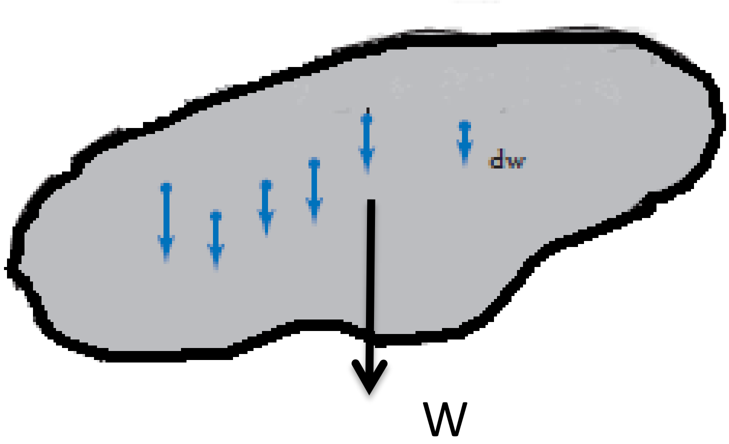
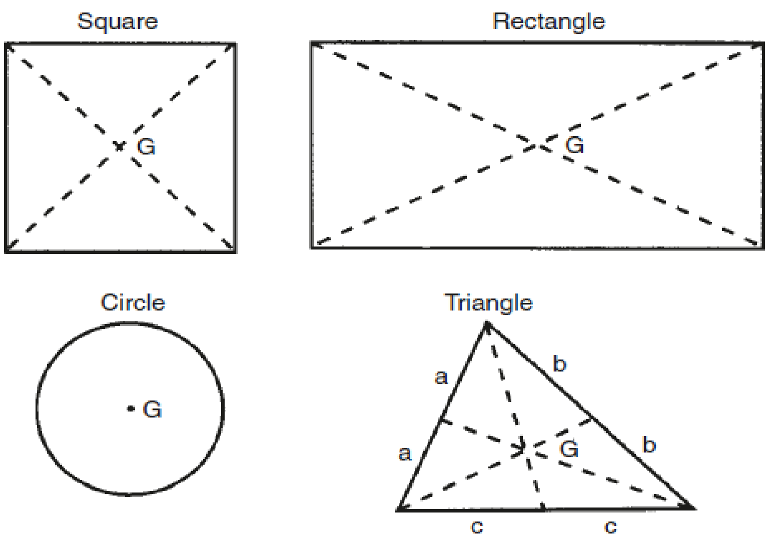
**Κέντρο βάρους σώματος**

Το κέντρο βάρους ενός σώματος είναι το σημείο στο οποίο εφαρμόζεται το βάρος του σώματος. Έστω το ομογενές σώμα του σχήματος. Αν το διαιρέσουμε σε στοιχειώδη όμοια τμήματα καθένα από αυτά θα έχει βάρος dW. Το άθροισμα όλων των στοιχειωδών βαρών θα δίνει το ολικό βάρος του σώματος W. Το σημείο εφαρμογής θα είναι το γεωμετρικό κέντρο του σώματος (με την προϋπόθεση ότι το σώμα είναι ομογενές). Το κέντρο βάρους είναι το σημείο που μπορεί να θεωρηθεί ότι είναι συγκεντρωμένη η μάζα του σώματος και ενεργεί κάθετα προς τα κάτω.

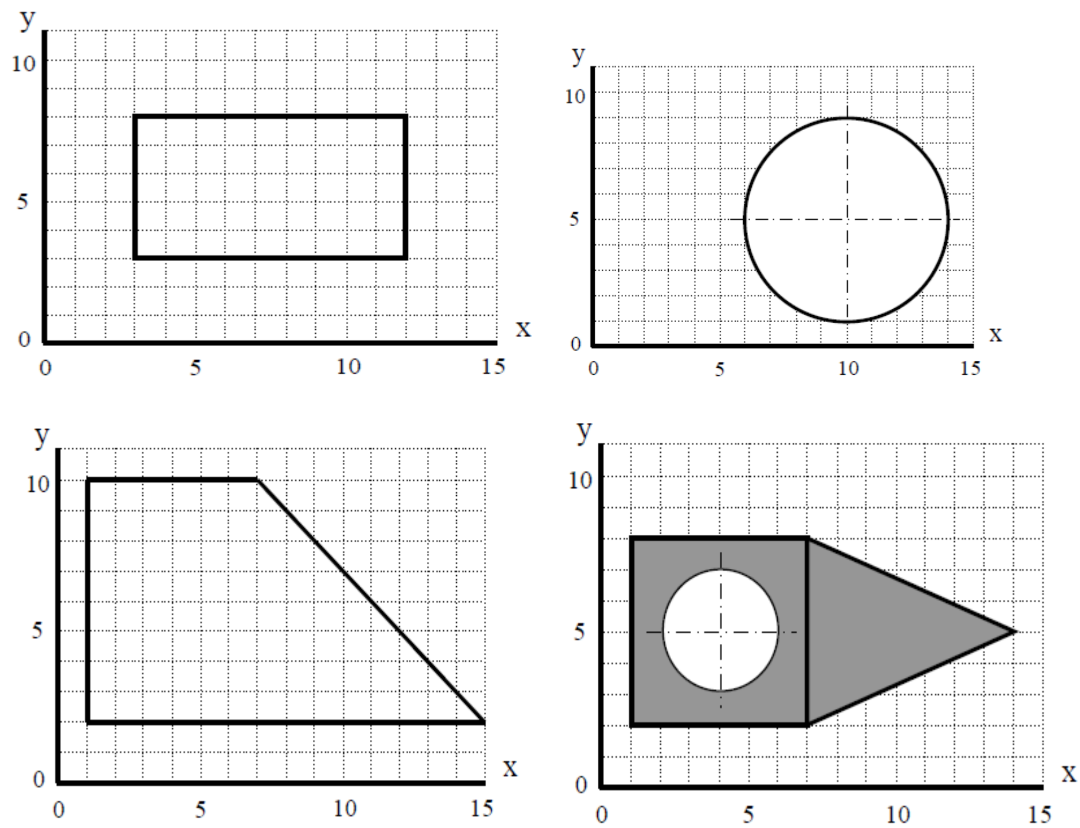



Για σώματα με απλό γεωμετρικό σχήμα τα κέντρα βάρους φαίνονται παρακάτω :




**Παραδείγματα-Εφαρμογές**

***Υπολογίστε τη θέση του κέντρου βάρους: α. του παραλληλογράμμου, β. του κύκλου, γ. του τραπεζοειδούς ελάσματος, δ. του σκιασμένου σχήματος (x,y σε m):***




Τα παραπάνω ισχύουν και στην περίπτωση ενός πλοίου. Επειδή όμως το πλοίο έχει μια πληθώρα συστημάτων, φορτίων κλπ, μπορούμε να κάνουμε μια διάκριση στα βάρη του. Θεωρούμε ότι το βάρος (δηλαδή το εκτόπισμα Δ) ενός πλοίου αποτελείται από 2 βασικές συνιστώσες: Το λεγόμενο “light ship” (LS)[1] και το “deadweight” (DWT)[2]

$$\Delta = LS + DWT$$

Τα LS και DWT αναλύονται περαιτέρω σε άλλα βάρη-συνιστώσες

$$LS = W_{ST} + W_{OT} + W_M$$

$W_{ST}$ το βάρος της μεταλλικής κατασκευής του πλοίου (χρησιμοποιούμενος χάλυβας, αλουμίνιο)

$W_{OT}$ το βάρος του εξοπλισμού (γερανοί, επιπλωσιακός εξοπλισμός, δίκτυα, καλωδιώσεις)

$W_M$ το βάρος της μηχανολογικής εγκατάστασης (μηχανές, δίκτυα Μηχανοστασίων)

[1] Το Lightship αντιστοιχεί στο βάρος του έτοιμου, πλήρως εξοπλισμένου κι αξιόπλοου πλοίου χωρίς εφόδια κι ωφέλιμο φορτίο. Χονδρικά αντιστοιχεί στην κατάσταση παράδοσης του σκάφους από το ναυπηγείο στον πλοιοκτήτη.

[2] Το Deadweight αντιστοιχεί στο σύνολο των βαρών που προστίθενται στο Lightship. Λέγεται αλλιώς και μεταφορική ικανότητα.

$$DWT = FO + LO + FW + BALLAST + PROVISIONS + CREW + STORES + PAYLOAD$$

Σημείωση: Το PAYLOAD είναι το ωφέλιμο φορτίο. Για ένα Πολεμικό Πλοίο το PAYLOAD είναι το φορτίο όλων των όπλων (βλήματα, πύραυλοι).

Για να βρούμε τη θέση του κ.β. (G,COG, center of gravity) ενός πλοίου πρέπει να ξέρουμε όλα τα παραπάνω βάρη και τις θέσεις των επιμέρους κ.β. αυτών, διαδικασία η οποία εκτελείται κατά τη διάρκεια της προμελέτης σχεδίασης ενός πλοίου.

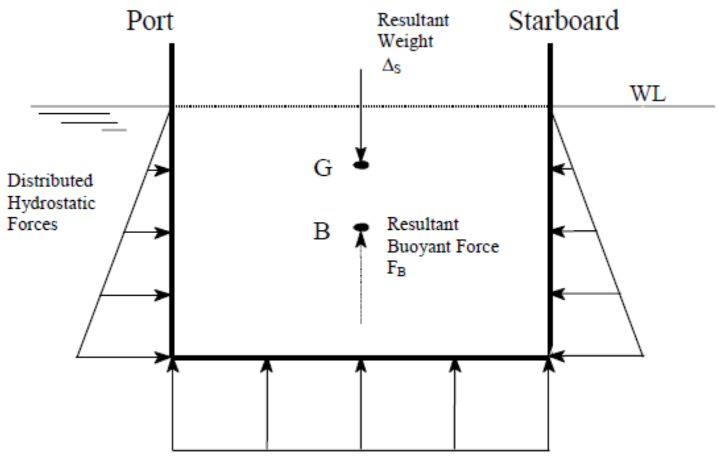
Η έννοια της ισορροπίας γενικά σ' ένα πλοίο (κι όχι μόνο) εκφράζεται ως εξής:

« Η συνισταμένη των δυνάμεων και η συνισταμένη των ροπών που επιδρούν σ'αυτό είναι μηδέν».

$$\sum \vec{F} = 0$$

Δηλαδή

$$\sum F_x = 0 \qquad \sum F_y = 0 \qquad \sum F_z = 0$$




Έστω το σκάφος του παραπάνω σχήματος το οποίο ισορροπεί βυθισμένο κατά ένα μέρος στο νερό. Στο σχήμα υπάρχουν δύο κατακόρυφες δυνάμεις. Το βάρος (εκτόπισμα) που έχει σημείο εφαρμογής το κ.β. G (και το οποίο είναι το άθροισμα όλων των επιμέρους βαρών του πλοίου) και η άνωση με σημείο εφαρμογής το κέντρο άνωσης B (η οποία αποτελεί το άθροισμα όλων των υδροστατικών δυνάμεων που εφαρμόζονται στο πλοίο). Η ισορροπία δηλώνει ότι οι δυο δυνάμεις είναι ίσες.

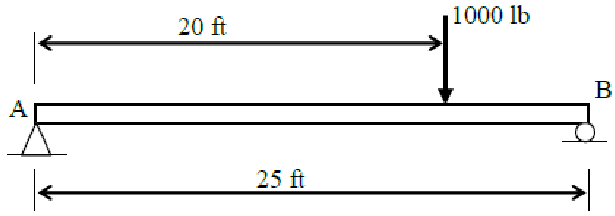
Επιπρόσθετα, για τις ροπές θα ισχύει:

$$\sum \vec{M}_p = 0$$

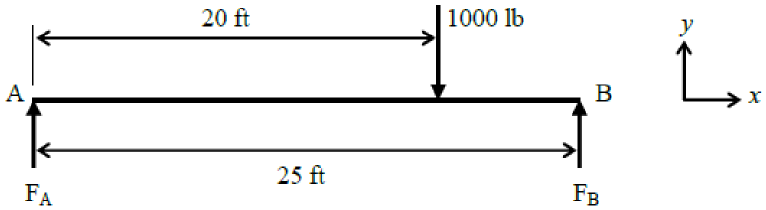
Ο δείκτης *p* δηλώνει οποιοδήποτε σημείο αναφοράς.

**Παραδείγματα-Εφαρμογές**

Αμφιέρειστη δοκός δέχεται τις εξωτερικές δυνάμεις του σχήματος και ισορροπεί. Να υπολογισθούν οι αντιδράσεις στο A (άρθρωση) και B (κύλιση).




Το διάγραμμα ελεύθερου σώματος για τη δοκό είναι όπως παρακάτω:




Αφού η δοκός ισορροπεί θα ισχύει για δυνάμεις και ροπές

$$\sum F_y = 0$$

$$F_A + F_B - 1000lb = 0$$

$$\sum M_A = 0$$ ροπές ως προς το σημείο A

$$(1000\ lb)(20\ ft) - (F_B)(25\ ft) = 0$$

$$F_B = \frac{(1000lb)(20ft)}{25ft} = 800lb$$

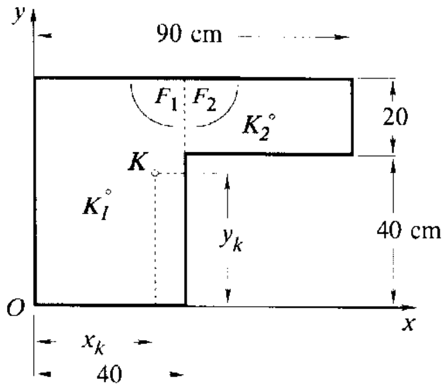
$$F_A = 1000lb - F_B = 1000lb - 800lb$$

$$F_A = 200\ lb$$

**Τρόπος εύρεσης θέσης κέντρου βάρους σύνθετου σώματος**
Όταν επιχειρούμε να βρούμε το κ.β. ενός σύνθετου σώματος που αποτελείται από άλλα απλούστερα, χρησιμοποιούμε το θεώρημα ροπών μεταφοράς (ή αλλιώς θεώρημα των στατικών ροπών).

**Παραδείγματα-Εφαρμογές**

***Να προσδιοριστεί το κέντρο βάρους Κ της διατομής ενός γωνιακού ελάσματος, που φαίνεται στο σχήμα.***




**Σx.α**

Για την επίλυση σύνθετων διατομών (επίπεδων σχημάτων), ακολουθούμε τα εξής βήματα:

**1.** Ορίζουμε βοηθητικό σύστημα αξόνων *Oxy.*

**2.** Χωρίζουμε τη διατομή *σε άθροισμα δύο ορθογωνίων F1* και *F2* (διατομές με γνωστά τα επιμέρους κ.β.) των οποίων υπολογίζουμε το εμβαδόν τους, καθώς και τις συντεταγμένες $(\chi_i, y_i)$ του Κ.Β. του καθενός από αυτά ως προς το βοηθητικό σύστημα αξόνων *Oxy,* οπότε βρίσκουμε

$$F_1 = 40 \times 60 = 2400\,\text{cm}^2 \quad , \quad x_1 = 40/2 = 20\,\text{cm} \qquad y_1 = 60/2 = 30\,\text{cm}$$
$$F_2 = 50 \times 20 = 1000\,\text{cm}^2 \quad , \quad x_2 = 40 + 50/2 = 65\,\text{cm} \qquad y_2 = 40 + 20/2 = 50\,\text{cm}$$
$$F = F_1 + F_2 = 3400\,\text{cm}^2$$

3. Έστω $x_k, y_k$ οι ζητούμενες συντεταγμένες του κ.β. της διατομής. Εφαρμόζουμε το θεώρημα ροπών μεταφοράς ως προς τον άξονα y, οπότε έχουμε

$$x_k F = x_1 F_1 + x_2 F_2 \quad \Rightarrow \quad x_k = \frac{x_1 F_1 + x_2 F_2}{F} \quad \Rightarrow$$

$$x_k = \frac{(20 \times 2400)\text{cm}^3 + (65 \times 1000)\text{cm}^3}{3400\,\text{cm}^2} = \frac{113000\,\text{cm}^3}{3400\,\text{cm}^2} \quad \Rightarrow \quad x_k = 33.24\,\text{cm}$$

**4.** Όμοια, εφαρμόζουμε το θεώρημα ροπών μεταφοράς και ως προς τον άξονα χ, οπότε έχουμε

$$y_k = \frac{\sum y_i F_i}{\sum F_i} = \frac{y_1 F_1 + y_2 F_2}{F} = \frac{(30 \times 2400)\text{cm}^3 + (50 \times 1000)\text{cm}^3}{3400\,\text{cm}^2} = \frac{122000\,\text{cm}^3}{3400\,\text{cm}^2} = 35.88\,\text{cm}$$

**Αν είχαμε την εγκάρσια ή τη διαμήκη τομή ενός πλοίου θα δουλεύαμε αντίστοιχα, με τη μόνη διαφορά ότι ο υπολογισμός κ.β. του πλοίου συνολικά είναι δύσκολος.**

## Προσθαφαίρεση-μετακίνηση βαρών

Οποιαδήποτε μεταβολή στην κατανομή βαρών επί του πλοίου θα προκαλέσει μετακίνηση της θέσης του κ.β. εκτός του G. Για τον πλήρη προσδιορισμό της θέσης του κ.β. πριν και μετά τη μετακίνησή του, πρέπει να προσδιορίσουμε τη θέση του επί ενός τρισορθογώνιου συστήματος καρτεσιανών συντεταγμένων. Η θέση του κ.β. αρχικά βρίσκεται (ή τουλάχιστον ΠΡΕΠΕΙ να βρίσκεται) επί του εγκάρσιου άξονα συμμετρίας (CL, centerline), κατακόρυφα πάνω από την τρόπιδα K (keel). Η κατακόρυφη απόσταση (θέση) συμβολίζεται KG ή VCG (vertical center of gravity) ή TCG (transverse center of gravity) και μετράται θεωρώντας το K ως αρχή των αξόνων. Η διαμήκης απόσταση του κ.β. (LCG, longitudinal centre of gravity) μετράται θεωρώντας είτε μια από τις καθέτους (ΠΡ ή ΠΜ) είτε το μέσο του πλοίου ως αρχή των αξόνων.

Η μεταβολή βαρών συμβαίνει όταν:

Ένα βάρος μετακινείται προς οποιαδήποτε εκ των τριών κατευθύνσεων ή προς οποιοδήποτε συνδυασμό κατευθύνσεων

Ένα βάρος προστίθεται ή αφαιρείται σε οποιαδήποτε θέση στο πλοίο

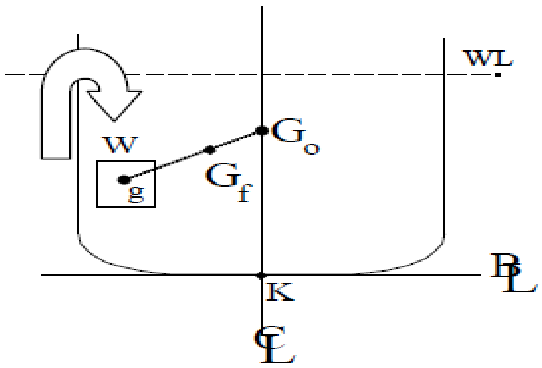
Συνυπάρχουν οι δυο προηγούμενες περιπτώσεις

## Ποιοτική ανάλυση τις προσθαφαίρεσης-μετακίνησης βαρών

Η προσθήκη, η αφαίρεση ή η μετακίνηση βάρους επί του πλοίου προκαλεί αλλαγή στη θέση του κ.β.,G του πλοίου, αλλάζοντας την προϋπάρχουσα κατάσταση ισορροπίας. Μπορούμε ποιοτικά καταρχάς να ορίσουμε την κατεύθυνση κατά την οποία θα κινηθεί το G, εξετάζοντας καθεμία περίπτωση χωριστά.

## Προσθήκη βάρους

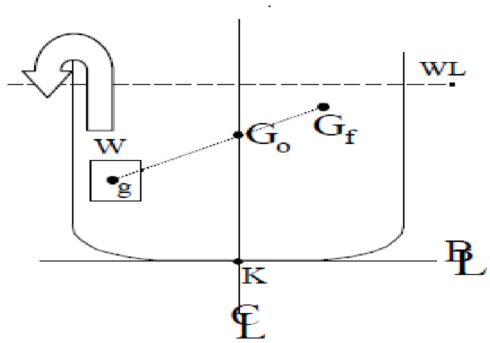
Όταν ένα βάρος προστίθεται τότε η μετακίνηση του κ.β μετά την προσθήκη θα είναι προς την πλευρά της προσθήκης. Έτσι το κ.β κινείται ευθύγραμμα προς τη θέση του κ.β. του προστιθέμενου βάρους




*Προσθήκη βάρους (w). Η αρχική θέση του κ.β ($G_0$) του πλοίου μετακινείται ευθύγραμμα προς τη θέση του κ.β. (g) του προστιθέμενου βάρους. Τελική θέση: $G_f$.*

## Αφαίρεση βάρους

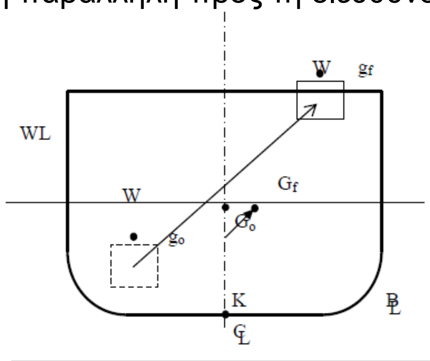
Όταν ένα βάρος αφαιρείται από ένα πλοίο, τότε συμβαίνει το ακριβώς αντίθετο από την προηγούμενη περίπτωση: η μετακίνηση του κ.β μετά την αφαίρεση θα είναι προς την αντίθετη πλευρά από αυτήν που αφαιρέθηκε το βάρος.



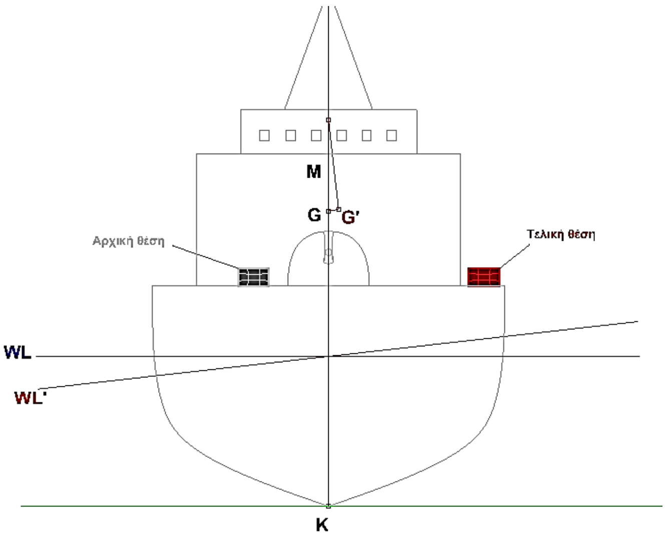

*Αφαίρεση βάρους (w). Η αρχική θέση του κ.β ($G_0$) του πλοίου μετακινείται ευθύγραμμα σε κατεύθυνση αντίθετη από τη θέση του κ.β. (g) του προστιθέμενου βάρους. Τελική θέση: $G_f$.*

## Μετακίνηση βάρους

Όταν μετακινηθεί ένα βάρος που ήδη υφίσταται επί του πλοίου, τότε το κ.β μετακινείται σε διεύθυνση παράλληλη προς τη διεύθυνση της μετακίνησης.




*Μετακίνηση βάρους (w). Από τη θέση με κ.β. $g_0$, το βάρος μετακινείται στη θέση με κ.β $g_f$. Η αρχική θέση του κ.β ($G_0$) του πλοίου μετακινείται παράλληλα προς τη διεύθυνση της μετακίνησης. Τελική θέση: $G_f$.*



*Αποτέλεσμα οριζόντιας μετακίνησης βάρους. Αρχική θέση βάρους: γκρι. Τελική θέση βάρους: κόκκινη. Το πλοίο παίρνει κλίση και, στην περίπτωση που φαίνεται στο σχήμα, ισορροπεί σε νέα θέση (κόκκινη ίσαλος, WL’).*

### Υπολογισμός της μετατόπισης του κέντρου βάρους GG΄

Όταν έχουμε μετακίνηση και όχι προσθήκη ή αφαίρεση βάρους επί του πλοίου, χρησιμοποιούμε και πάλι το θεώρημα ροπών μεταφοράς. Εδώ περιλαμβάνονται η αρχική ροπή του σκάφους, η ροπή που προκαλεί η μετατόπιση του βάρους και το άθροισμα αυτών των δύο ροπών θα ισούται με τη ροπή στην τελική κατάσταση. Ακολουθεί ένα παράδειγμα προς κατανόηση της μεθοδολογίας.

***Σε πλοίο εκτοπίσματος Δ=10000 ton με KG=7 m μετακινείται κατακόρυφα προς τα πάνω ένα βάρος w=200 ton κατά απόσταση d=4 m. Να βρεθούν η νέα θέση του κ.β και η μετακίνηση του κέντρου βάρους GG΄.***

| Βάρος (ton) | KG (m) | Ροπή (tonm) |
|---|---|---|
| Αρχική κατάσταση Δ=10000 | 7 | 70000 |
| w=200 | | 800 |
| **Τελική κατάσταση** 10000 | | **70800** |

Παρατηρείστε ότι στο συγκεκριμένο παράδειγμα δεν δίδεται καμία πληροφορία για το κ.β του μετακινούμενου βάρους w.

Λόγω ισορροπίας θα ισχύει το θεώρημα ροπών ως ακολούθως:

$$\Delta \times KG' = 70800 \Rightarrow KG' = \frac{70800}{10000} \Rightarrow KG' = \mathbf{7.08\ m}$$

Η μετακίνηση του κβ θα είναι $GG' = KG' - KG = \mathbf{0.08\ m}$
Σύμφωνα με όσα αναφέρθηκαν παραπάνω στη θεωρία το κ.β G θα μετακινηθεί στη νέα θέση G΄ κατακόρυφα προς τα πάνω.

**Συμπέρασμα: όταν σε πλοίο ζητείται η μετακίνηση GG΄ του κ.β λόγω μετακίνησης βάρους w κατά απόσταση d, ή προσθήκης ή αφαίρεσης βάρους w από θέση που απέχει d από την τρόπιδα K , μπορεί να γίνεται χρήση του τύπου**

$$GG' = \frac{w \times d}{\Delta}$$

**όπου Δ <u>το τελικό εκτόπισμα</u> του πλοίου.**

**Παραδείγματα-Εφαρμογές**

***Πλοίο εκτοπίσματος Δ=16000 tn έχει κατακόρυφη θέση κ.β. 7.8 m. Ένα φορτίο βάρους w=3000 tn αφαιρείται. Η θέση του κ.β g του φορτίου είναι 4.7 m πάνω από την τρόπιδα και 2 m μακρυά από τον κατακόρυφο άξονα συμμετρίας. Υπολογίστε την τελική θέση του κ.β***

| Βάρος (tn)<br>(Α) | KG (m)<br>(Β) | Ροπή (tnm)<br>(Γ)=(Α)x(Β) |
|---|---|---|
| 16000 | 7.8 | 124800 |
| -3000 | 4.7 | - 14100 |
| **13000** | | **110700** |

$KG_f = \frac{110700}{13000} = \mathbf{8.515}\ \boldsymbol{m}$ **(κατακόρυφη θέση)**

Αρχικά το κ.β του σκάφους βρίσκεται πάνω στον κατακόρυφο άξονα συμμετρίας (CL). Λόγω της αφαίρεσης του βάρους από θέση που δε βρίσκεται επί του CL θα προκαλέσει μετατόπιση της τελικής θέσης του κ.β από το G στο $G_1$ προς την πλευρά αντίθετα από την αφαίρεση του βάρους. Παίρνοντας ροπές ως προς το CL (θεώρημα ροπών μεταφοράς) θα ισχύει:

$$GG_1 = \frac{3000 \times 2}{13000} = \mathbf{0.4615\ m}$$

***Πλοίο εκτοπίσματος Δ=12000 tn έχει κατακόρυφη θέση κ.β KG=8.5m. Αφαιρούνται 2000 tn θαλασσίου έρματος (sea water ballast) με θέση κ.β από την τρόπιδα K 4.2m και φορτώνονται τα ακόλουθα βάρη:***

***400 tn φορτίο πλαστικού, με θέση κ.β από την τρόπιδα K 5.0m.***

***3000 tn φορτίο λιπάσματος, με θέση κ.β από την τρόπιδα K 3.5m.***

***Να υπολογισθεί η τελική θέση του κ.β. μετά την προσθαφαίρεση των φορτίων (Υποτίθεται ότι όλα τα κ.β βρίσκονται επί του κατακόρυφου άξονα συμμετρίας)***

| Βάρος (tn)<br>(Α) | KG (m)<br>(Β) | Ροπή (tnm)<br>(Γ)=(Α)x(Β) |
|---|---|---|
| 12000 | 8.5 | 102000 |
| -2000 | 4.2 | 8400 |
| 400 | 5.0 | 2000 |
| 3000 | 3.5 | 10500 |
| **13400** | | **106100** |

$$KG_f = \frac{106100}{13400} = \mathbf{7.918}\ \boldsymbol{m}$$