

Διάλεξη 6η

Ισορροπία πλοίου στη θάλασσα

Τρίτο μέρος: Η άντωση και η αρχή του Αρχιμήδη

Στην παρούσα διάλεξη θα περιγραφεί η δύναμη που δέχονται τα πλοία από το περιβάλλον ρευστό: η άντωση. Η άντωση θα μοντελοποιηθεί, όπως και το βάρος, ως σημειακή φόρτιση που ασκείται στο κέντρο άντωσης. Τέλος, θα αναλυθεί η σχέση που συνδέει τις δύο δυνάμεις: η αρχή του Αρχιμήδη.

1. Άντωση: η δύναμη που δέχονται τα πλοία από τη θάλασσα.

Κάθε σώμα που έρχεται σε επαφή με ένα υγρό δέχεται από αυτό μία κατανεμημένη φόρτιση που οφείλεται στην πίεση που του ασκεί το περιβάλλον υγρό.

Υδροστατική πίεση

Η πίεση που δέχεται ένα σώμα που βρίσκεται ακίνητο σε ένα υγρό καλείται **υδροστατική πίεση**. Η υδροστατική πίεση είναι ανάλογη του βάθους και της πυκνότητας του ρευστού. Αν το ρευστό είναι η θάλασσα τότε η υδροστατική πίεση σε ένα σημείο της σε βάθος h δίνεται από τον τύπο:

$$p = \rho_{\theta\alpha\lambda} \cdot g \cdot h = \gamma_{\theta\alpha\lambda} \cdot h$$

όπου:

p η υδροστατική πίεση σε κάποιο σημείο της θάλασσας

$\rho_{\theta\alpha\lambda}$ η πυκνότητα της θάλασσας

$g = 9,806m/sec^2$ η επιτάχυνση της βαρύτητας

$\gamma_{\theta\alpha\lambda} = \rho_{\theta\alpha\lambda} \cdot g = 1,025tn/m^3$ το ειδικό βάρος της θάλασσας

Σημείωση

Το ειδικό βάρος της θάλασσας εξαρτάται από διάφορους παράγοντες, οι σημαντικότεροι από τους οποίους είναι η θερμοκρασία και η αλατότητα. Όμως, για διευκόλυνση στους υπολογισμούς στη ναυπηγία θα χρησιμοποιούμε τη «μέση» τιμή του:

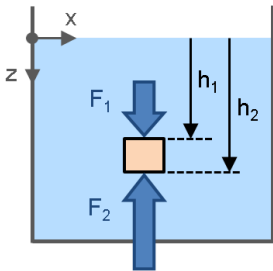
α. για τη θάλασσα: $\gamma_{\theta\alpha\lambda} = 1,025tn/m^3$ και

β. για το γλυκό νερό: $\gamma_{\gamma\lambda} = 1tn/m^3$

Τα νερά κοντά στα ποτάμια ή στα λιμάνια έχουν ειδικό βάρος μεταξύ των δύο παραπάνω τιμών και λέγονται υφάλμυρα νερά.



Δύναμη λόγω της υδροστατικής πίεσης



Σχήμα 1. Η συνολική δύναμη που ασκείται από ένα υγρό σε έναν στοιχειώδη όγκο έχει φορά προς τα πάνω αφού οι οριζόντιες δυνάμεις εξουδετερώνονται. Είναι: $\Sigma F = F_1 - F_2 = \rho g A(h_1 - h_2) < 0$.

Η δύναμη (dF) που ασκείται σε κάθε στοιχειώδη επιφάνεια εμβαδού dA που βρίσκεται μέσα σε ένα υγρό σε βάθος h είναι πάντα κάθετη στην επιφάνεια (ανεξάρτητα από τον προσανατολισμό της) και ισούται με:

$$dF = p \cdot dA = \gamma_{\text{υγρ}} \cdot h \cdot dA$$

Από την παραπάνω σχέση φαίνεται ότι όσο πιο βαθιά βρίσκεται η στοιχειώδης επιφάνεια εμβαδού dA , τόσο πιο μεγάλη δύναμη της ασκείται από το περιβάλλον ρευστό.

Υπολογίζοντας την παραπάνω δύναμη σε έναν στοιχειώδη όγκο dV , θα δούμε ότι η συνολική δύναμη που του ασκείται από το ρευστό έχει κατεύθυνση προς την επιφάνεια του υγρού (προς τα πάνω), γιατί στην κάτω έδρα του όγκου θα ασκείται μεγαλύτερη δύναμη από την επάνω έδρα του, ενώ οι δυνάμεις στις υπόλοιπες έδρες του αλληλοεξουδετερώνονται. Το μέτρο της δύναμης αυτής είναι:

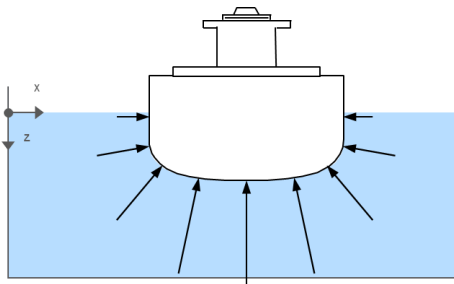
$$F_B = \gamma_{\text{υγρ}} \cdot dV$$

Αποδεικνύεται ότι τα παραπάνω ισχύουν ανεξάρτητα από τη γεωμετρία του σώματος, όσο πολύπλοκη και αν είναι με τη διαφορά όπου dV βάζουμε τον όγκο του βυθισμένου σώματος (∇). Δηλαδή, για ένα σώμα στη θάλασσα είναι:

$$F_B = \gamma_{\text{θαλ}} \cdot \nabla$$

όπου ∇ είναι ο βυθισμένος όγκος του σώματος.

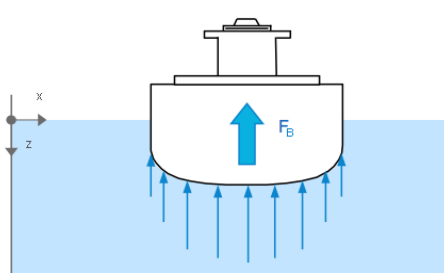
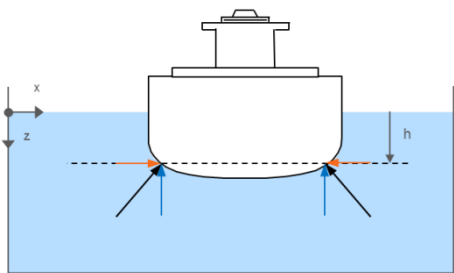
Η περίπτωση του πλοίου



Σχήμα 2. Η άντωση είναι το άθροισμα των δυνάμεων πίεσης που δέχεται το τμήμα της γάστρας που βρίσκεται σε επαφή με το νερό.

Στην περίπτωση ενός πλοίου που ισορροπεί σε ήρεμη θάλασσα το μέρος της γάστρας του που βρίσκεται σε επαφή με το νερό (ύφαλα) δέχεται μία κατανεμημένη φόρτιση λόγω της υδροστατικής πίεσης, η οποία αυξάνει γραμμικά προς τα κάτω (βλ. σχήμα 2). Η συνισταμένη της φόρτισης αυτής καλείται **άντωση (buoyancy force - F_B)**.

Χωρίς μαθηματικά: Για κάθε βάθος h , λόγω της συμμετρίας του σχήματος του πλοίου, ασκούνται δύο δυνάμεις, των οποίων οι οριζόντιες συνιστώσες αλληλοεξουδετερώνονται. Έτσι, «επιβιώνουν» μόνο οι κατακόρυφες (προς τα πάνω) συνιστώσες των δυνάμεων αυτών, η συνισταμένη των οποίων είναι η άντωση που δέχεται το πλοίο (βλ. σχήμα 2).



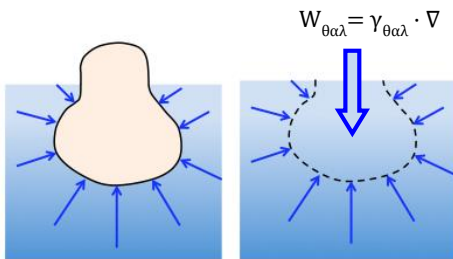
Σχήμα 3. Οι οριζόντιες συνιστώσες των δυνάμεων πίεσης που δέχονται τα ύφαλα του πλοίου στο ίδιο βάθος h αλληλοεξουδετερώνονται. Έτσι, παραμένουν μόνο οι κατακόρυφες συνιστώσες των δυνάμεων αυτών, η συνισταμένη των οποίων είναι η συνολική άντωση που δέχεται το πλοίο.

Κέντρο άντωσης

Με βάση το μοντέλο των σημειακών φορτίσεων, ως σημείο εφαρμογής της άντωσης θεωρείται το γεωμετρικό κέντρο του βυθισμένου όγκου (**κέντρο άντωσης**).

Το κέντρο άντωσης μετακινείται κάθε φορά που μεταβάλλεται ο βυθισμένος όγκος του πλοίου, κατ' αντιστοιχία με το κέντρο βάρους. Δηλαδή, αν σε ένα πλοίο αυξηθεί το βύθισμά του, δηλαδή προστεθεί βυθισμένος όγκος προς τα πάνω, τότε το κέντρο άντωσης θα μετακινηθεί προς τα πάνω. Ένας γενικός μνημονικός κανόνας είναι ότι η μετακίνηση του κέντρου άντωσης ακολουθεί την μετακίνηση της ισάλου γραμμής.

2. Η αρχή του Αρχιμήδη και η πλευστότητα των σωμάτων.



Σχήμα 4. Η «στήριξη» που παρέχει το νερό στο βυθισμένο σώμα είναι η ίδια με αυτή που θα παρείχε στον ίδιο όγκο υγρού. Άρα, το βάρος του υγρού που εκτοπίστηκε ισούται με τη «στήριξη» αυτή, δηλαδή την άντωση.

Όταν βυθιστεί στη θάλασσα ένα σώμα όγκου V , τότε θα πρέπει να εκτοπιστεί ο αντιστοιχος όγκος νερού. Ο όγκος νερού που εκτοπίστηκε είχε βάρος W και πριν εκτοπιστεί ο όγκος αυτός ισορροπούσε, δηλαδή το βάρος του εξισορροπούταν από τη «στήριξη» του περιβάλλοντος υγρού. Άρα, το σώμα που πήρε τη θέση του νερού θα δέχεται από το περιβάλλον υγρό την ίδια δύναμη «στήριξης» (σχήμα 3).

Η παραπάνω σκέψη είναι η βάση της διατύπωσης της αρχής του Αρχιμήδη, σύμφωνα με την οποία:

«Η δύναμη που δέχεται ένα σώμα που βυθίζεται σε υγρό, ολόκληρο ή κατά ένα μέρος, ισούται με το βάρος του υγρού που εκτοπίζει ο βυθισμένος όγκος του.»

Σύμφωνα με την παραπάνω πρόταση προκύπτει η σχέση για την άντωση που αναφέρθηκε στην προηγούμενη παράγραφο, αφού το βάρος του εκτοπιζόμενου νερού είναι:

$$W_{\theta\alpha\lambda} = F_B = \gamma_{\theta\alpha\lambda} \cdot \nabla$$

Τι σημαίνει αυτό για ένα πλοίο;

Για κάθε πλοίο που ισορροπεί στη θάλασσα το βάρος του ισούται με το βάρος του εκτοπιζόμενου νερού. Το τελευταίο όμως μπορεί να υπολογιστεί γνωρίζοντας το ειδικό βάρος της θάλασσας και τη γεωμετρία των υφάλων.

Είναι: $\Sigma F = 0 \Rightarrow \Delta = F_B \Rightarrow \Delta = \gamma_{\theta\alpha\lambda} \cdot \nabla$

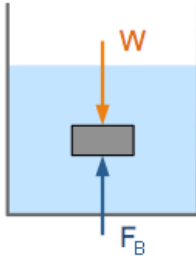
όπου

- Δ το εκτόπισμα (ή βάρος) του πλοίου [tn]
- $\gamma_{\theta\alpha\lambda}$ το ειδικό βάρος της θάλασσας [tn/m³]
- ∇ ο βυθισμένος όγκος του πλοίου (ύφαλα) [m³]

Σημείωση

Η παραπάνω ισότητα είναι η αιτία που το βάρος των πλοίων καλείται εκτόπισμα (displacement).

Πλευστότητα



Σχήμα 5. Η συμπεριφορά ενός σώματος βυθισμένου σε υγρό εξαρτάται από την κατεύθυνση της συνισταμένης δύναμης που ασκείται σε αυτό.

Η αρχή του Αρχιμήδη ισχύει για κάθε σώμα που βυθίζεται σε ένα υγρό, ανεξάρτητα αν αυτό ισορροπεί ή όχι. Έτσι, αν βυθίσουμε ένα σώμα μάζας m και όγκου V στο νερό διακρίνονται τρεις περιπτώσεις σε ό,τι αφορά την συμπεριφορά του:

$$\Sigma F = W - F_B = \rho_{\sigma\omega\mu} \cdot g \cdot V - \rho_{\upsilon\gamma\rho} \cdot g \cdot V = (\rho_{\sigma\omega\mu} - \rho_{\upsilon\gamma\rho}) \cdot g \cdot V$$

- Αν $\rho_{\sigma\omega\mu} = \rho_{\upsilon\gamma\rho}$ τότε $\Sigma F = 0$ **ουδέτερη πλευστότητα**
Το σώμα παραμένει στη θέση του.
- Αν $\rho_{\sigma\omega\mu} > \rho_{\upsilon\gamma\rho}$ τότε $\Sigma F > 0$ **αρνητική πλευστότητα**
Το σώμα βυθίζεται, καθώς το βάρος του είναι μεγαλύτερο από την άντωση.
- Αν $\rho_{\sigma\omega\mu} < \rho_{\upsilon\gamma\rho}$ τότε $\Sigma F < 0$ **θετική πλευστότητα**
Το σώμα αναδύεται, καθώς η άντωση είναι μεγαλύτερη από το βάρος.

Ο ναυπηγικός χάλυβας έχει από τη φύση του αρνητική πλευστότητα ($\gamma_{\text{ναυπ.χάλ.}} \cong 78,5 \text{ tn}/\text{m}^3 \gg \gamma_{\text{θαλ.}}$) και αν βυθιστεί στη θάλασσα θα οδηγηθεί προς το βυθό. Για να μπορέσει ένα πλοίο να επιπλέψει πρέπει να αυξηθεί η άντωση που δέχεται από τη θάλασσα. Αυτό επιτυγχάνεται με το σχήμα τους. Πρακτικά, ο «κενός» χώρος που περικλείεται από τη γάστρα των πλοίων μειώνει τη μέση πυκνότητά τους κάτω από τη μέση πυκνότητα του νερού επιτρέποντάς τους να επιπλέουν (επίκτητη πλευστότητα).