

Διαδοχική Απαλοιφή Αυστηρά Κυριαρχούμενων Στρατηγικών

ΘΕΩΡΙΑ ΠΑΙΓΝΙΩΝ

ΔΙΔΑΣΚΟΝΤΕΣ: Γ. ΓΑΛΑΝΗΣ, Δ. ΚΟΥΛΟΥΜΠΟΥ

Διαδοχική Απαλοιφή Αυστηρά Κυριαρχούμενων Στρατηγικών – Παράδειγμα

Παράδειγμα:

- Έστω το σύνολο των παικτών $N = \{1,2\}$.
- Το σύνολο των στρατηγικών του παίκτη 1 είναι $X_1 = \{A_1, B_1, \Gamma_1\}$ και του παίκτη 2 είναι $X_2 = \{A_2, B_2, \Gamma_2\}$.
- Οι αποδόσεις των δύο παικτών φαίνονται στον παρακάτω **πίνακα αποδόσεων**.

Διαδοχική Απαλοιφή Αυστηρά Κυριαρχούμενων Στρατηγικών – Παράδειγμα

	A₂	B₂	Γ₂
A₁	3,2	1,1	1,0
B₁	1,3	0,2	0,4
Γ₁	2, -1	-1,3	2,0

Διαδοχική Απαλοιφή Αυστηρά Κυριαρχούμενων Στρατηγικών – Παράδειγμα

- Ως πρώτο βήμα παρατηρούμε ότι η στρατηγική A_1 του παίκτη 1 κυριαρχεί αυστηρά επί της στρατηγικής B_1 .
- Αυτό ισχύει διότι:

$$u_1(A_1, A_2) = 3 > 1 = u_1(B_1, A_2)$$

$$u_1(A_1, B_2) = 1 > 0 = u_1(B_1, B_2)$$

$$u_1(A_1, \Gamma_2) = 1 > 0 = u_1(B_1, \Gamma_2)$$

	A₂	B₂	Γ₂
A₁	3,2	1,1	1,0
B₁	1,3	0,2	0,4
Γ₁	2, -1	-1,3	2,0

Διαδοχική Απαλοιφή Αυστηρά Κυριαρχούμενων Στρατηγικών – Παράδειγμα

- Ο παίκτης 1 συνεπώς δεν θα χρησιμοποιήσει την στρατηγική B_1 . **Αυτό αποτελεί κοινή γνώση.**
- Δηλαδή ο παίκτης 2 γνωρίζει ότι ο παίκτης 1 δεν θα χρησιμοποιήσει την B_1 . Επίσης ο παίκτης 1 γνωρίζει ότι ο παίκτης 2 γνωρίζει την μη επιλογή της B_1 κ.ο.κ
- Το παίγνιο μετά τη διαγραφή της στρατηγικής B_1 , μειώνεται στο παρακάτω

Διαδοχική Απαλοιφή Αυστηρά Κυριαρχούμενων Στρατηγικών – Παράδειγμα

Το παίγνιο μετά τη διαγραφή της κυριαρχούμενης στρατηγικής B_1

	A_2	B_2	Γ_2
A_1	3,2	1,1	1,0
Γ_1	2, -1	-1,3	2,0

Διαδοχική Απαλοιφή Αυστηρά Κυριαρχούμενων Στρατηγικών – Παράδειγμα

- Στο μικρότερο παίγνιο η στρατηγική B_2 του παίκτη 2 κυριαρχεί αυστηρά επί της στρατηγικής Γ_2 , εφόσον

$$u_2(A_1, B_2) = 1 > 0 = u_2(A_1, \Gamma_2)$$

$$u_2(\Gamma_1, B_2) = 3 > 0 = u_2(\Gamma_1, \Gamma_2)$$

Συνεπώς η στρατηγική Γ_2 απαλείφεται.

	A_2	B_2	Γ_2
A_1	3,2	1,1	1,0
Γ_1	2,-1	-1,3	2,0

Διαδοχική Απαλοιφή Αυστηρά Κυριαρχούμενων Στρατηγικών – Παράδειγμα

Σημείωση: Η κυριαρχία της Γ_2 έναντι της B_2 του παίκτη 2 δεν ίσχυε πριν την απαλοιφή της στρατηγικής B_1 του παίκτη 1.

Διαδοχική Απαλοιφή Αυστηρά Κυριαρχούμενων Στρατηγικών – Παράδειγμα

- Το γεγονός αυτό και πάλι συνιστά κοινό τόπο.
- Το παίγνιο μετά τη διαγραφή και της στρατηγικής Γ_2 , μειώνεται στο παρακάτω

Διαδοχική Απαλοιφή Αυστηρά Κυριαρχούμενων Στρατηγικών – Παράδειγμα

Το παίγνιο μετά την απαλοιφή των στρατηγικών B_1 και Γ_2

	A_2	B_2
A_1	3,2	1,1
Γ_1	2,-1	-1,3

Διαδοχική Απαλοιφή Αυστηρά Κυριαρχούμενων Στρατηγικών – Παράδειγμα

- Πλέον η στρατηγική A_1 του παίκτη 1 κυριαρχεί αυστηρά επί της στρατηγικής Γ_1 , εφόσον

$$u_1(A_1, A_2) = 3 > 2 = u_1(\Gamma_1, A_2)$$

$$u_1(A_1, B_2) = 1 > -1 = u_1(\Gamma_1, B_2)$$

Συνεπώς η στρατηγική Γ_1 απαλοίφεται.

	A_2	B_2
A_1	3,2	1,1
Γ_1	2, -1	-1,3

Διαδοχική Απαλοιφή Αυστηρά Κυριαρχούμενων Στρατηγικών – Παράδειγμα

- Το γεγονός αυτό και πάλι συνιστά κοινό τόπο.
- Το παίγνιο μετά τη διαγραφή και της στρατηγικής Γ_1 , μειώνεται στο παρακάτω

Διαδοχική Απαλοιφή Αυστηρά Κυριαρχούμενων Στρατηγικών – Παράδειγμα

Το παίγνιο μετά την απαλοιφή των στρατηγικών B_1 , Γ_2 και Γ_1

	A₂	B₂
A₁	3,2	1,1

Διαδοχική Απαλοιφή Αυστηρά Κυριαρχούμενων Στρατηγικών – Παράδειγμα

- Ως τελευταίο βήμα απαλείφουμε την στρατηγική B_2 αφού στο μικρότερο παίγνιο η στρατηγική A_2 του παίκτη 2 κυριαρχεί αυστηρά επί της στρατηγικής B_2 , εφόσον

$$u_2(A_1, A_2) = 2 > 1 = u_2(A_1, B_2)$$

$$u_2(A_2, B_2) = 1 > 1 = u_2(\Gamma_1, B_2)$$

	A₂	B₂
A₁	3,2	1,1

Διαδοχική Απαλοιφή Αυστηρά Κυριαρχούμενων Στρατηγικών – Παράδειγμα

Άρα η μέθοδος της διαδοχικής απαλοιφής αυστηρά κυριαρχούμενων στρατηγικών οδηγεί στο ζεύγος στρατηγικών (A_1, A_2)

	A_2	
A_1	<table border="1"><tr><td>3,2</td></tr></table>	3,2
3,2		

Διαδοχική Απαλοιφή Αυστηρά Κυριαρχούμενων Στρατηγικών – Παράδειγμα

- Στην περίπτωση που η μέθοδος της διαδοχικής απαλοιφής αυστηρά κυριαρχούμενων στρατηγικών οδηγεί σε ένα μοναδικό ζεύγος στρατηγικών λέμε ότι **το παίγνιο είναι επιλύσιμο με την μέθοδο των κυριαρχούμενων στρατηγικών (dominance solvable)**.

Κυρίαρχες – Κυριαρχούμενες Στρατηγικές– Άσκηση

Άσκηση:

Έστω το σύνολο των παικτών $N = \{1,2,3\}$. Το σύνολο των στρατηγικών του παίκτη 1 είναι $X_1 = \{A_1, B_1, \Gamma_1\}$, του παίκτη 2 είναι $X_2 = \{A_2, B_2, \Gamma_2\}$ και του παίκτη 3 είναι $X_3 = \{A_3, B_3\}$. Οι αποδόσεις των δύο παικτών φαίνονται στους παρακάτω **πίνακες αποδόσεων**. (Ο παίκτης 1, επιλέγει γραμμές, ο παίκτης 2, επιλέγει στήλες, ο παίκτης 3 επιλέγει πίνακα).

Κυρίαρχες – Κυριαρχούμενες Στρατηγικές – Άσκηση

	A_2	B_2	Γ_2
A_1	2,0,2	0,1,0	1,2,1
B_1	0,0,2	-1,1,0	0,0,2
Γ_1	0,2,2	-1,3,1	-1,1,1

A_3

	A_2	B_2	Γ_2
A_1	2,3,1	0,4,-1	0,3,0
B_1	3,1,1	1,2,-1	0,0,1
Γ_1	3,1,0	1,2,0	1,1,0

B_3

Κυρίαρχες – Κυριαρχούμενες Στρατηγικές– Άσκηση

- A. Ποια είναι η κυρίαρχη στρατηγική του παίκτη 3;
- B. Αφού διαγράψετε τον κατάλληλο πίνακα, να βρείτε ποια στρατηγική του παίκτη 1 κυριαρχεί επί των άλλων δύο.
- C. Σε ποιο συνδυασμό οδηγηθήκατε με την μέθοδο της διαδοχικής απαλοιφής;

Βιβλιογραφία

- Γ. Σταματόπουλος, Θεωρία Παιγνίων, Ελληνικά Ακαδημαϊκά Ηλεκτρονικά Συγγράμματα και Βοηθήματα. www.kallipos.gr