

Ισορροπία Nash

ΘΕΩΡΙΑ ΠΑΙΓΝΙΩΝ

ΔΙΔΑΣΚΟΝΤΕΣ: Γ. ΓΑΛΑΝΗΣ, Δ. ΚΟΥΛΟΥΜΠΟΥ

Ισορροπία Nash

Ας ξαναθυμηθούμε το προηγούμενο παράδειγμα

Παράδειγμα:

- Έστω το σύνολο των παικτών $N = \{1,2\}$.
- Το σύνολο των στρατηγικών του παίκτη 1 είναι $X_1 = \{A_1, B_1, \Gamma_1\}$ και του παίκτη 2 είναι $X_2 = \{A_2, B_2, \Gamma_2\}$.
- Οι αποδόσεις των δύο παικτών φαίνονται στον παρακάτω **πίνακα αποδόσεων**.

Διαδοχική Απαλοιφή Αυστηρά Κυριαρχούμενων Στρατηγικών – Παράδειγμα

| | A_2 | B_2 | Γ_2 |
|------------|-------|-------|------------|
| A_1 | 3, 2 | 1, 1 | 1, 0 |
| B_1 | 1, 3 | 0, 2 | 0, 4 |
| Γ_1 | 2, -1 | -1, 3 | 2, 0 |

Ισορροπία Nash – Παράδειγμα

- Η μέθοδος των διαδοχικών απαλοιφών μας οδηγείσαι στον συνδυασμό στρατηγικών (A_1, A_2) .
- Θα διαπιστώσουμε ότι οι εμπλεκόμενες στρατηγικές χαρακτηρίζονται από μία σχέση αμοιβαίας βελτιστότητας.

Ισορροπία Nash – Παράδειγμα

- Δεδομένης της στρατηγικής A_2 του παίκτη 2, η βέλτιστη στρατηγική του παίκτη 1 είναι η A_1 .
- Παρομοίως, δεδομένης της στρατηγικής A_1 του παίκτη 1, η βέλτιστη στρατηγική του παίκτη 2 είναι η A_2 .
- Σε μία τέτοια περίπτωση θα λέμε ότι οι στρατηγικές αυτές είναι αμοιβαίως βέλτιστες.

| | A_2 | B_2 | Γ_2 |
|------------|-------|-------|------------|
| A_1 | 3,2 | 1,1 | 1,0 |
| B_1 | 1,3 | 0,2 | 0,4 |
| Γ_1 | 2, -1 | -1,3 | 2,0 |

Ισορροπία Nash – Παράδειγμα

- Αν προτείναμε στους δύο παίκτες των συνδυασμό στρατηγικών (A_1, A_2) , ουδείς θα είχε κίνητρο να αποκλίνει μονομερώς από την στρατηγική του.
- Έναν τέτοιο συνδυασμό τον αποκαλούμε **ισορροπία Nash**

| | A ₂ | B ₂ | Γ ₂ |
|----------------|----------------|----------------|----------------|
| A ₁ | 3,2 | 1,1 | 1,0 |
| B ₁ | 1,3 | 0,2 | 0,4 |
| Γ ₁ | 2, -1 | -1,3 | 2,0 |

Ισορροπία Nash – Ορισμός

Ορισμός – Ισορροπία Nash

Μία ισορροπία Nash είναι ένας συνδυασμός στρατηγικών ο οποίος εμπεριέχει αμοιβαία βέλτιστες στρατηγικές.

- Η ισορροπία Nash αποτελεί την βασική έννοια επίλυσης των μη συνεργατικών παιγνίων.

Ισορροπία Nash – Αυστηρός Ορισμός

Ορισμός 2 – Ισορροπία Nash

Έστω ένα παίγνιο $\Gamma = \{N, (X_i, u_i)_{i \in N^*}\}$. Θα λέμε ότι ο **συνδυασμός στρατηγικών** $x^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ συνιστά ισορροπία Nash αν για κάθε $i \in N^*$ ισχύει

$$u_i(x_i^*, x_{-i}^*) \geq u_i(x_i, x_{-i}^*) \text{ για κάθε } x_i \in X_i.$$

Ισορροπία Nash– Άσκηση

Άσκηση:

Έστω το σύνολο των παικτών $N = \{1,2,3\}$. Το σύνολο των στρατηγικών του παίκτη 1 είναι $X_1 = \{A_1, B_1, \Gamma_1\}$, του παίκτη 2 είναι $X_2 = \{A_2, B_2, \Gamma_2\}$ και του παίκτη 3 είναι $X_3 = \{A_3, B_3\}$.

Οι αποδόσεις των δύο παικτών φαίνονται στους παρακάτω **πίνακες αποδόσεων**.

(Ο παίκτης 1, επιλέγει γραμμές, ο παίκτης 2, επιλέγει στήλες, ο παίκτης 3 επιλέγει πίνακα).

Ισορροπία Nash– Άσκηση

| | A₂ | B₂ | Γ₂ |
|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| A₁ | 2,0,2 | 0,1,0 | 1,2,1 |
| B₁ | 0,0,2 | -1,1,0 | 0,0,2 |
| Γ₁ | 0,2,2 | -1,3,1 | -1,1,1 |

A₃

| | A₂ | B₂ | Γ₂ |
|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| A₁ | 2,3,1 | 0,4,-1 | 0,3,0 |
| B₁ | 3,1,1 | 1,2,-1 | 0,0,1 |
| Γ₁ | 3,1,0 | 1,2,0 | 1,1,0 |

B₃

Ισορροπία Nash– Άσκηση

- A. Να βρεθεί αν υπάρχει ισορροπία Nash στο παραπάνω παίγνιο.
- B. Αν ο παίκτης 3 έχει μόνο την στρατηγική B_3 ως επιλογή, υπάρχει στην περίπτωση αυτή ισορροπία Nash;

Ισορροπία Nash

Σημείωση

Η ισορροπία Nash έχει δύο μέρη.

- Κατά πρώτον, κάθε παίκτης επιλέγει την στρατηγική του με βέλτιστο τρόπο,
- κατά δεύτερον, οι προποθέσεις αυτές είναι σωστές, υπό την έννοια ότι είναι συνεπείς με τις πραγματικές επιλογές των παικτών.

Ισορροπία Nash ως Αποτέλεσμα σε Παίγνιο

Είναι η ισορροπία Nash αποτέλεσμα σε ένα παίγνιο;

Για ποιο λόγο θα περιμέναμε οι παίκτες να επιλέξουν στρατηγικές βάσει της ισορροπίας Nash;

Για το παραπάνω ερώτημα ως ερμηνείες έχουν προταθεί τα εξής:

Ισορροπία Nash

- **Η Ισορροπία Nash ως αυτό – επιβαλλόμενη συμφωνία**

Αν υποθέσουμε ότι οι παίκτες έχουν επικοινωνήσει πριν ξεκινήσει το παίγνιο, σε περίπτωση που έχουν συμφωνήσει μια στρατηγική η οποία αποτελεί ισορροπία Nash, τότε κανένας παίκτης δεν έχει κίνητρο να μην την τηρήσει.

Σε αντίθετη περίπτωση ένας τουλάχιστον παίκτης θα είχε κίνητρο να τηρήσει μονομερώς την συμφωνία.

Ισορροπία Nash

- **Η Ισορροπία Nash ως αποτέλεσμα ενδοσκοπησης**

Οι ορθολογικοί παίκτες συχνά μπορούν να προβλέπουν τις επιλογές των άλλων παικτών και με βάση αυτή την πρόβλεψη οδηγούνται σε απόφαση και τις δικής τους στρατηγικής.

Η μέθοδος αυτή οδηγεί συχνά σε επιλογές στρατηγικών που αποτελούν ισορροπία Nash

Ισορροπία Nash

- **Η Ισορροπία Nash ως αποτέλεσμα μάθησης**

Αν οι παίκτες συμμετέχουν στο ίδιο παίγνιο ξανά και ξανά τότε κάθε ένας θα τείνει να μάθει τις στρατηγικές που ακολουθούν οι άλλοι με αποτέλεσμα να οδηγηθούν, υπό κάποιες προϋποθέσεις, σε επιλογές που συνιστούν ισορροπία.

Βιβλιογραφία

- Γ. Σταματόπουλος, Θεωρία Παιγνίων, Ελληνικά Ακαδημαϊκά Ηλεκτρονικά Συγγράμματα και Βοηθήματα. www.kallipos.gr