολύ μεγάλος αριθμός σε απόλυτη τιμή.

$$A(dB) = 10\log\frac{P_{OUT}}{P_{IN}}$$

- Το dB είναι σχετική μονάδα μέτρησης τάσης ή έντασης

$$A(dB) = 20\log\frac{U_{OUT}}{U_{IN}} = 20\log\frac{I_{OUT}}{I_{IN}}$$

- Το dBm είναι μονάδα μέτρησης ισχύος

$$A(dBm) = 10\log\frac{P}{1mW}$$

Σήμα (Signal) ονομάζουμε το σήμα που θέλουμε να περάσει από ένα φίλτρο. Θόρυβο (Noise) είναι το ανεπιθύμητο σήμα, αυτό που πρέπει να καταπιεστεί! Σηματοθορυβικός λόγος (Signal-to-Noise Ratio) είναι ο λόγος

$$\frac{S}{N}(dB) = 10\log\left(\frac{P_S}{P_N}\right)$$

$$\frac{P_{OUT}}{P_{IN}} = \frac{U_{OUT}^2 / R_{OUT}}{U_{IN}^2 / R_{IN}} = \left(\frac{U_{OUT}}{U_{IN}}\right)^2$$

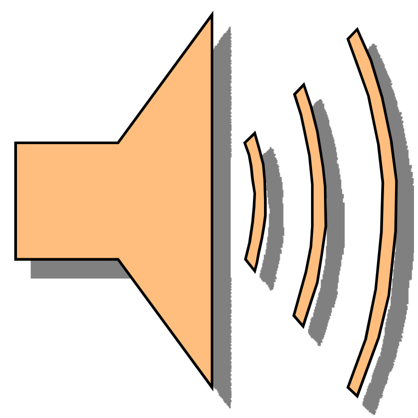
Παρατήρηση: Το decibel στον ήχο

- Η ελάχιστη ένταση ήχου που μπορεί να αναγνωρίσει το ανθρωπινο αυτί είναι 1pW/m^2! Αυτή θα είναι η αναφορά μας: 0dB (threshold of hearing ή sound pressure level).

$$A(dB) = 10\log\left(\frac{I}{10^{-12}\,{}^{W}\!/_{m^2}}\right)$$

- Με ένταση ήχου πάνω από 90dB προκαλείται πόνος (προσωρινή καταστροφή αυτιού).

- Το εύρος συχνοτήτων που λαμβάνει το ανθρώπινο αυτί είναι 20Hz έως 20KHz. Το εύρος της έντασης του ήχου είναι 115 - 140 dB. Επομένως το threshold of pain είναι περίπου 1W/m^2



Τι είναι συχνότητα αποκοπής;

Συχνότητα αποκοπής είναι η συχνότητα όπου

- Το σήμα χάνει τη μισή ισχύ του
- Η τάση του σήματος εξόδου πέφτει στο 0,707 της τάσης του σήματος εισόδου.
- Το σήμα χάνει 3dB

$$\frac{P_{OUT}}{P_{IN}} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{U_{OUT}}{U_{IN}} = \frac{\sqrt{P_{OUT} \cdot R_{OUT}}}{\sqrt{P_{IN} \cdot R_{IN}}}$$

Αν $R_{OUT}=R_{IN}$

$$\frac{U_{OUT}}{U_{IN}} = \sqrt{\frac{P_{OUT}}{P_{IN}}}$$

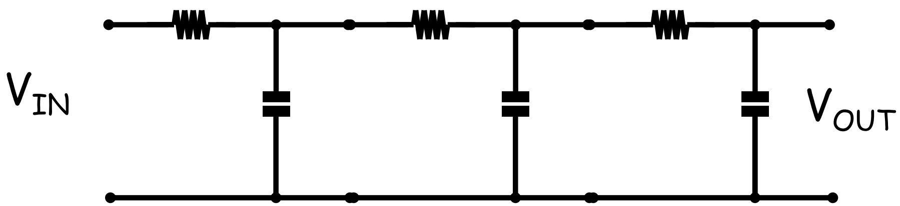
$$\frac{U_{OUT}}{U_{IN}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0.707$$

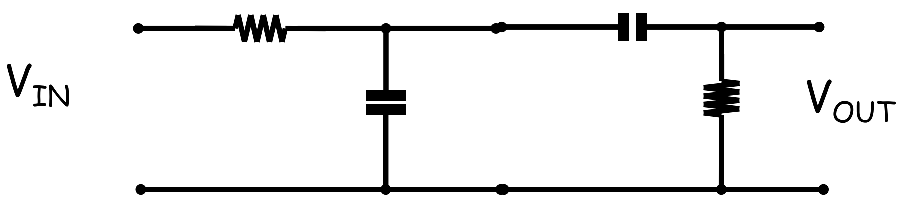
$$10\log\frac{P_{OUT}}{P_{IN}} = 10\log\frac{1}{2} =$$

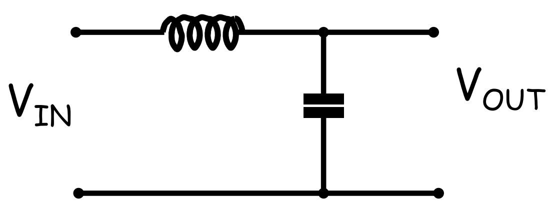
$$20\log\frac{U_{OUT}}{U_{IN}} = 20\log\frac{\sqrt{2}}{2} = -3dB$$

Σκέψεις για μελέτη

- Αν συνδέαμε σε σειρά πολλά κυκλώματα βαθυπερατών φίλτρων θα είχαμε ένα φίλτρο του οποίου η απόκριση θα πλησίαζε περισσότερο την απόκριση ιδανικού βαθυπερατού φίλτρου?
- Αν συνδέσουμε σε σειρά ένα βαθυπερατό φίλτρο με μεγάλη συχνότητα αποκοπής με ένα υψιπερατό φίλτρο με μικρή συχνότητα αποκοπής θα είχαμε ένα ζωνοπερατό φίλτρο?
- Αν στη θέση της αντίστασης στο βαθυπερατό φίλτρο τοποθετούσαμε πηνίο θα είχαμε επίσης ένα βαθυπερατό φίλτρο?



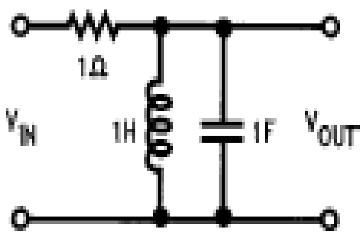




Κυκλώματα για μελέτη

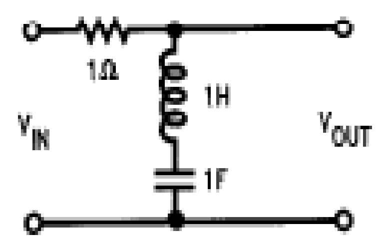
Band Pass Filter
Ζωνοπερατό Φίλτρο

$$H(s) = \frac{s}{s^2 + s + 1}$$

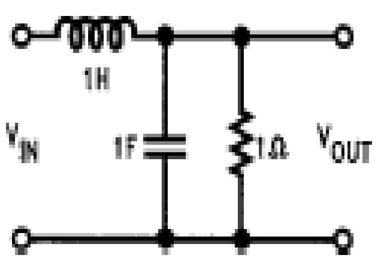


Notch filter ή Band Reject Filter
Ζωνοαποκοπτικό Φίλτρο

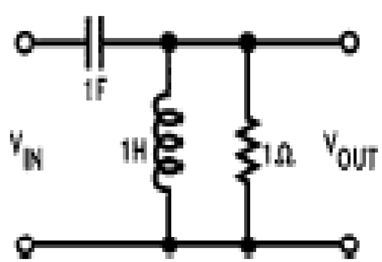
$$H_N(s) = \frac{V_{OUT}}{V_{IN}} = \frac{s^2 + 1}{s^2 + s + 1}$$



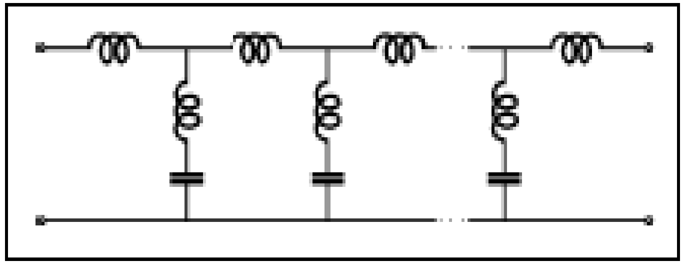
$$H_{LP}(s) = \frac{V_{OUT}}{V_{IN}} = \frac{1}{s^2 + s + 1}$$



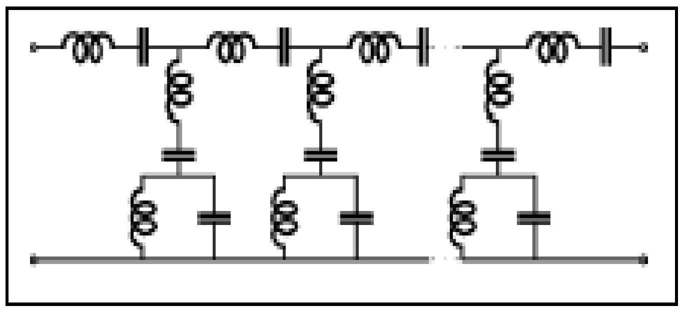
$$H_{HP}(s) = \frac{V_{OUT}}{V_{IN}} = \frac{s^2}{s^2 + s + 1}$$



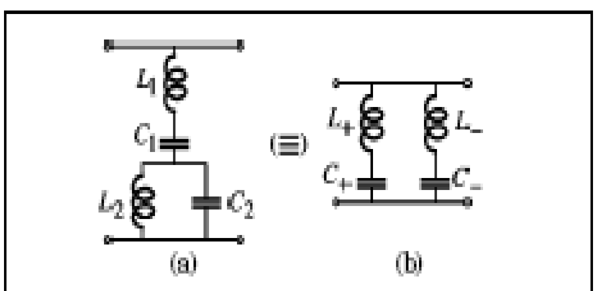
Κυκλώματα για μελέτη



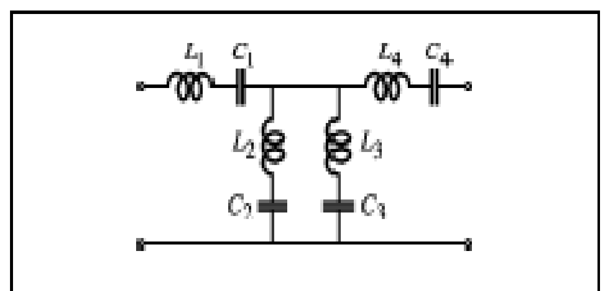
▲ Figure 1. LP prototype filter with real transmission zeros.



▲ Figure 2. BPF structure.



▲ Figure 3. Alternative shunt element configurations.



▲ Figure 4. Transformed BPF.