Διάλεξη 5η

Ισορροπία πλοίου στη θάλασσα

Δεύτερο μέρος: Υπολογισμοί μετακίνησης κέντρου βάρους

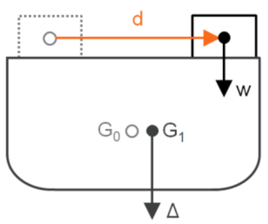
Στην παρούσα διάλεξη παρουσιάζονται οι υπολογισμοί που γίνονται με την χρήση του θεωρήματος ροπών για την εύρεση της θέσης του κέντρου βάρους ενός πλοίου μετά την μετακίνηση ή/και την προσθαφαίρεση βαρών σε αυτό.

Η θέση του κέντρου βάρους σε ένα πλοίο προσδιορίζεται από τρεις συντεταγμένες του: τη διαμήκη θέση του (x), την εγκάρσια θέση του (y) και την κατακόρυφη θέση του (z). Δηλαδή, η εφαρμογή του θεωρήματος ροπών που αναφέρθηκε στην προηγούμενη διάλεξη για τον υπολογισμό της νέας θέσης του κέντρου βάρους ενός πλοίου μετά από μετακίνηση ή/και προσθαφαίρεση βάρους σε αυτό εφαρμόζεται ξεχωριστά σε κάθε άξονα.

Έτσι, σύμφωνα με θεώρημα ροπών στις περιπτώσεις που θέλουμε να μελετήσουμε:
"Η ροπή που προκλήθηκε σε ένα πλοίο από την μεταβολή της κατανομής βαρών σε αυτό εξισορροπείται από μία ανάλογη μετακίνηση του κέντρου βάρους του πλοίου."

Ας δούμε την μαθηματική διατύπωσή του σε τρεις περιπτώσεις:

1η περίπτωση: μετακίνηση βάρους



Σε πλοίο του οποίου η εγκάρσια τομή φαίνεται στο διπλανό σχήμα μετακινείται ένα βάρος w κατά μία εγκάρσια απόσταση d. Εφόσον γνωρίζουμε το κέντρο βάρος του πλοίου πριν την μετακίνηση (G_0) και το εκτόπισμά (βάρος) του (Δ), θα πρέπει σύμφωνα με το θεώρημα ροπών να είναι:

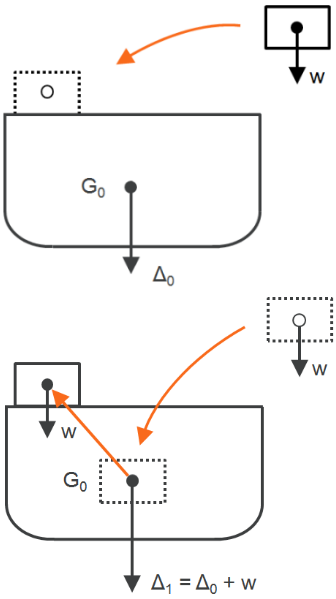
Ροπή λόγω μετακίνησης βάρους	=	Ροπή λόγω μεταβολής του κέντρου βάρους του πλοίου

Μαθηματικά, η παραπάνω ισότητα γράφεται:

$$w \cdot d = \Delta \cdot \overline{G_0G_1} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\overline{G_0G_1} = \frac{w \cdot d}{\Delta}}$$

Η τελευταία σχέση αυτή θα γραφτεί με τον ίδιο ακριβώς τρόπο αν η μετακίνηση του βάρους ήταν στον κατακόρυφο ή στον διαμήκη άξονα του πλοίου. Για την κατεύθυνση μετακίνησης του G θυμηθείτε τους τρεις μνημονικούς κανόνες.

2η περίπτωση: προσθήκη βάρους



Αν σε πλοίο, του οποίου την εγκάρσια τομή βλέπουμε στο διπλανό σχήμα, προστεθεί βάρος, τότε η τελευταία σχέση πρέπει να τροποποιηθεί αναλόγως πριν την εφαρμογή της. Πιο συγκεκριμένα, η προσθήκη (ή η αφαίρεση) βάρους γίνεται –σε ό,τι αφορά τους μαθηματικούς υπολογισμούς– σε δύο στάδια:

α. Το βάρος προστίθεται στο (αρχικό) κέντρο βάρους του πλοίου. Τότε το νέο εκτόπισμα (βάρος) του πλοίου αυξάνει: $Δ_1 = Δ_0 + w$ χωρίς να μεταβάλλεται η θέση του κέντρου βάρους του.

β. Το βάρος μετακινείται στην τελική του θέση. Τότε, σύμφωνα με το θεώρημα ροπών:

Ροπή λόγω προσθήκης βάρους	=	Ροπή λόγω μεταβολής του κέντρου βάρους του πλοίου

Στην περίπτωση αυτή, το βάρος μετακινείται προς αριστερά και προς τα πάνω. Άρα, έχουμε:

(1) Οριζόντια μετακίνηση του κέντρου βάρους:

$$w \cdot d \;=\; Δ_1 \cdot \overline{G_0G_1} \quad \Rightarrow \quad \overline{G_0G_1} \;=\; \frac{w \cdot d}{Δ_0 + w}$$

(2) Κατακόρυφη μετακίνηση του κέντρου βάρους:

$$w \cdot h \;=\; Δ_1 \cdot \overline{G_1G_2} \quad \Rightarrow \quad \overline{G_1G_2} \;=\; \frac{w \cdot h}{Δ_0 + w}$$

3η περίπτωση: ροπές από σταθερό σημείο αναφοράς

Οι παραπάνω υπολογισμοί δεν είναι εύχρηστοι καθώς το αποτέλεσμα είναι σε σχέση με την τελευταία θέση του κέντρου βάρους. Αν έχουμε περισσότερες από μία μετακινήσεις και προσθαφαιρέσεις βαρών, τότε οι πράξεις είναι ιδιαίτερα χρονοβόρες γιατί κάθε μεταβολή πρέπει να μελετάται ξεχωριστά. Εναλλακτικά, για πιο άμεσο υπολογισμό της τελικής θέσης του κέντρου βάρους μπορεί να εφαρμοστεί το θεώρημα ροπών με αποστάσεις από κάποιο σταθερό σημείο του πλοίου. Π.χ. για κατακόρυφες μετακινήσεις του κέντρου βάρους μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως σταθερό σημείο η καρίνα (Κ). Τότε, το θεώρημα ροπών γράφεται:

$$\boxed{\overline{KG} \;=\; \frac{Δ_0 \cdot \overline{KG_0} + \sum w \cdot \overline{Kg}}{Δ_0 \;+\; \sum w}}$$

όπου:

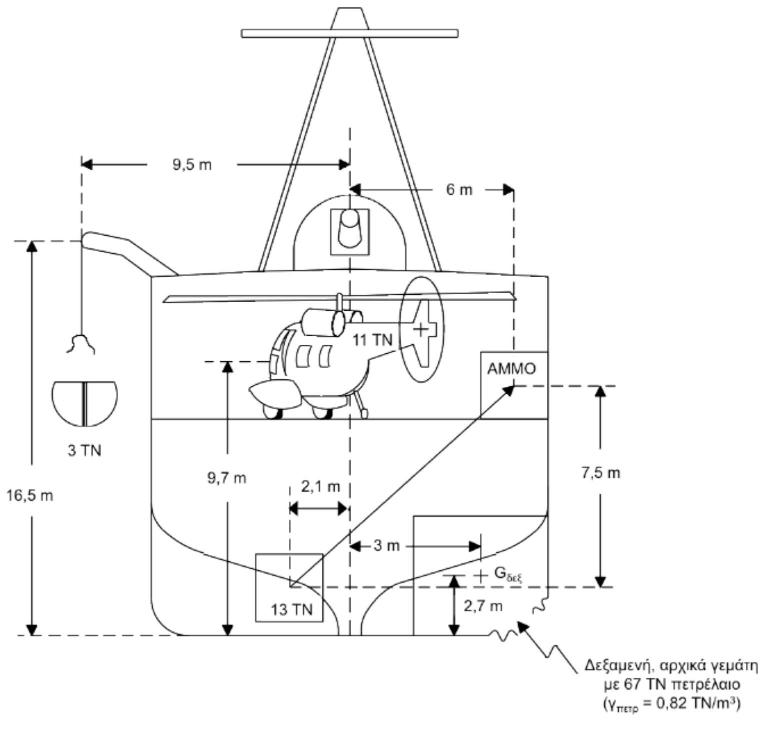
KG	είναι η τελική κατακόρυφη θέση του κέντρου βάρους
$Δ_0$	είναι το αρχικό εκτόπισμα (βάρος) του πλοίου
KG_0	είναι η αρχική κατακόρυφη θέση του κέντρου βάρους
w	είναι το βάρος που προστέθηκε (ή αφαιρέθηκε)
Kg	είναι η κατακόρυφη θέση του κέντρου βάρους του w

Παράδειγμα υπολογισμού τελικής θέσης κέντρου βάρους πλοίου μετά από προσθαφαιρέσεις και μετακινήσεις βαρών

Στο πολεμικό πλοίο που απεικονίζεται στο παρακάτω σχήμα συμβαίνουν ταυτόχρονα τα ακόλουθα:
α. προσνήωση ενός ελικοπτέρου 11 *tn* στο ελικοδρόμιο,
β. μεταφορά πυρομαχικών, βάρους 13 *tn*, στο δεξί μεσόστεγο,
γ. καθαίρεση της αριστερής λέμβου, βάρους 3 *tn* και
δ. διάτρηση μίας δεξαμενής γεμάτη με πετρέλαιο, η οποία είχε σαν αποτέλεσμα την έγχυση όλου του πετρελαίου στη θάλασσα και την πλήρωση της δεξαμενής με θαλασσινό νερό.

Πριν συμβούν τα παραπάνω, το πλοίο είχε εκτόπισμα 3.700 *tn* και το κέντρο βάρους του βρισκόταν $\mathrm{VCG} = 5{,}8\,m$ πάνω από την τρόπιδα και επί της μέσης τομής του πλοίου ($\mathrm{TCG} = 0\,m$).

Υπολογίστε το εκτόπισμα και τη θέση του κέντρου βάρους μετά από παραπάνω συμβάντα.



ΛΥΣΗ

Σκεπτικό Επίλυσης

Στο πλοίο συμβαίνουν διάφορα περιστατικά που αλλάζουν, ανεξάρτητα το ένα από το άλλο, το εκτόπισμα και τη θέση του κέντρου βάρους του πλοίου. Καταρχήν θα υπολογίσουμε το νέο βάρος του πλοίου, το οποίο είναι: (τελικό βάρος) = (αρχικό βάρος) + Σ(βάρη που προστέθηκαν) – Σ(βάρη που αφαιρέθηκαν), μετά από τα παραπάνω συμβάντα. Στην συνέχεια, θα υπολογίσουμε τη μετακίνηση του κέντρου βάρους, με την χρήση του θεωρήματος των ροπών, σε δύο βήματα: πρώτα την κατακόρυφη μετακίνησή του, λαμβάνοντας υπόψη μόνο τις κατακόρυφες αλλαγές βαρών και μετά την οριζόντια μετακίνησή του, προσμετρώντας μόνο τις οριζόντιες αλλαγές βαρών.

Βήμα 1ο
Υπολογισμός νέου εκτοπίσματος

Τα συμβάντα που έλαβαν χώρα στο πλοίο είχαν σαν αποτέλεσμα τη μεταβολή του βάρους του (είτε αυξάνοντάς το "+", είτε μειώνοντάς το "−"), ως εξής:
α. προσνήωση ελικοπτέρου: $+11\,tn$,
β. μεταφορά πυρομαχικών: $0\,tn$,
γ. καθαίρεση λέμβου: $-3\,tn$,
δ. απώλεια πετρελαίου στη θάλασσα: $-67\,tn$,
ε. είσοδος θαλασσινού νερού στη δεξαμενή πετρελαίου: $+w_{θαλ}$

Το βάρος του θαλασσινού νερού που μπήκε στη δεξαμενή πετρελαίου είναι:
$w_{θαλ} = γ_{θαλ} \cdot V_{δεξ} = 1{,}025\,tn/m^3 \cdot V_{δεξ}$

Ο όγκος της δεξαμενής ($V_{δεξ}$) δεν δίνεται από τα δεδομένα του σχήματος. Όμως, από την αρχική κατάσταση γνωρίζουμε ότι:
$w_{πετρελαίου} = γ_{πετρ} \cdot V_{δεξ} \Rightarrow 67\,tn = 0{,}82\,tn/m^3 \cdot V_{δεξ} \Rightarrow V_{δεξ} = 81{,}7\,m^3$

Άρα $w_{θαλ} = 1{,}025\,tn/m^3 \cdot 81{,}7\,m^3 \Rightarrow w_{θαλ} = 83{,}7\,tn$

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι το τελικό εκτόπισμα (βάρος) του πλοίου είναι:
$Δ_{τελ} = Δ_{αρχ} + \sum w \Rightarrow$
$Δ_{τελ} = 3.700\,tn + 11\,tn - 3\,tn - 67\,tn + 83{,}7\,tn \Rightarrow$

$\mathbf{Δ_{τελ} = 3.724{,}7\,tn}$

Βήμα 2ο
Υπολογισμός οριζόντιας θέσης του τελικού κέντρου βάρους

Οι αλλαγές στην κατανομή των βαρών έγιναν σε δύο άξονες (οριζόντιες μετακινήσεις και κατακόρυφες μετακινήσεις). Άρα, το αρχικό κέντρο βάρους θα μετακινηθεί οριζόντια και κατακόρυφα. Για το λόγο αυτό ο υπολογισμός των μετακινήσεων αυτών θα γίνει με την εφαρμογή δύο θεωρημάτων ροπών λαμβάνοντες υπόψη όλες τις μεταβολές φορτίων ταυτόχρονα.

Για την εφαρμογή του θεωρήματος ροπών απαιτείται ο προσδιορισμός των αξόνων από τους οποίους θα μετρηθούν οι αποστάσεις των δυνάμεων για τον υπολογισμό των ροπών. Επιλέγεται ο κατάκόρυφος άξονας συμμετρίας (μέση τομή) και ο οριζόντιος άξονας που περνά από την τρόπιδα. Όταν ένα βάρος βρίσκεται δεξιά του κατακόρυφου άξονα συμμετρίας, η απόστασή του θεωρείται θετική, ενώ στην αντίθετη περίπτωση αρνητική. Αντίστοιχα, όταν ένα βάρος προστίθεται είναι θετικό, ενώ όταν αφαιρείται είναι αρνητικό.

Θεώρημα ροπών για τον υπολογισμό της οριζόντιας μετακίνησης του κέντρου βάρους από την αρχική του θέση (μέση τομή):

$M_w = M_Δ \Rightarrow Σw \cdot d = Δ_{τελ} \cdot \overline{G_{αρχ}G_{τελ}}^{οριζ} \Rightarrow$

$$\overline{G_{αρχ}G_{τελ}}^{οριζ} = \frac{w_{ελικ} \cdot TCG_{ελικ} + w_{πυρ} \cdot TCG_{πυρ} + w_{λεμ} \cdot TCG_{λεμ} + w_{πετρ} \cdot TCG_{πετρ} + w_{θαλ} \cdot TCG_{θαλ}}{Δ_{τελ}}$$

όπου:

$w_{ελικ} = +11tn$	και	$TCG_{ελικ} = 0m$
$w_{πυρ} = +3tn$	και	$TCG_{πυρ} = +(2{,}1+6)m = +8{,}1m$
$w_{λεμ} = -3tn$	και	$TCG_{λεμ} = -9{,}5m$
$w_{πετρ} = -67tn$	και	$TCG_{πετρ} = +3m$
$w_{θαλ} = +83{,}7tn$	και	$TCG_{θαλ} = +3m$

Με αντικατάσταση και πράξεις καταλήγουμε να είναι:

$$\overline{\mathbf{G_{αρχ}G_{τελ}}}^{\mathbf{οριζ}} = \mathbf{0{,}049}\boldsymbol{m} \approx \mathbf{5}\boldsymbol{m}$$

Βήμα 3ο
Υπολογισμός κατακόρυφης θέσης του τελικού κέντρου βάρους

Δουλεύουμε παρόμοια με το 2ο βήμα επιλέγοντας ως άξονα αναφοράς την καρίνα του πλοίου, ώστε όλες οι (κατακόρυφες) αποστάσεις να είναι θετικές.

Δ ο κ ι μ ά σ τ ε μ ό ν ο ι σ α ς …