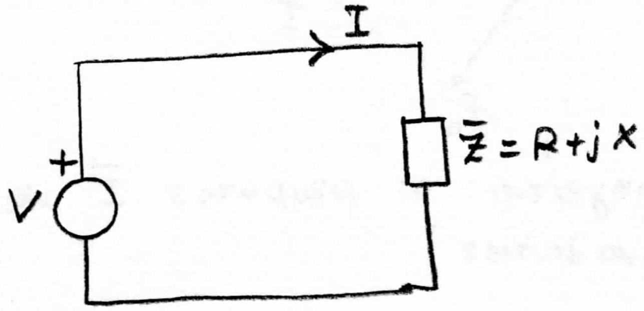
4.) Βελτίωση Συντελεστού Ισχύος

Έστω ότι έχουμε ένα ηλεκτρικό καταναλωτή με σύνθετη αντίσταση $\bar{Z}$, ο οποίος τροφοδοτείται με σταθερή (δεδομένη) τάση $\bar{V}$. Ο καταναλωτής (ή φορτίο) παρουσιάζει επαγωγική συμπεριφορά. Δηλαδή:

$$\bar{Z} = R + jX \quad \text{με } X > 0$$



$$\bar{V} = V_m e^{j\varphi_V}$$
$$\bar{I} = \bar{I}_m e^{j\varphi_I}$$
$$\varphi = \varphi_V - \varphi_I$$

Ο καταναλωτής απορροφά ενεργό ισχύ $P_{εν}$

$$P_{εν} = \frac{1}{2} V_m I_m \cos\varphi$$

αν υποθέσουμε ότι $P_{εν} = σταθ$, $V_m = σταθ$ (πράγμα λογικό) τότε παρατηρούμε ότι:

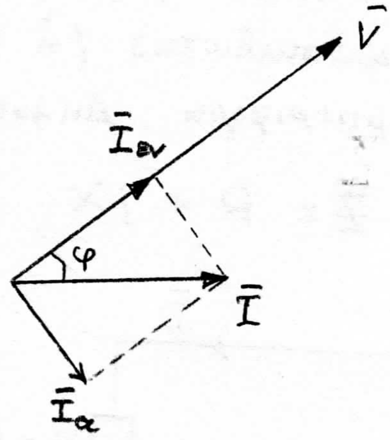
$$I_m = \frac{P_{εν}}{\frac{1}{2} V_m \cos\varphi}$$

και το I_m μειώνεται όταν το $\cos\varphi$ αυξάνει

Δηλαδή: Αν αυξηθεί η τιμή του $Σ.Ι = \cos\varphi$ του καταναλωτή μπορούμε να δώσουμε την ίδια ενεργό ισχύ στον καταναλωτή υπό μικρότερο ρεύμα (πλάτος). Αυτό είναι πολύ σημαντικό στην πράξη γιατί έτσι περιορίζονται οι απώλειες Joule στις γραμμές μεταφοράς της ηλεκτρικής ενέργειας

(Υπενθυμίζεται ότι οι απώλειες Joule είναι $\frac{1}{2}|\bar{I}|^2 R_\gamma$ όπου R_γ η ωμική αντίσταση της γραμμής)

Το παρακάτω σχήμα βοηθάει την κατανόηση



- η τάση $\bar{V}$ προηγείται του ρεύματος $\bar{I}$ κατά φ (επαγωγικός καταναλωτής)

- Αναλύουμε το ρεύμα $\bar{I}$ σε δύο συνιστώσες
  - i) την $\bar{I}_{\varepsilon\nu}$ συμφασική με την τάση $\bar{V}$
  - ii) την $\bar{I}_{\alpha}$ (άεργος) κάθετη στην τάση $\bar{V}$

προφανώς ισχύει: $|\bar{I}_{\varepsilon\nu}| = |\bar{I}|\cos\varphi$, $|\bar{I}_{\alpha}| = |\bar{I}|\sin\varphi$

και $|\bar{I}| = \sqrt{|\bar{I}_{\varepsilon\nu}|^2 + |\bar{I}_{\alpha}|^2}$

<u>Στην πράξη επιθυμούμε να μειώσουμε το $|\bar{I}_{\alpha}|$ χωρίς να αλλάξει</u> το $|\bar{I}_{\varepsilon\nu}|$, (ώστε να μην αλλάξει η $P_{\varepsilon\nu} = \frac{1}{2}|\bar{V}||\bar{I}_{\varepsilon\nu}|$).

και βέβαια αν το $|\bar{I}_{\alpha}|$ μειωθεί θα μειωθεί οπωσδήποτε και το $|\bar{I}|$

Παράδειγμα:

- Εστω μια πλ. συσκευή η οποία λειτουργεί υπο τάση $V_m = |\bar{V}| = 200\ V$ και απορροφά $P_{εν} = 1000\ W$

- Με $(Σ.Ι) = \cos\varphi = 0.6$ το ρεύμα έχει πλάτος

$$I_m = \frac{P_{εν}}{\frac{1}{2} V_m \cos\varphi} = 16.67\ A$$

- Με $(Σ.Ι) = \cos\varphi = 0.9$ το ρεύμα έχει πλάτος

$$I_m = \frac{P_{εν}}{\frac{1}{2} V_m \cos\varphi} = 11,11\ A$$

- Με $(Σ.Ι) = \cos\varphi = 1$ (μέγιστο) το ρεύμα έχει πλάτος

$$I_m = \frac{P_{εν}}{\frac{1}{2} V_m \cos\varphi} = 10\ A$$

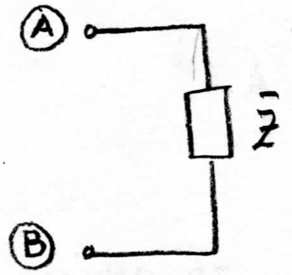
Βλέπουμε ότι όσο <u>αυξάνει</u> ο $(Σ.Ι)$ ενός καταναλωτή η πραγματική ισχύς που καταναλώνει (σταθερή) καταναλίσκεται με βαθμιαία μικρότερα ρεύματα

> Δηλαδή ο $(Σ.Ι.) = \cos\varphi$ είναι ένας <u>σημαντικός παράγοντας ρύθμισης</u>

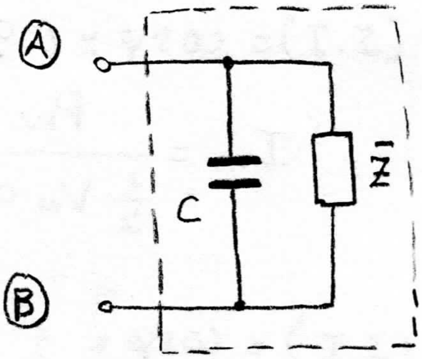
- Καλούμε "<u>βελτίωση συντελεστού ισχύος</u>" ενός επαγωγικού καταναλωτή την αύξηση της τιμής του σε μια μεγαλύτερη επιθυμητή τιμή

Η αύξηση (βελτίωση) του Σ.Ι. του επαγωγικού καταναλωτή γίνεται με την σύνδεση ενός πυκνωτή C παράλληλα (υπο κοινή τάση) με τον καταναλωτή $\bar{Z}$

Δηλαδή:



επαγωγικός καταναλωτής με Σ.Ι = $\cos\varphi_\alpha$



συνδυασμός επαγωγικού καταναλωτή και πυκνωτή C με βελτιωμένο Σ.Ι = $\cos\varphi_B$

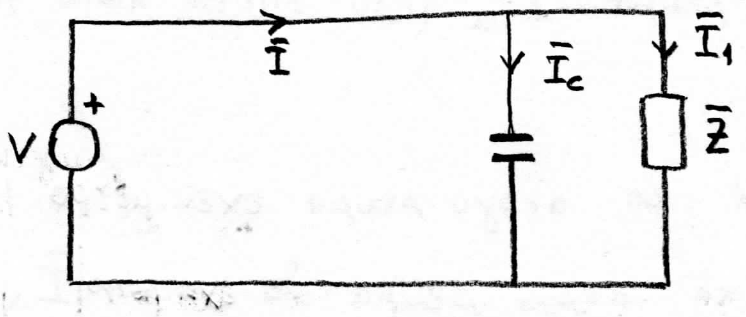
Προφανώς ο Σ.Ι του καταναλωτή $\bar{Z}$ (και μόνο αυτού) <u>δεν αλλάζει</u>

Αλλάζει όμως ο Σ.Ι. <u>του συνδυασμού</u> $\bar{Z}$// C δηλ αυτό που "βλέπει" η πηγή τροφοδοσίας στα άκρα Ⓐ-Ⓑ

Το ερώτημα είναι:

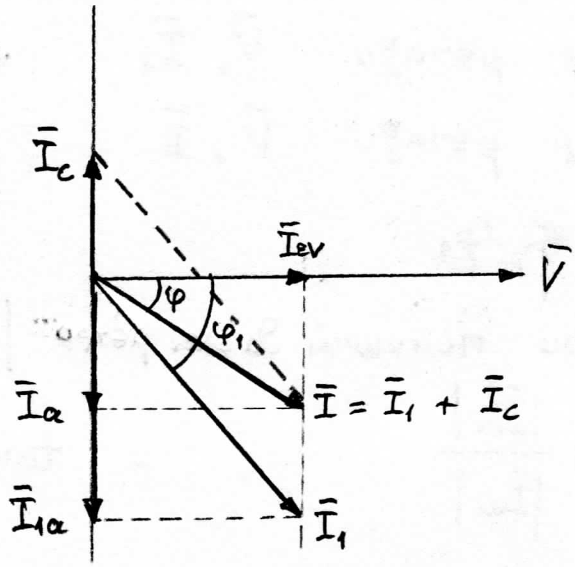
- Τι τιμή πρέπει να έχει ο C ώστε να επιτευχθεί η επιθυμητή τιμή του νέου (Σ.Ι.)

Θα έχουμε τό κύκλωμα



Προφανώς $\bar{I} = \bar{I}_1 + \bar{I}_c$

Θα έχουμε το διανυσματικό διάγραμμα:



$\bar{I}_1$: ρεύμα που διαρρέει την $\bar{Z}$, με $\bar{I}_1 = \bar{I}_{εν} + \bar{I}_{1α}$

$\bar{I}$: ρεύμα που διαρρέει τον συνδυασμό $\bar{Z} // C$, με $\bar{I} = \bar{I}_{εν} + \bar{I}_{α}$

δηλ. τα $\bar{I}_1$ και $\bar{I}$ έχουν <u>την ίδια ενεργό συνιστώσα</u> $\bar{I}_{εν}$ συμφασική με την τάση $\bar{V}$

το ρεύμα $\bar{I}_1$ έχει άεργο συνιστώσα $\bar{I}_{1α}$ και αντίστοιχα το ρεύμα $\bar{I}$ έχει άεργο συνιστώσα $\bar{I}_{α}$.

Προφανώς $|\bar{I}_{α}| < |\bar{I}_{1α}|$

Με την προσθήκη του πυκνωτή C, που διαρρέεται από ρεύμα $\bar{I}_c$, (όπου το $\bar{I}_c$ προηγείται κατά 90° της $\bar{V}$) αντισταθμίζεται το ρεύμα $\bar{I}_{1\alpha}$ (που έπεται κατά 90° της $\bar{V}$)

Δηλαδή:

- χωρίς πυκνωτή το άεργο ρεύμα έχει μέτρο $|\bar{I}_{1\alpha}|$
- Με πυκνωτή το άεργο ρεύμα θα έχει μέτρο $|\bar{I}_{\alpha}| = |\bar{I}_{1\alpha}| - |\bar{I}_c|$

· και όπως προαναφέραμε το $\bar{I}_{εν}$ δεν θα αλλάξει

Αναφερόμενοι στο προηγούμενο διανυσματικό διάγραμμα

φ_1 : η γωνία μεταξύ $\bar{V}$, $\bar{I}_1$

φ : η γωνία μεταξύ $\bar{V}$, $\bar{I}$

και $\varphi < \varphi_1$

Το ρεύμα του πυκνωτή θα έχει μέτρο $|\bar{I}_c| = |\bar{I}_{1\alpha}| - |\bar{I}_{\alpha}|$

και $\tan\varphi_1 = \dfrac{|\bar{I}_{1\alpha}|}{|\bar{I}_{εν}|}$, $\tan\varphi = \dfrac{|\bar{I}_{\alpha}|}{|\bar{I}_{εν}|}$

άρα $|\bar{I}_{1\alpha}| = |\bar{I}_{εν}| \tan\varphi_1$, $|\bar{I}_{\alpha}| = |\bar{I}_{εν}| \tan\varphi$

έχουμε, όπως προαναφέραμε, την σχέση:

$$|\bar{I}_c| = |\bar{I}_{1\alpha}| - |\bar{I}_{\alpha}|$$

(διότι τα διανύσματα $\bar{I}_{1\alpha}$, $\bar{I}_{\alpha}$, $\bar{I}_c$ είναι συγγραμμικά)

άρα $\boxed{|\bar{I}_c| = |\bar{I}_{εν}| (\tan\varphi_1 - \tan\varphi)}$

έχουμε λοιπόν

$$|\bar{I}_c| = |\bar{I}_{εν}|\,(\tan\varphi_1 - \tan\varphi)$$

αλλά
$$|\bar{I}_{εν}| = \frac{P_{εν}}{\frac{1}{2}|\bar{V}|} = \frac{P_{εν}}{\frac{1}{2}V_m}$$

και επίσης
$$|\bar{I}_c| = \frac{|\bar{V}|}{\left|\frac{1}{j\omega C}\right|} = \omega C\,|\bar{V}| = \omega C V_m$$

από τις τρεις αυτές σχέσεις προκύπτει η τελική

$$\omega C|\bar{V}| = \omega C V_m = \frac{P_{εν}}{\frac{1}{2}V_m}(\tan\varphi_1 - \tan\varphi)$$

ή λύνοντας ως προς C (ζητούμενη τιμή)

$$\boxed{C = \frac{P_{εν}}{\frac{1}{2}V_m^2\,\omega}(\tan\varphi_1 - \tan\varphi)}$$

αν θέσω $V_m = V_{εν}\cdot\sqrt{2}$ ($V_{εν}$: ενεργός τιμή της $\bar{V}$)

θα πάρω αντίστοιχα

$$\boxed{C = \frac{P_{εν}}{V_{εν}^2\,\omega}(\tan\varphi_1 - \tan\varphi)}$$

οι ισοδύναμες αυτές σχέσεις μας δίνουν την τιμή της χωρητικότητας C που πρέπει να συνδεθεί παράλληλα στον καταναλωτή (φορτίο) $\bar{Z}$, με $(Σ.Ι) = \cos\varphi_1$, ώστε ο $(Σ.Ι)$ του συνδυασμού $(\bar{Z}\,\|\,C)$ να έχει βελτιωμένη (αυξημένη) τιμή $(Σ.Ι.) = \cos\varphi$. Προφανώς $\varphi < \varphi_1$, με βέλτιστη τιμή $\varphi = 0$, $\cos\varphi = 1$

- Παρακάτω δίνουμε μια άλλη μορφή του τύπου που δίνει το C :

από την σχέση :

$$C = \frac{P_{ev}}{\frac{1}{2} V_m^2 \omega} (\tan\varphi_1 - \tan\varphi)$$

έχουμε

$$P_{ev} = \frac{1}{2} V_m I_{1m} \cos\varphi_1 \rightarrow \text{αντικαθιστώ}$$

$$C = \frac{\frac{1}{2} V_m I_{1m} \cos\varphi_1}{\frac{1}{2} V_m^2 \omega} (\tan\varphi_1 - \tan\varphi) = \frac{I_{1m} \cos\varphi_1}{V_m \omega} (\tan\varphi_1 - \tan\varphi)$$

αλλά $\frac{I_{1m}}{V_m} = \frac{1}{|\bar{Z}|}$ άρα τελικά

$$\boxed{C = \frac{\cos\varphi_1}{|\bar{Z}| \omega} (\tan\varphi_1 - \tan\varphi)}$$

Άλλη μορφή του τύπου που δίνει την τιμή του C

(Παρατηρούμε ότι δεν υπεισέρχονται οι τιμές P_{ev}, και V_m πράγμα απόλυτα λογικό αφού ο (Σ.Ι.) εξαρτάται από το $\bar{Z}$ το οποίο εξαρτάται και από το ω)

Παράδειγμα

Ηλεκτρικός κινητήρας με ισχύ $P_{av} = 1500\ W$ τροφοδοτείται με τάση $\bar{V}$ με πλάτος $V_m = |\bar{V}| = 300V$ και παρουσιάζει $(\Sigma.I) = 0.8$ επαγωγικό.
Η συχνότητα λειτουργίας είναι $f = 50\ Hz$
Να βρεθεί η τιμή του πυκνωτή C που πρέπει να συνδεθεί παρ/λα στον κινητήρα ώστε να έχουμε βελτιωμένο $(\Sigma.I) = 0.9$ επαγωγικό

Απ/

εφαρμογή του τύπου

$$C = \frac{P_{av}}{\frac{1}{2} V_m^2 \omega} (\tan\varphi_1 - \tan\varphi)$$

$$\cos\varphi_1 = 0.8 \Rightarrow \varphi_1 = 36.87^\circ \Rightarrow \tan\varphi_1 = 0.750$$

$$\cos\varphi = 0.9 \Rightarrow \varphi = 25.84^\circ \Rightarrow \tan\varphi = 0.484$$

άρα

$$C = \frac{1500}{\frac{1}{2} 300^2 \cdot 2\pi \cdot 50} (0.750 - 0.484) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C = 2.822 \times 10^{-5} F = \underline{28.22\ \mu F}$$

Β΄ τρόπος

ο κινητήρας εμφανίζει $|\bar{Z}| = \frac{|\bar{V}|}{|\bar{I}|} = \frac{|\bar{V}|}{\frac{P_{av}}{\frac{1}{2}|\bar{V}|\cos\varphi_1}} = \frac{\frac{1}{2}|\bar{V}|^2 \cos\varphi_1}{P_{av}} = 24\ \Omega$

άρα $C = \frac{\cos\varphi_1}{|\bar{Z}|\omega} (\tan\varphi_1 - \tan\varphi) = \frac{0.8}{24 \cdot 2\pi \cdot 50} (0.750 - 0.484) = 28.22\ \mu F$

Παρακάτω θα εξετάσουμε την άεργο ισχύ του πυκνωτή C

Γενικά ένας πυκνωτής με χωρητικότητα C
που διαρρέεται από ρεύμα $\bar{I}_c = I_{cm} e^{j\vartheta}$
απορροφά άεργο χωρητική ισχύ
ή ισοδύναμα παράγει άεργο επαγωγική ισχύ P_{ac}

$$P_{ac} = \frac{1}{2}\left|\bar{I}_c\right|^2\left(\frac{1}{\omega C}\right) = \frac{1}{2} I_{cm}^2 \frac{1}{\omega C}$$

εδώ (όπως προαναφέρθηκε) έχουμε:

$$\left|\bar{I}_c\right| = I_{cm} = \left|\bar{I}_{\varepsilon\nu}\right|(\tan\varphi_1 - \tan\varphi) =$$

$$= \frac{P_{\varepsilon\nu}}{\frac{1}{2}V_m}(\tan\varphi_1 - \tan\varphi)$$

και $C = \dfrac{P_{\varepsilon\nu}}{\frac{1}{2}V_m^2\omega}(\tan\varphi_1 - \tan\varphi)$

άρα $P_{ac} = \dfrac{1}{2}\dfrac{P_{\varepsilon\nu}^2}{(\frac{1}{2}V_m)^2}(\tan\varphi_1 - \tan\varphi)^2 \dfrac{1}{\omega\left(\frac{P_{\varepsilon\nu}}{\frac{1}{2}V_m^2\omega}(\tan\varphi_1 - \tan\varphi)\right)}$

ή $P_{ac} = \dfrac{1}{2}\dfrac{P_{\varepsilon\nu}^2}{(\frac{1}{2}V_m)^2}\dfrac{\frac{1}{2}V_m^2}{P_{\varepsilon\nu}}(\tan\varphi_1 - \tan\varphi)$

$$\Rightarrow P_{ac} = P_{\varepsilon\nu}(\tan\varphi_1 - \tan\varphi)$$

ή τελικά $\boxed{\dfrac{P_{ac}}{P_{\varepsilon\nu}} = \tan\varphi_1 - \tan\varphi \quad \dfrac{VAR}{W}}$

Συνοψίζουμε το θέμα "βελτίωση συντελεστού ισχύος" εξετάζοντας την άεργο ισχύ (28)

- Ο καταναλωτής (φορτίο) $\overline{Z}$ απορροφά ενεργό ισχύ $P_{εν}$ και άεργο επαγωγική ισχύ $P_{α1}$

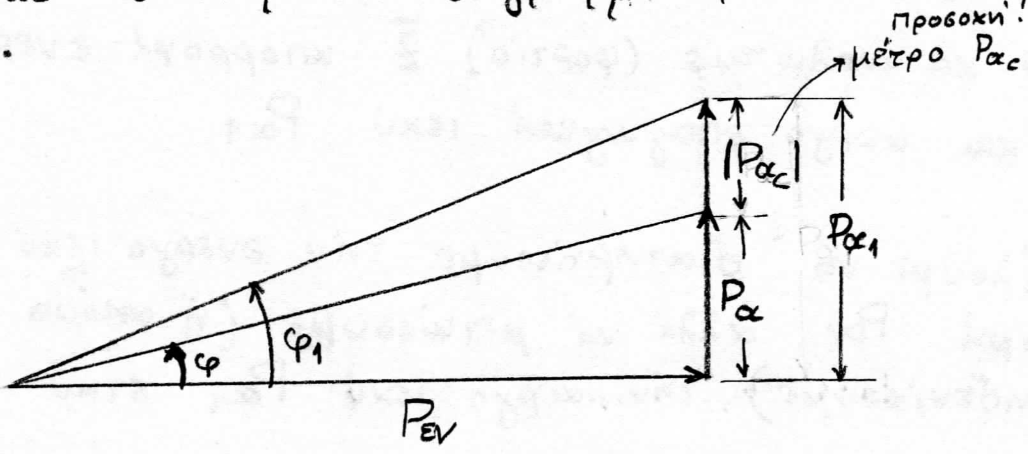
- Θέλουμε να διατηρήσουμε την ενεργό ισχύ στην ίδια τιμή $P_{εν}$ αλλά να μειώσουμε (ή ακόμα και να μηδενίσουμε) την άεργο ισχύ $P_{α1}$ στην τιμή $P_α$ (ή 0)

- Ο παράλληλα συνδεδεμένος πυκνωτής C απορροφά άεργο χωρητική ισχύ ή ισοδύναμα παράγει άεργο επαγωγική ισχύ η οποία εξουδετερώνει (εν μέρει ή πλήρως) την άεργο επαγωγική ισχύ που απορροφά ο καταναλωτής $\overline{Z}$

- Ένα βασικό θέμα είναι κατά πόσον ο πυκνωτής C μπορεί να "αντέξει" αυτήν την τιμή της άεργου ισχύος (επαγωγικής) που πρέπει να παραγάγει

- Η σχέση $\dfrac{P_{αc}}{P_{εν}} = \tan\varphi_1 - \tan\varphi \; \left(\dfrac{VAR}{W}\right)$ μας δίνει την άεργο ισχύ (σε VAR) που πρέπει να παράγει ο πυκνωτής ανά (W) πραγματικής ισχύος του φορτίου ώστε να έχουμε αύξηση του (ΣΙ) από $\cos\varphi_1$ σε $\cos\varphi$ $(\varphi < \varphi_1)$

Το παρακάτω διανυσματικό διάγραμμα βοηθάει στην κατανόηση...



- <u>χωρίς πυκνωτή C</u>

  άεργος ισχύς $P_{\alpha 1}$ (επαγωγική)

- <u>με πυκνωτή C</u>

  άεργος ισχύς $P_{\alpha} = P_{\alpha 1} - |P_{\alpha c}|$ (επαγωγική)

  (δυνατόν να έχουμε $P_{\alpha} = 0$, άρα $|P_{\alpha c}| = |P_{\alpha 1}|$