

**Επαναληπτικές Ασκήσεις στο Μάθημα
Ανάλυση Συναρτήσεων Μιας Μεταβλητής**

Άσκηση 1:

Να υπολογίσετε τα παρακάτω αόριστα ολοκληρώματα

$$(i) \int \frac{2x-1}{x^2-2x+2} dx \quad (ii) \int e^{2x} \sin x dx$$
$$(iii) \int \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}} dx \quad (iv) \int x e^{x^2+1} dx \quad (v) \int \arctan(x-1) dx$$

Άσκηση 2:

Να βρείτε τα παρακάτω όρια των ακολουθιών

$$(i) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+\sqrt{n}-2}{n+1} \quad (ii) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^n+2^n}{4^{n+1}-3^n} \quad (iii) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{n+1}\right)^n$$
$$(iv) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin(n+1)+n}{n+1}$$

Άσκηση 3:

- A. Να εξετάσετε ως προς την σύγκλιση την σειρά $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n}{(n+1)2^n}$
- B. Να εξετάσετε ως προς την σύγκλιση την σειρά $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(1 - \frac{2}{n}\right)^n$
- C. Να βρεθεί το άθροισμα της σειράς $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^{n-1}+3^n+4}{5^n}$

Άσκηση 4:

Με την βοήθεια του πολυώνυμου Maclaurin τάξης 2 προσεγγίστε το εμβαδόν του χωρίου Ω , που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης

$$f(x) = e^{x^2}, \text{ του άξονα } x'x \text{ και των ευθειών } x = 0 \text{ και } x = 0,5.$$

Άσκηση 5:

Να βρεθεί το ανάπτυγμα της σειράς *Fourier* της συνάρτησης $f(x) = x$, $x \in [-\pi, \pi]$ και στη συνέχεια να δείξετε ότι

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} = \frac{\pi}{4}$$