

ΔΥΝΑΜΙΚΑ ΠΑΙΓΝΙΑ

ΘΕΩΡΙΑ ΠΑΙΓΝΙΩΝ

ΔΙΔΑΣΚΟΝΤΕΣ: Γ. ΓΑΛΑΝΗΣ, Δ. ΚΟΥΛΟΥΜΠΟΥ

Δυναμικά Παίγνια

- **Δυναμικά παίγνια** ονομάζουμε τα παίγνια στα οποία οι παίκτες εναλλάσσονται στην επιλογή των στρατηγικών τους κινήσεων.
- Σε κάθε κίνηση οι παίκτες γνωρίζουν τις προηγούμενες κινήσεις των άλλων παικτών.
- Η **εκτεταμένη μορφή δένδρου (extensive form)** ενός παιγνίου είναι ιδιαίτερα χρήσιμη στην μελέτη δυναμικών παίγνιων, δηλαδή παίγνιων με διαδοχικές κινήσεις.

Δυναμικά Παίγνια

- Στα δυναμικά παίγνια, οι παίκτες αποφασίζουν «σήμερα» με το βλέμμα τους στραμμένο στις επιπτώσεις των επιλογών τους «αύριο».
- Χαρακτηριστικό των δυναμικών παίγνιων πλήρους πληροφόρησης είναι ότι οι παίκτες των οποίων οι κινήσεις έπονται, έχουν πλήρη γνώση των κινήσεων των παικτών που προηγήθηκαν.

Διαδοχική Ορθολογικότητα

- Σε ένα δυναμικό παίγνιο, κάθε παίκτης, όταν καλείται να κινηθεί, θα επιλέγει ενέργεια που του προσφέρει την μεγαλύτερη απόδοση, με βάση τού ποια πιστεύει ότι θα είναι η μελλοντική εξέλιξη του παιγνίου.
- Η πρόβλεψη αυτή προκύπτει υπό την προϋπόθεση ότι όλοι οι παίκτες σκέφτονται με ορθολογικό τρόπο όπως και ο ίδιος.

Παράδειγμα 1

- Θεωρούμε το παρακάτω δυναμικό παίγνιο.
- Ο παίκτης 1 κινείται πρώτος και διαλέγει αριστερό (Left “**L**”) ή δεξί (Right “**R**”).
- Ακολουθεί ο παίκτης 2, με τις ίδιες επιλογές.
- Στον παρακάτω πίνακα βλέπουμε την στρατηγική μορφή του παίγνιου.

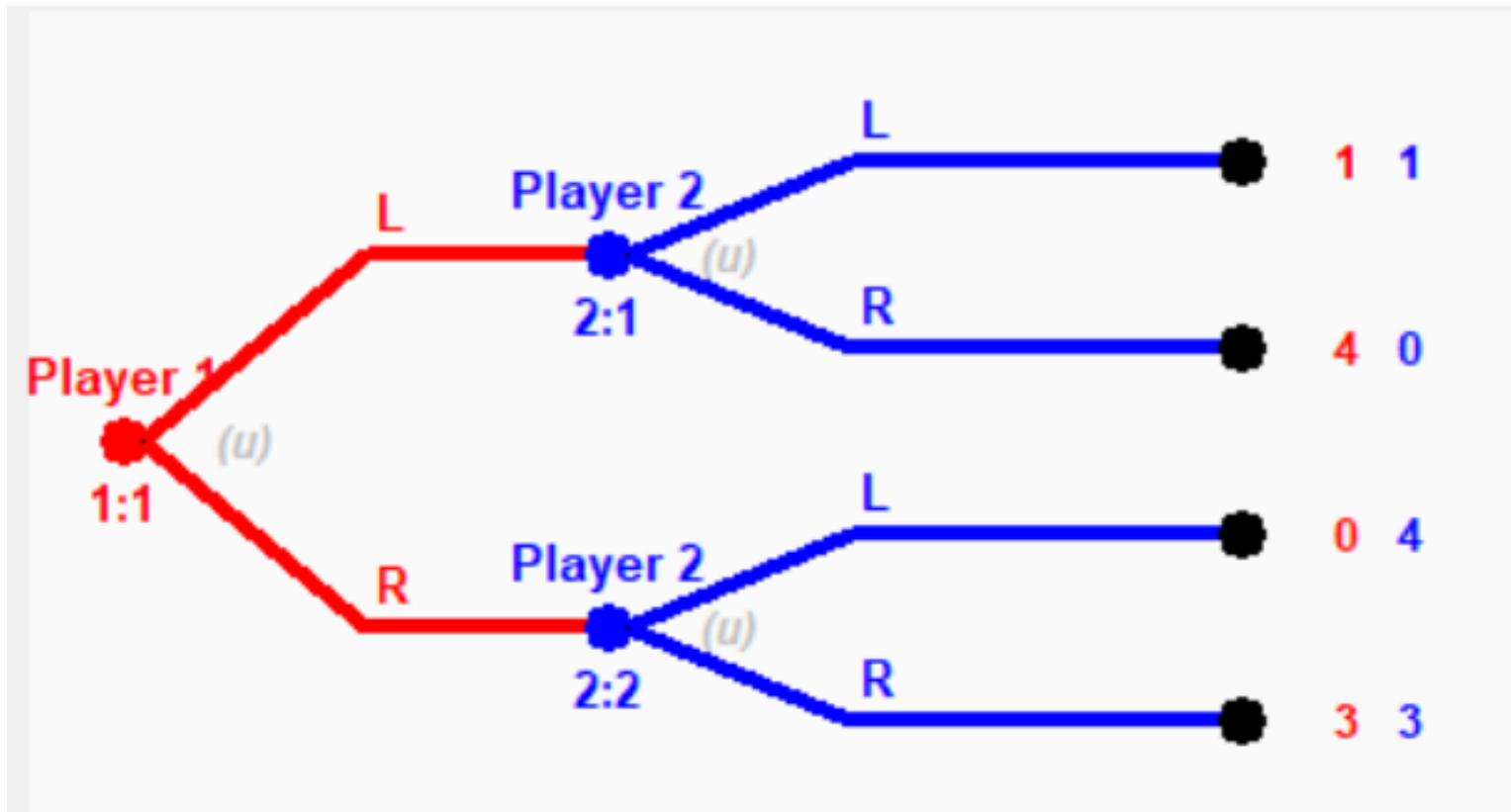
Παράδειγμα 1

1 \ 2	<i>L</i>	<i>R</i>
<i>L</i>	1, 1	4, 0
<i>R</i>	0, 4	3, 3

Παράδειγμα 1

- Παρατηρούμε ότι το παίγνιο αυτό έχει μία ισορροπία Nash (με καθαρές στρατηγικές) την (L, L) .
- Ας δούμε την εκτεταμένη μορφή του παίγνιου.

Παράδειγμα 1



Παράδειγμα 1

- Ο παίκτης 1 που παίζει πρώτος σκέπτεται:
 - «Εάν παίξω **L** ο αντίπαλός μου θα επιλέξει **L**, γιατί έτσι θα έχει απόδοση 1, ενώ εάν επιλέξει **R** θα έχει απόδοση 0.
 - Από την άλλη μεριά, εάν παίξω **R** τότε ο αντίπαλός μου θα παίξει πάλι **L** για αντίστοιχους λόγους.

Παράδειγμα 1

- Δοθέντων αυτών, εγώ θα πρέπει να επιλέξω **L** γιατί με αυτόν τον τρόπο θα έχω μεγαλύτερη απόδοση 1, από το να παίξω **R** που θα έχω απόδοση 0».

Παράδειγμα 1

- Προφανώς, ο παίκτης 1 επιλέγει L .
- Η λύση τού παιγνίου, επομένως, είναι (L, L) .
- Είναι βέβαια ισορροπία Nash (στο συγκεκριμένο παίγνιο η μοναδική).
- Συμπίπτει επίσης, όπως άλλωστε αναμενόταν, με τη λύση που προκύπτει με την μέθοδο διαδοχικής απαλοιφής ασθενώς κυριαρχούμενων στρατηγικών.

Προς τα Πίσω Επαγωγή

- Η διαδικασία επίλυσης που ακολουθήσαμε στο παράδειγμα καλείται **προς τα πίσω επαγωγή (backwards induction)**.

Προς τα Πίσω Επαγωγή

- Σε δυναμικά παίγνια πλήρους πληροφόρησης ξεκινούμε από τον τελευταίο κόμβο ή κόμβους απόφασης, δηλαδή τον κόμβο ή τους κόμβους απόφασης όπου αποφασίζει ο παίκτης που κινείται τελευταίος.

Προς τα Πίσω Επαγωγή

- Παρατηρούμε τι επιλέγει ο παίκτης αυτός και εν συνεχεία, με την προϋπόθεση ότι δεν υπάρχουν ισοπαλίες, πάμε στον κόμβο ή κόμβους απόφασης όπου αποφασίζει ο παίκτης που κινείται προτελευταίος και να δούμε τι είναι ορθολογικό γι' αυτόν να πράξει δεδομένης της (ορθολογικά αναμενόμενης) επιλογής του παίκτη που κινείται τελευταίος, και ούτω καθ' εξής μέχρι να φτάσουμε στον αρχικό κόμβο απόφασης.

Προς τα Πίσω Επαγωγή

- Μέσω της διαδικασίας αυτής προσδιορίζουμε τη λύση του παιγνίου και ιχνηλατούμε το «μονοπάτι» εξέλιξης του παιγνίου.

Παράδειγμα 2

- Ας υποθέσουμε ότι στην αγορά εκμάθησης ξένων γλωσσών μέσω εκπαιδευτή – AI (Artificial intelligence) λειτουργεί αρχικά μόνο η εταιρεία **Promova**.
- Η επιχείρηση αυτή αντιμετωπίζει το ενδεχόμενο εισόδου στην αγορά μιας ανταγωνιστικής εταιρείας της **Praktika**.

Παράδειγμα 2

- Αν μπει στην αγορά η **Praktika**, η **Promova** έχει δύο επιλογές:
 - Είτε να προβεί σε επιθετική πολιτική τιμών (**στρατηγική F**),
 - Είτε να τιμολογήσει το προϊόν με συντηρητικό τρόπο (**στρατηγική D**).

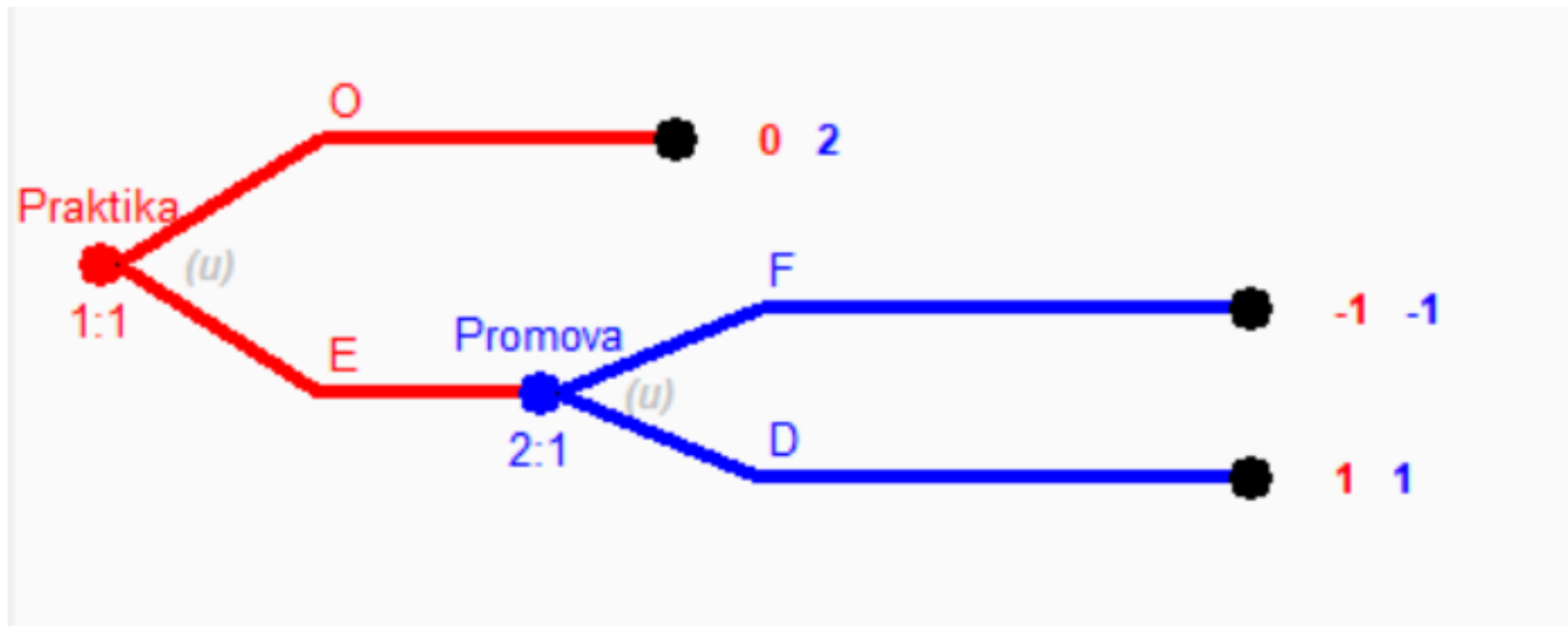
Παράδειγμα 2

- Αντίστοιχα οι επιλογές της **Praktika** είναι
 - Να εισέλθει στη αγορά (**στρατηγική Ε**) ή
 - Να μην εισέλθει σε αυτήν (**στρατηγική Ο**).

Παράδειγμα 2

- Παρακάτω βλέπουμε την εκτεταμένη μορφή του παίγνιου στο οποίο φαίνονται και οι αποδόσεις των δύο εταιριών.

Παράδειγμα 2



Παράδειγμα 2

- Η εταιρεία **Praktika** που «παίζει» πρώτη σκέπτεται:
 - «Εάν δεν μπω στην αγορά (0) θα έχω απόδοση 0 , ανεξάρτητα από την πολιτική της **Promova**.
 - Από την άλλη μεριά, εάν μπω στην αγορά τότε ο αντίπαλός, η **Promova** τελικά δεν θα παίξει επιθετικά (γιατί δεν την συμφέρει), και επομένως θα έχω κέρδος 1 .

Παράδειγμα 2

- Δοθέντων αυτών, η **Praktika** θα πρέπει να επιλέξει να εισέλθει στην αγορά γιατί με αυτόν τον τρόπο θα έχει μεγαλύτερη απόδοση 1, από το να μην εισέλθει που θα έχει απόδοση 0.

Παράδειγμα 2

- Προφανώς, η **Praktika** επιλέγει ***E***.
- Η λύση τού παιγνίου, επομένως, είναι ***(E, D)***.
- Η λύση είναι σαφώς ισορροπία Nash.

Παράδειγμα 2

Παρατήρηση:

- Η **Promova** απειλεί την **Praktika** ότι αν εισέλθει στην αγορά θα προβεί σε επιθετική πολιτική τιμών.
- Η παραπάνω απειλή όμως είναι μη αξιόπιστη.
- Αν η **Praktika** εισέλθει στην αγορά, τελικά η **Promova** έχει συμφέρον να τιμολογήσει το προϊόν με συντηρητικό τρόπο, επομένως δεν έχει συμφέρον να πραγματοποιήσει την απειλή της.

Άσκηση 1

- Θεωρούμε το παρακάτω δυναμικό παίγνιο δύο παικτών 1,2.
- Έστω ότι ο παίκτης 1 κινείται πρώτος επιλέγοντας μία από τις δύο κινήσεις A_1, B_1 .
- Αν επιλέξει το A_1 τότε ο παίκτης 2 έχει την δυνατότητα να παίξει μεταξύ των κόμβων A_2, B_2 . Μετά την επιλογή του παίκτη 2 οδηγούμαστε σε τερματικούς κόμβους.

Άσκηση 1

- Αν επιλέξει το B_1 τότε ο παίκτης 2 έχει την δυνατότητα να παίξει μεταξύ των κόμβων Γ_2, Δ_2 .
- ✓ Η επιλογή Γ_2 οδηγεί σε τερματικό κόμβο, ενώ η επιλογή Δ_2 δίνει κίνηση ξανά στον παίκτη 1 ο οποίος μπορεί να επιλέξει μετά των ενεργειών Γ_1, Δ_1

Οι αποδόσεις δίνονται στον παρακάτω πίνακα.

Άσκηση 1

1 \ 2	A₂	B₂	Γ₂	Δ₂
A₁	0, 1	0, 2		
B₁			1, -1	
B₁Γ₁				-2, 1
B₁Δ₁				-1, 0

Άσκηση 1

- A. Να βρεθεί το σύνολο όλων των στρατηγικών του παίγνιου.
- B. Να βρεθεί το σύνολο τιμών των αποδόσεων του κάθε παίκτη.
- C. Να φτιάξετε την εκτεταμένη μορφή του παίγνιου σύμφωνα με τις αποδόσεις που δίνονται στον παρακάτω πίνακα.
- D. Να βρείτε την ισορροπία του παίγνιου, χρησιμοποιώντας την μέθοδο της **προς τα πίσω επαγωγής**.

Γ. Σταματόπουλος, Θεωρία Παιγνίων, Ελληνικά
Ακαδημαϊκά Ηλεκτρονικά Συγγράμματα και Βοηθήματα.
www.kallipos.gr

Αλιπράντης, Χ., Chakrabarti, S. (2004). Παιγνία και λήψη
αποφάσεων. Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία.

Μαγείρου, Ε. (2012). Παιγνία και Αποφάσεις – Μια
εισαγωγική προσέγγιση. Εκδόσεις Κριτική.

Μηλολιδάκης, Κ. (2009). Θεωρία Παιγνίων – Μαθηματικά
Μοντέλα Σύγκρουσης και Συνεργασίας. Εκδόσεις
«Σοφία».

Βιβλιογραφία