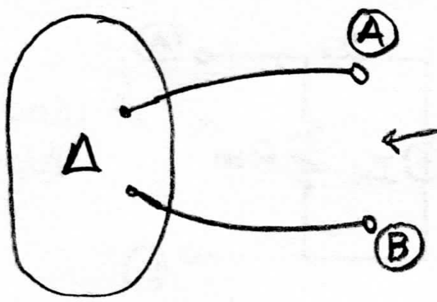
7) Θεώρημα Thevenin - Norton

7.1) Διατύπωση του θεωρήματος

Το θεώρημα Thevenin - Norton είναι ένα από τα σημαντικότερα θεωρήματα που αφορούν τη θεωρία κυκλωμάτων. Είναι πάρα πολύ χρήσιμο θεώρημα γιατί μπορεί να απλοποιήσει σύνθετα δίκτυα, και να κάνει πολύ εύκολη τη μελέτη τους όταν αυτά εξετάζονται από δύο συγκεκριμένους ακροδέκτες.

Παρακάτω διατυπώνουμε το θεώρημα

α) Στο συνεχές ρεύμα

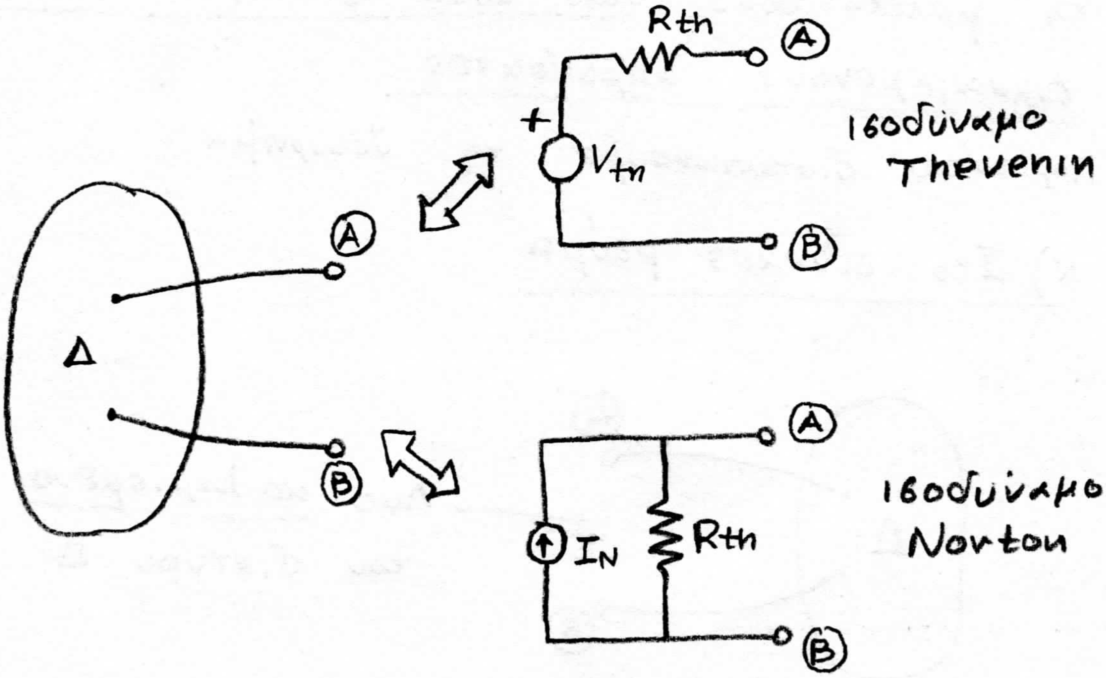


Δύο καθωρισμένοι ακροδέκτες του δικτύου Δ

Δ → τυχόν ηλ. δίκτυο (γραμμικό) αποτελούμενο από πηγές τάσεως και ρεύματος (σε πρώτη φάση θεωρούμε ότι οι πηγές είναι ανεξάρτητες) και ωμικές αντιστάσεις

– Το θεώρημα Thevenin – Norton λέει τα εξής:

Το δίκτυο Δ, εξεταζόμενο από τους ακροδέκτες του (A) και (B) έχει 2 ισοδύναμα δίκτυα πολύ απλής μορφής (βλ. σχήμα)



– Το ισοδύναμο Thevenin αποτελείται από μια πηγή τάσεως με τιμή V_{th} και μια αντίσταση, εν σειρά, με τιμή R_{th}

– Το ισοδύναμο Norton αποτελείται από μια πηγή ρεύματος με τιμή I_{Norton} και μια αντίσταση παράλληλα, με την ίδια τιμή R_{th}

Προφανώς ισχύει $\boxed{V_{th} = R_{th} \cdot I_{Norton}}$

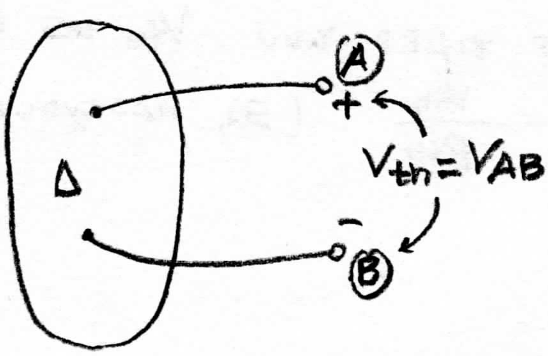
(Τα ισοδύναμα Thevenin και Norton είναι και μεταξύ τους ισοδύναμα)

Το προφανές ερώτημα είναι:

- Πως θα υπολογισθούν οι τιμές V_{th}, I_N, R_{th};

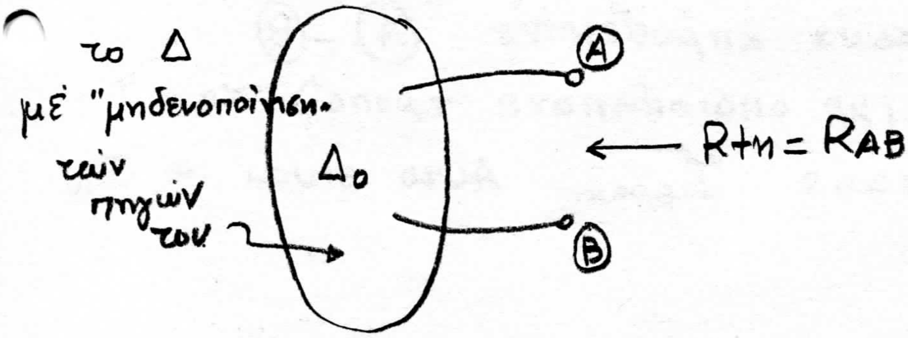
Παρακάτω δίδεται η απάντηση:

- Υπολογισμος V_{th}



Η τάση V_{th} είναι ακριβώς η τάση V_{AB} όπως υπολογίζεται (με οποιοδήποτε τρόπο) στο δίκτυο Δ.

- Υπολογισμός R_{th}



Η αντίσταση R_{th} υπολογίζεται ως εξής:

Στο αρχικό δίκτυο Δ "μηδενοποιούμε" όλες τις πηγές του

Δηλαδή:
- Αντικαθιστούμε όλες τις πηγές τάσεως με βραχυκύκλωμα
- Αντικαθιστούμε όλες τις πηγές ρεύματος με ανοιχτοκύκλωμα

Προκύπτει έτσι ένα νέο δίκτυο, το Δ_0, το οποίο αποτελείται μόνον από ωμικές αντιστάσεις

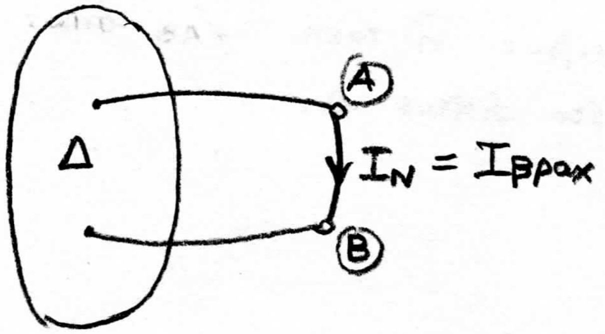
Στη συνέχεια υπολογίζουμε (με οποιοδήποτε τρόπο) την αντίσταση R_{AB} που "φαίνεται" από τους ακροδέκτες (A)-(B). Αυτή είναι η R_{th}

Υπολογισμός I_N

α' τρόπος

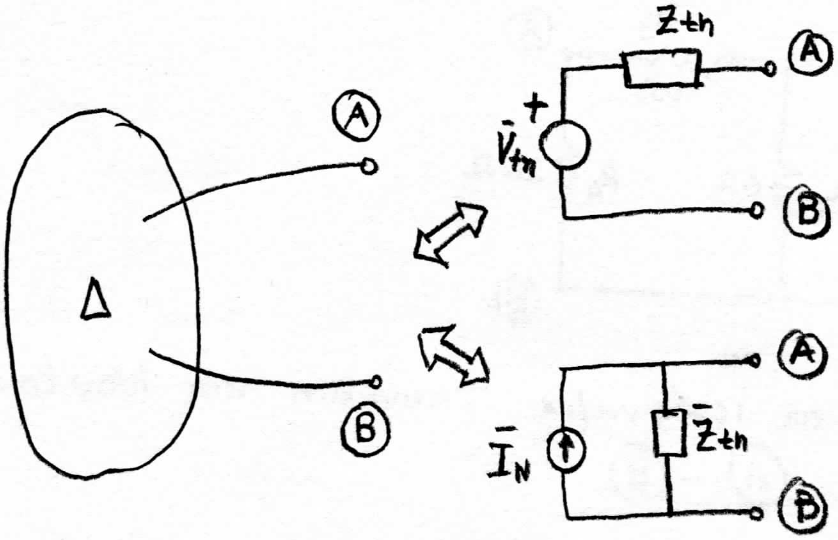
- Αν γνωρίζουμε τις τιμές των V_{th} και R_{th} τότε θα ισχύει $I_N = \frac{V_{th}}{R_{th}}$ (βλ. προηγούμενα)

β' τρόπος



Βραχυκυκλώνουμε τους ακροδέκτες (A)-(B) και υπολογίζουμε (με οποιοδήποτε τρόπο) το ρεύμα βραχυκυκλώσεως $I_{βραχ.}$ Αυτό είναι το I_N

β) Διατύπωση του θεωρήματος Thevenin-Norton στο Εναλλασσόμενο Ρεύμα



Στο Ε.Ρ. δεν έχουμε σημαντικές διαφορές στη διατύπωση του θεωρήματος, παρα μόνον:

- Όλες οι πηγές του Δ (τάσεως και ρεύματος) πρέπει να έχουν την ίδια κυκλική συχνότητα ω
- τα $\bar{V}_{th}$, $\bar{I}_N$ είναι τωρα phasors και αντι R_{th} (στο Σ.Ρ.) έχω $\bar{Z}_{th}$ (σύνθετη αντίσταση)

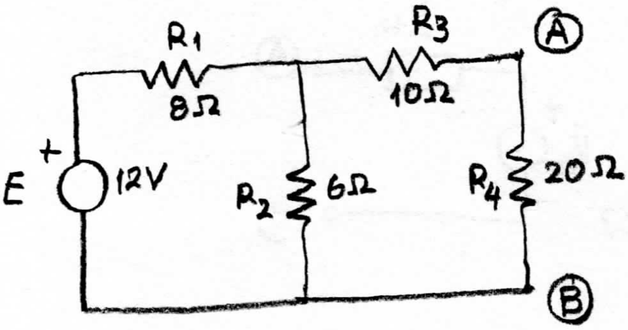
Όπως προαναφέρθηκε για τον υπολογισμό των $\bar{V}_{th}, \bar{I}_N, \bar{Z}_{th}$ μπορεί να χρησιμοποιηθεί οποιοσδήποτε τρόπος και τεχνική και βέβαια τα πάντα εξαρτώνται από την πολυπλοκότητα του δικτύου Δ

Θα ακολουθήσουν παραδείγματα:

7.2 Παραδείγματα

Παράδειγμα 1 (Κύκλωμα συνεχούς ρεύματος)

Δίδεται το δίκτυο του σχήματος

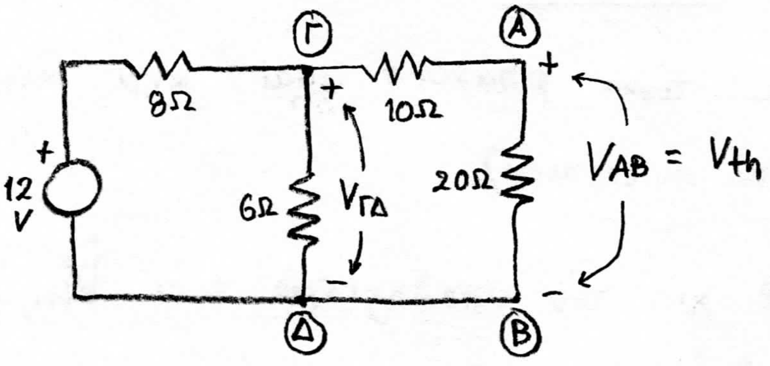


Να βρεθούν τα ισοδύναμα Thevenin και Norton
από τα σημεία Ⓐ – Ⓑ

Απ/

- υπολογισμός V_{th}

θα είναι $V_{th} = V_{AB}$



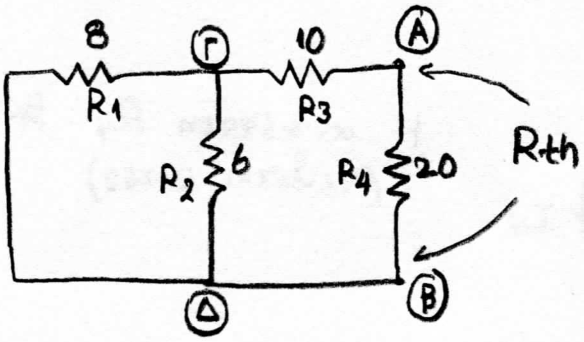
- βρίσκω πρώτα την $V_{\Gamma\Delta}$ (θεωρ Millman)

$$V_{\Gamma\Delta} = \frac{12 \cdot \frac{1}{8}}{\frac{1}{8} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10+20}} \Rightarrow V_{\Gamma\Delta} = \frac{60}{13} = 4.615 \text{ Volts}$$

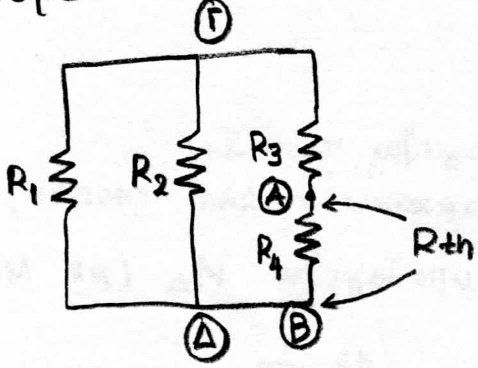
άρα $V_{AB} = V_{th} = V_{\Gamma\Delta} \dfrac{20}{10+20} \Rightarrow \boxed{V_{th} = 3.077 \text{ Volts}}$

- Υπολογισμός R_{th}

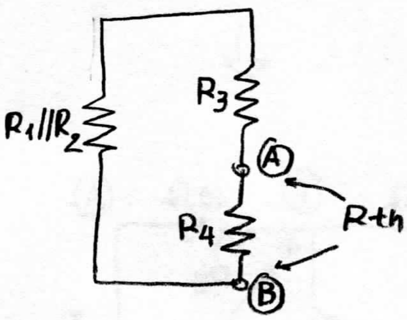
Μηδενοποιώ (Βραχυκυκλώνω) την πηγή E



έχουμε:

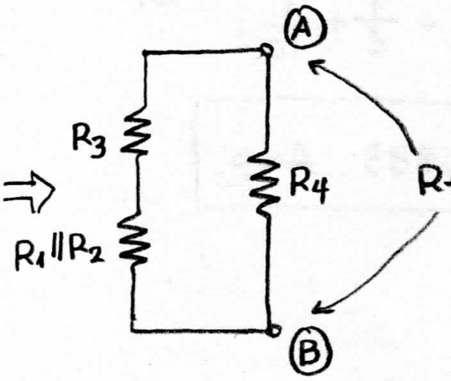


⇒



⇒

⇒



δηλ. $R_{th} = R_4 \,//\, \left(R_3 + (R_1 // R_2)\right)$

όπου $R_1 // R_2 = \dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \dfrac{8 \cdot 6}{8+6} = \dfrac{24}{7}\,\Omega$

άρα $R_3 + (R_1 // R_2) = 10 + \dfrac{24}{7} = \dfrac{94}{7}\,\Omega$

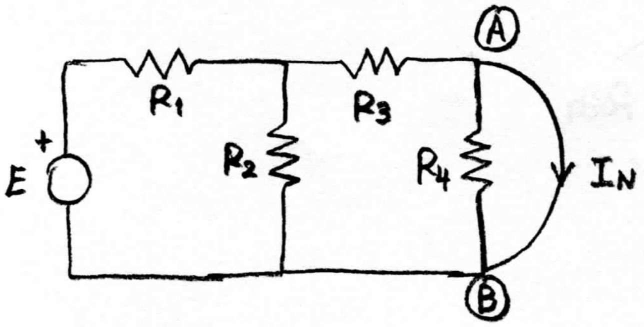
και τελικά:

$$R_{th} = 20 \,//\, \frac{94}{7} = \frac{20 \cdot \frac{94}{7}}{20 + \frac{94}{7}} = \frac{940}{117}\,\Omega = 8.034\,\Omega$$

$$\boxed{R_{th} = 8.034\,\Omega}$$

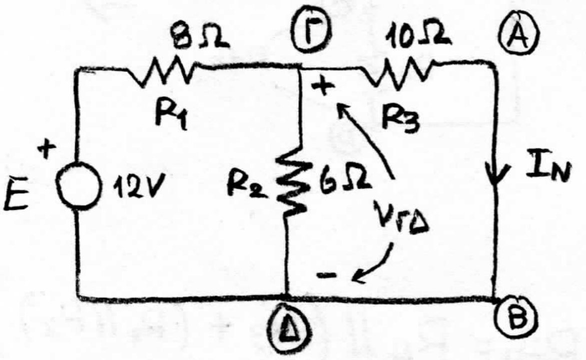
- Υπολογισμος I_N

Βραχυκυκλώνω τα σημεια Α − Β



Η αντίσταση R_4 βραχυκυκλώνεται (τίθεται εκτός)

$\Downarrow$



υπολογίζω το I_N (υπάρχουν πολλοί τρόποι)

π.χ υπολογίζω $V_{ΓΔ}$ (με Millman)

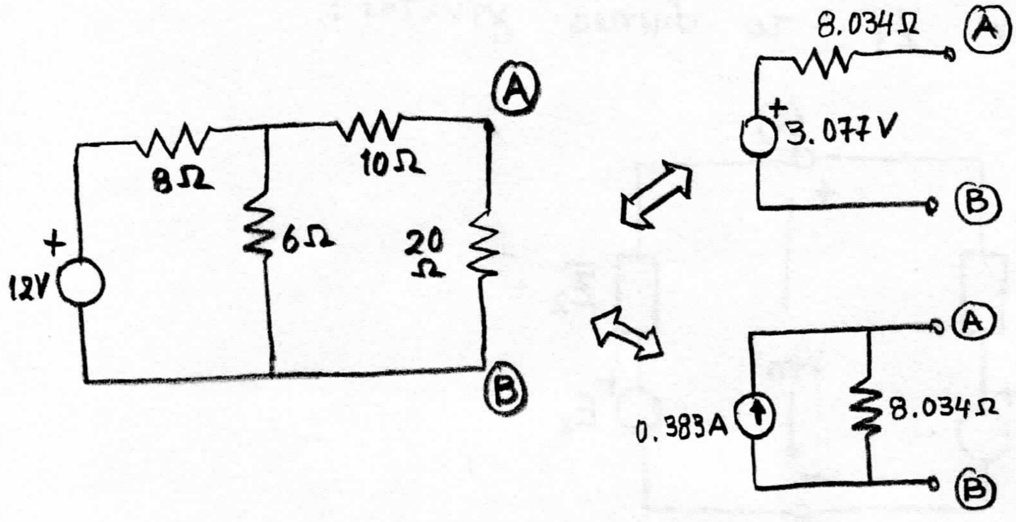
$$V_{ΓΔ} = \frac{12 \cdot \frac{1}{8}}{\frac{1}{8} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10}} = \frac{180}{47} = 3.83 \text{ V}$$

αρα $I_N = \dfrac{V_{ΓΔ}}{R_3} = \dfrac{V_{ΓΔ}}{10} \Rightarrow \boxed{I_N = 0.383 \text{ Amp}}$

επαλήθευση

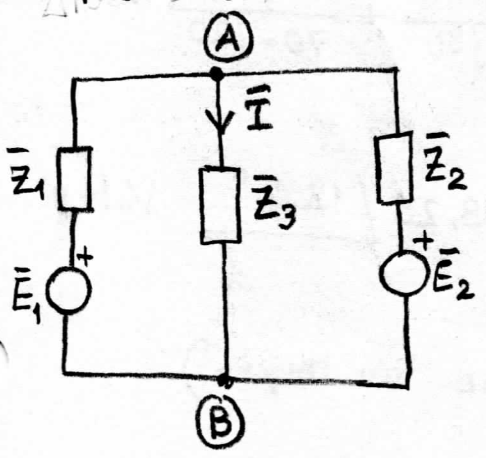
$$I_N = \frac{V_{th}}{R_{th}} = \frac{3.077 \text{ V}}{8.034 \Omega} = 0.383 \text{ Amp}$$

Δηλ. το δίκτυο έχει τα δύο ισοδύναμα (ως προς Ⓐ-Ⓑ)



Παράδειγμα 2 (κύκλωμα εναλλασσομένου ρεύματος)

Για το δίκτυο του σχήματος, δίδονται οι τιμές:



$$\bar{E}_1 = 100\angle 40^\circ \ V, \quad \bar{E}_2 = 80\angle -25^\circ \ V$$

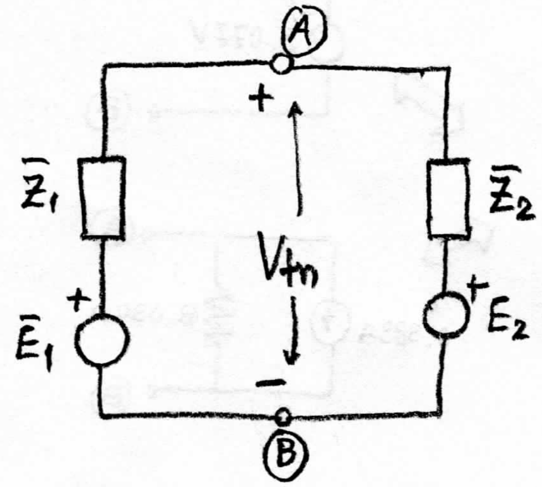
$$\bar{Z}_1 = 50 + j30 \ \Omega, \quad \bar{Z}_2 = 70 - j20 \ \Omega$$

$$\bar{Z}_3 = 10 + j2 \ \Omega$$

- Αφαιρέστε την $\bar{Z}_3$
- Υπολογίστε το ισοδύναμο Thevenin από τα άκρα Ⓐ - Ⓑ
- Υπολογίστε το ρεύμα $\bar{I}$ που διαρρέει την $\bar{Z}_3$

Απ/

Αφαιρούμε την $\bar{Z}_3$, το δίκτυο γίνεται:

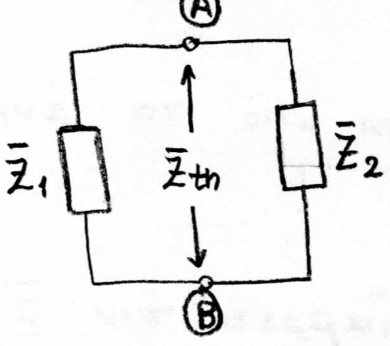


- υπολογίζουμε την $V_{th} = V_{AB}$ (εφ. Θεωρ. Millman)

$$\bar{V}_{th} = \frac{\bar{E}_1 \frac{1}{\bar{Z}_1} + \bar{E}_2 \frac{1}{\bar{Z}_2}}{\frac{1}{\bar{Z}_1} + \frac{1}{\bar{Z}_2}} = \frac{100\angle 40^\circ \frac{1}{50+j30} + 80\angle -25^\circ \frac{1}{70-j20}}{\frac{1}{50+j30} + \frac{1}{70-j20}}$$

$$= \frac{1.715\angle 9.0^\circ + 1.099\angle -9.05^\circ}{0.0283\angle -10.2^\circ} \Rightarrow \bar{V}_{th} = 98.26\angle 12.2^\circ \text{ Volts}$$

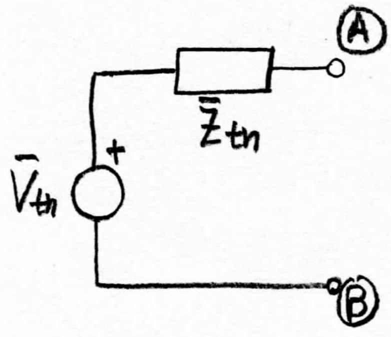
- υπολογίζουμε την $\bar{Z}_{th}$ (Μηδενοποιούμε τις πηγές)



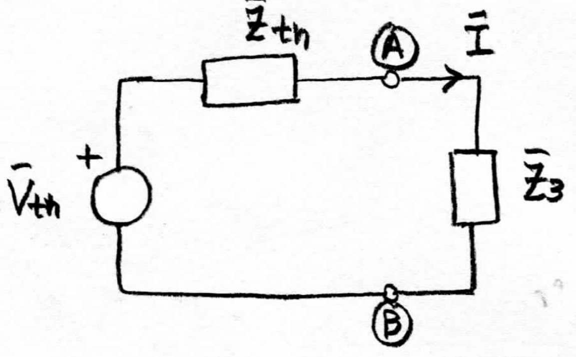
$$\bar{Z}_{th} = \bar{Z}_1 \,//\, \bar{Z}_2 = \frac{\bar{Z}_1 \cdot \bar{Z}_2}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2}$$

$$\Rightarrow \bar{Z}_{th} = 28.3\angle 51.9^\circ \ \Omega$$

Άρα το ισοδύναμο Thevenin θα είναι:



- Συνδέουμε στα άκρα A - B την $\bar{Z}_3$ και υπολογίζουμε το ρεύμα $\bar{I}$



$$\bar{I} = \frac{\bar{V}_{tn}}{\bar{Z}_{tn} + \bar{Z}_3} = \frac{98.26\angle 12.2^\circ}{28.3\angle 51.9^\circ + (10 + j2)}$$

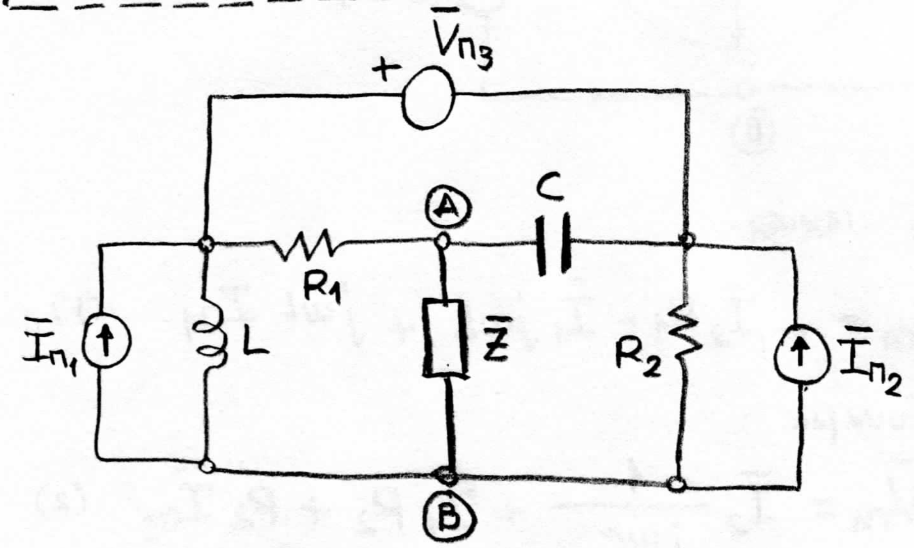
$$\Rightarrow \bar{I} = 2.339 - j1.311 \text{ A} = 2.681\angle -29.3^\circ \text{ A}$$

Ασκήσεις

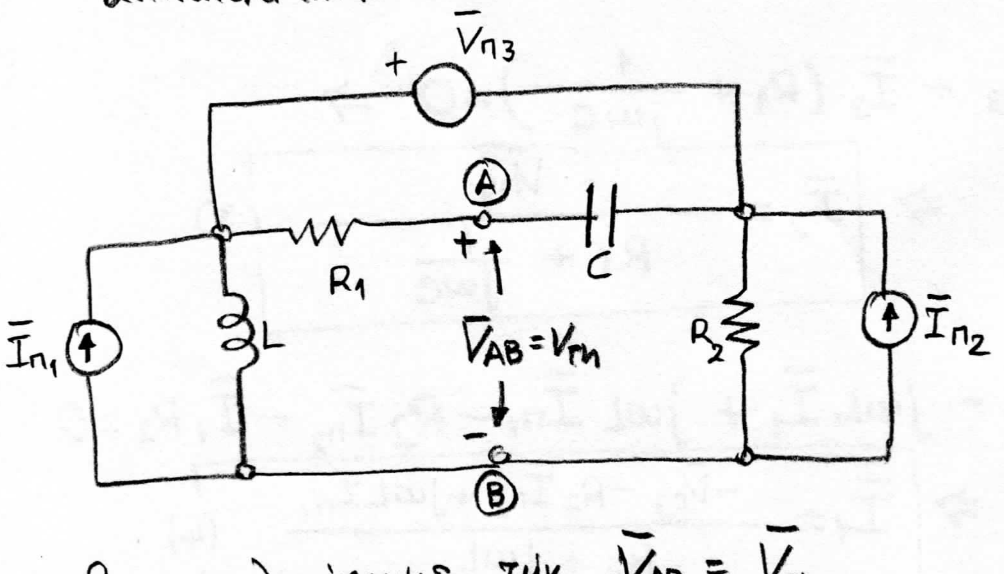
ΑΣΚ-1

Το δίκτυο του σχήματος βρίσκεται στην Η.Μ.Κ. (Ημιτονική Μόνιμη Κατάσταση). Θεωρείστε γνωστές τις τιμές των R_1, R_2, L, C, ω, $\bar{I}_{\pi_1}$, $\bar{I}_{\pi_2}$, $\bar{V}_{\pi_3}$

– Να βρείτε το ισοδύναμο Thevenin από τα σημεία (A)-(B) αφαιρώντας την σύνθετη αντίσταση $\bar{Z}$

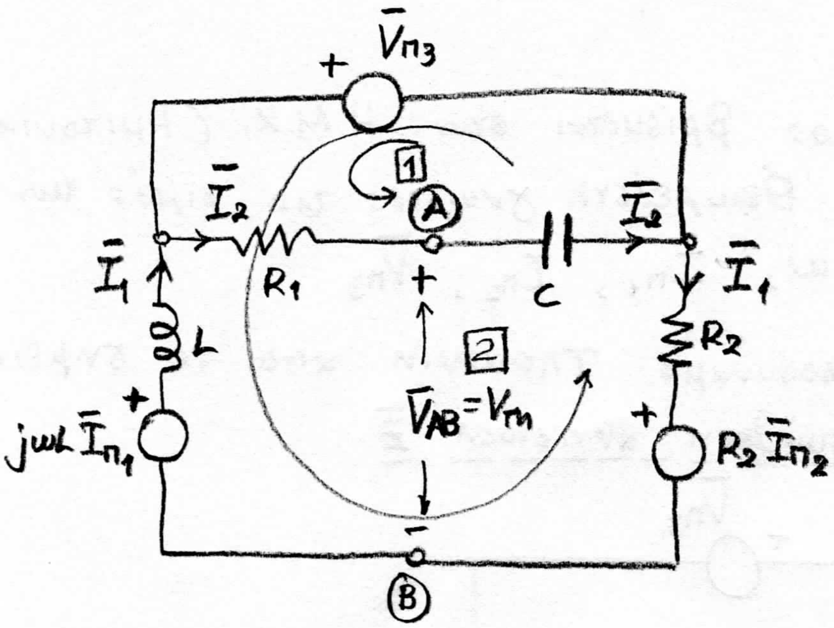


Απ/ Σύμφωνα με την εκφώνηση αφαιρούμε την $\bar{Z}$, το δίκτυο απλοποιείται:



Θα υπολογίσουμε την $\bar{V}_{AB} = \bar{V}_{TH}$

Συμφέρει εδώ να μετατρέψουμε τις 2 πηγές ρεύματος σε πηγές τάσεως



Προφανώς θα ισχύει

$$\bar{V}_{AB} = \bar{V}_{TH} = -\bar{I}_2 R_1 - \bar{I}_1 j\omega L + j\omega L I_{\pi1} \quad (1)$$

ή ισοδύναμα :

$$\bar{V}_{AB} = \bar{V}_{TH} = \bar{I}_2 \frac{1}{j\omega C} + \bar{I}_1 R_2 + R_2 \bar{I}_{\pi2} \quad (2)$$

άρα πρέπει να βρούμε τα ρεύματα $\bar{I}_1$, $\bar{I}_2$. Αυτό είναι εύκολο!

Ν.Τ.Κ. $\boxed{1}$: $-\bar{V}_{\pi3} + \bar{I}_2 \left(R_1 + \frac{1}{j\omega C}\right) = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \boxed{\bar{I}_2 = \frac{\bar{V}_{\pi3}}{R_1 + \frac{1}{j\omega C}}} \quad (3)$$

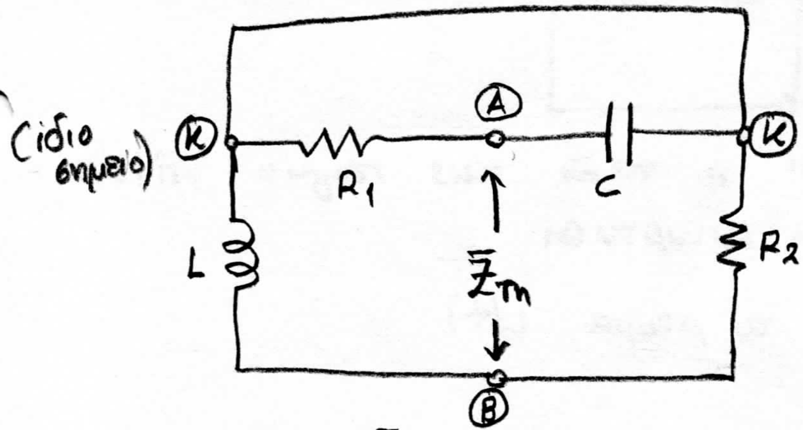
Ν.Τ.Κ. $\boxed{2}$ $-\bar{V}_{\pi3} - j\omega L \bar{I}_1 + j\omega L \bar{I}_{\pi1} - R_2 \bar{I}_{\pi2} - \bar{I}_1 R_2 = 0$

$$\Rightarrow \boxed{\bar{I}_1 = \frac{-\bar{V}_{\pi3} - R_2 \bar{I}_{\pi2} + j\omega L \bar{I}_{\pi1}}{R_2 + j\omega L}} \quad (4)$$

Αντικαθιστώντας τις (3) και (4) (εκφράσεις των $\bar{I}_1, \bar{I}_2$) στην (1) ή στην (2) βρίσκω το $\bar{V}_{Th}$

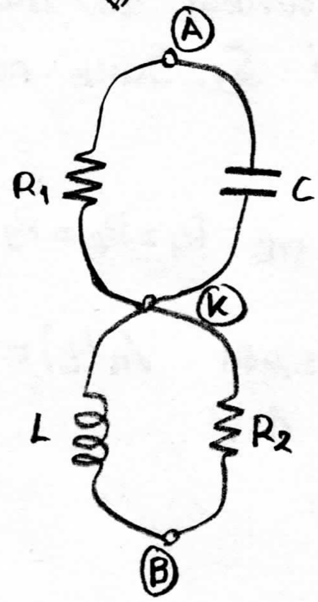
Εύρεση $\bar{Z}_{Th}$

Μηδενοποιούμε τις πηγές: δηλαδή
πηγή τάσεως ⟶ βραχυκύκλωμα
πηγή ρεύματος ⟶ ανοικτοκύκλωμα
– το δίκτυο γίνεται:



– οι R_1, C είναι συνδεδεμένες παρ/λα (κοινά τα δύο άκρα)
– όμοια οι R_2, L

ή



οι δύο παρ/λοι συνδυασμοί είναι συνδεδεμένοι <u>εν σειρά</u>

άρα

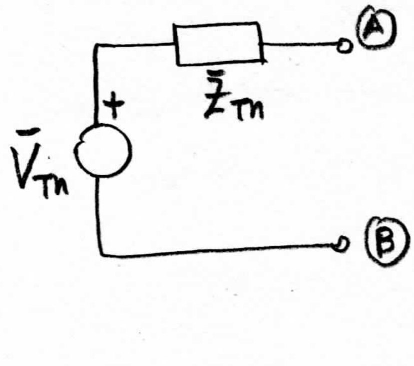
$$\bar{Z}_{Th} = \bar{Z}_{AB} = (R_1 \parallel C) + (R_2 \parallel L)$$

άρα

$$\bar{Z}_{Th} = \frac{R_1 \frac{1}{j\omega C}}{R_1 + \frac{1}{j\omega C}} + \frac{R_2 \cdot j\omega L}{R_2 + j\omega L}$$

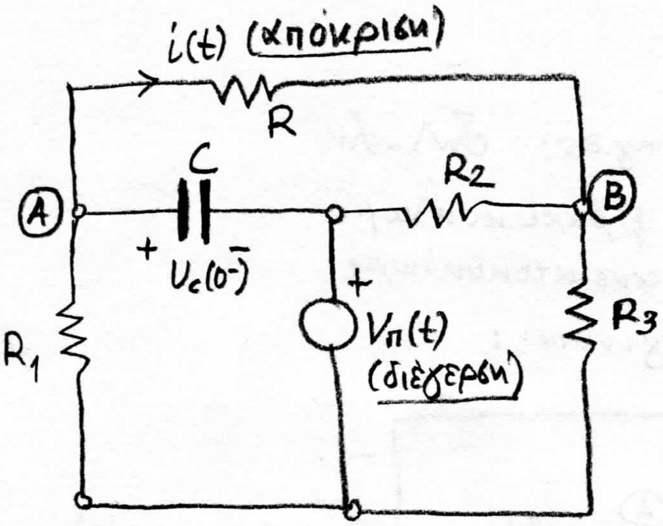
(γνωστό)

άρα βρέθηκε το ισοδύναμο Thevenin. (χωρίς την $\bar{Z}$)



ΑΣΚ – 2

Δίδεται το ακόλουθο δίκτυο



- ως διέγερση θεωρείται η τάση της πηγής $V_\pi(t)$ η οποία είναι φραγμένη συνάρτηση
- ως απόκριση θεωρείται το ρεύμα $i(t)$

Ζητούνται:

1) Η Διαφορική Εξίσωση που συνδέει την διέγερση με την απόκριση και η Αρχική Συνθήκη που την συνοδεύει

2) Η βηματική απόκριση (θεωρείστε $R_1 = R_2 = R_3 = R = 1\,\Omega$, $C = 1F$)

3) Η πλήρης απόκριση στην διέγερση $V_\pi(t) = 10\sin(2t)$ με $V_c(0^-) = 1\,V$

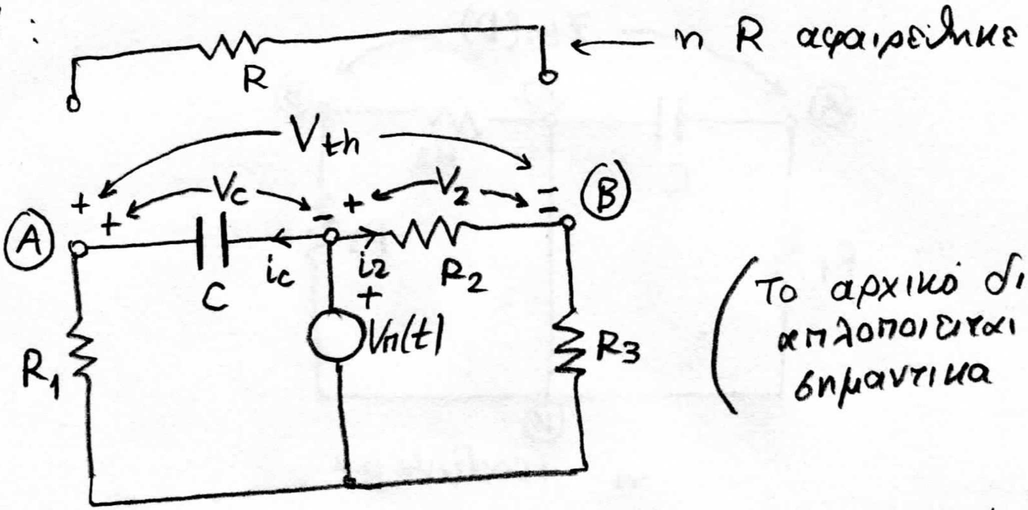
Απ/

1) Ευρεση Δ.Ε + Α.Σ.

Το δίκτυο είναι αρκετά περίπλοκο για να υπολογιστεί με άμεσο τρόπο το ρεύμα $i(t)$

Μια πολύ καλή λύση είναι να χρησιμοποιηθεί το θεώρημα Thevenin στα άκρα Α - Β αφαιρώντας αρχικά την αντίσταση R

Δηλαδή:



(Το αρχικό δίκτυο απλοποιείται σημαντικά)

Θα ισχύει $V_{th} = V_c + V_2$ (σύμφωνα με τις σημειωμένες φορές αναφοράς)

όπου με εφαρμογή του διαιρέτη τάσεως:

$$V_c(t) = -V_n(t)\frac{\frac{1}{CD}}{R_1 + \frac{1}{CD}}$$ (προσοχή στο (−))

και

$$V_2(t) = V_n(t)\frac{R_2}{R_2 + R_3}$$

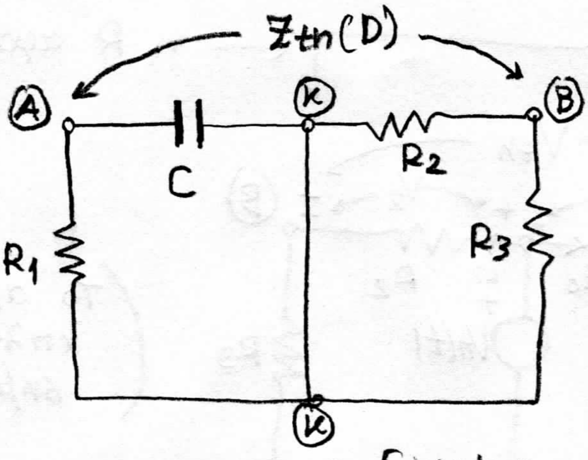
άρα $V_c(t) = \dfrac{-V_n(t)}{R_1CD + 1}$ και $V_2(t) = \dfrac{R_2 V_n(t)}{R_2 + R_3}$

και $V_{th} = V_n(t)\left(\dfrac{-1}{R_1CD+1} + \dfrac{R_2}{R_2+R_3}\right)$

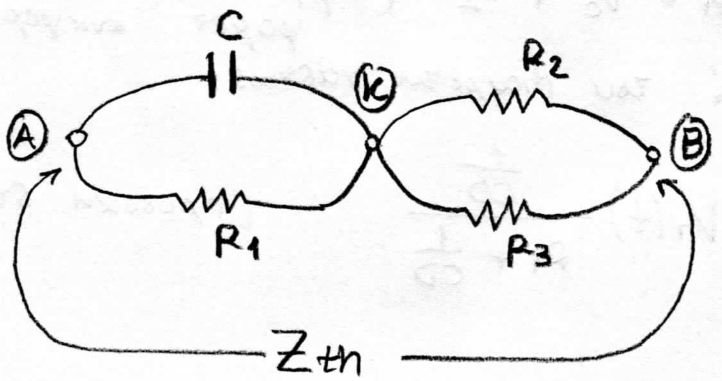
Κάνοντας τις πράξεις καταλήγουμε:

$$\boxed{V_{th}(t) = \frac{(R_1R_2CD - R_3)V_\pi(t)}{(R_2+R_3)R_1CD + R_2+R_3}}$$

Υπολογίζουμε το $Z_{th}(D)$. Μηδενοποιούμε την $V_\pi(t)$



η ισοδύναμη



άρα

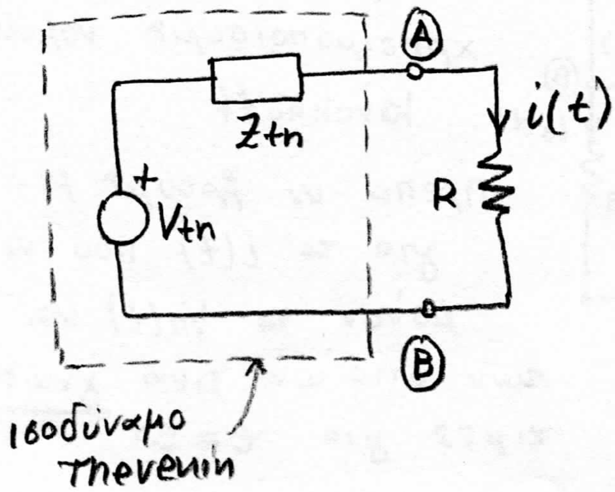
$$Z_{th}(D) = (R_1 // C) + (R_2 // R_3) = \frac{R_1\frac{1}{CD}}{R_1+\frac{1}{CD}} + \frac{R_2R_3}{R_2+R_3}$$

$$\Rightarrow Z_{th}(D) = \frac{R_1}{R_1CD+1} + \frac{R_2R_3}{R_2+R_3}$$ και κάνοντας τις πράξεις

τελικά:

$$\boxed{Z_{th}(D) = \frac{R_1R_2R_3CD + R_1R_2 + R_2R_3 + R_1R_3}{(R_2+R_3)R_1CD + R_2+R_3}}$$

άρα καταλήγουμε



και

$$i(t) = \frac{V_{tn}}{Z_{tn} + R}$$

άρα βρήκαμε την Δ.Ε.

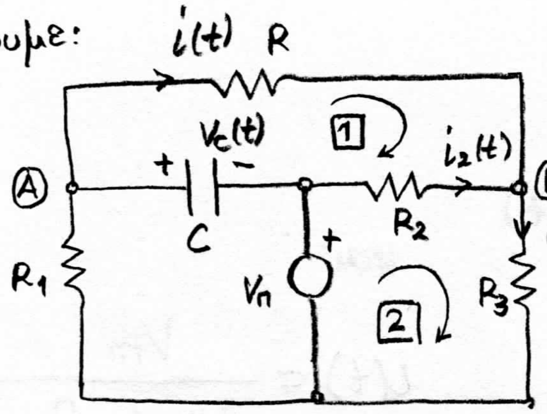
$$i(t) = \frac{\dfrac{(R_1 R_2 CD - R_3) V_n(t)}{R_1(R_2+R_3)CD + R_2 + R_3}}{\dfrac{R_1 R_2 R_3 CD + R_1R_2 + R_2R_3 + R_1R_3}{R_1(R_2+R_3)CD + R_2 + R_3} + R}$$

μετά από πράξεις θα καταλήξουμε τελικά:

$$\boxed{\begin{aligned}&\left[(R_1R_2R_3 + RR_1R_2 + RR_1R_3)CD + R_1R_2 + R_2R_3 + R_1R_3 + RR_2 + RR_3\right] i(t) =\\ &= (R_1R_2\,CD - R_3)V_n(t) \qquad (\Delta.E.)\end{aligned}}$$

- υπολογισμός Α.Σ. $i(0^+)$

έχουμε:



χρησιμοποιούμε νόμους Kirchhoff

- Πρέπει να βρούμε μια έκφραση για το $i(t)$ που να περιέχει μόνον το $V_n(t)$ και το $V_c(t)$ των οποίων είναι γνωστές οι τιμές για $t=0^+$

N.T.K. $\boxed{1}$ $\quad i(t)R - i_2(t)R_2 - V_c(t) = 0 \quad (1)$

(το $i_2(t)$ είναι άγνωστο για $t=0+$)

N.P.K (B) $\quad i(t) + i_2(t) - i_3(t) = 0 \quad (2)$

N.T.K $\boxed{2}$ $\quad R_2 i_2(t) + R_3 i_3(t) - V_n(t) = 0 \quad (3)$

οι (2), (3) γράφονται:

$$i_2(t) - i_3(t) = -i(t) \quad (2)$$

$$R_2 i_2(t) + R_3 i_3(t) = V_n(t) \quad (3)$$

από τις τελευταίες σχέσεις (σύστημα (2×2)) βρίσκω την έκφραση για το $i_2(t)$:

$$i_2(t) = \frac{-i(t)R_3 + V_n(t)}{R_2 + R_3} \quad (4)$$

αντικαθιστώ την (4) στην (1) και έχουμε:

$$i(t)R - \left(\frac{-i(t)R_3 + V_n(t)}{R_2 + R_3}\right)R_2 - V_c(t) = 0$$

ή

$$i(t)R + i(t)\frac{R_2R_3}{R_2+R_3} = V_c(t) + V_n(t)\frac{R_2}{R_2+R_3}$$

ή

$$i(t)\frac{RR_2+RR_3+R_2R_3}{R_2+R_3} = V_c(t) + V_n(t)\frac{R_2}{R_2+R_3}$$

άρα τελικά για $t=0+$ θα έχουμε την Α.Σ.

$$\boxed{i(0^+) = \frac{R_2+R_3}{RR_2+RR_3+R_2R_3}V_c(0^+) + \frac{R_2}{RR_2+RR_3+R_2R_3}V_n(0^+)}$$

2) Εύρεση βηματικής απόκρισης

θεωρούμε $R_1 = R_2 = R_3 = R = 1\Omega$, $C = 1F$

$$\left.\begin{aligned} &V_c(0^-) = V_c(0^+) = 0\ V \\ \text{και}\quad &V_n(t) = u(t) \end{aligned}\right\} \text{εξ' ορισμού!}$$

άρα η Δ.Ε και η Α.Σ. γράφονται

Δ.Ε. $(3D+5)\,i(t) = (D-1)\,u(t) = \delta(t) - u(t)$

και για $t \geq 0^+$

Δ.Ε. $(3D+5)\,i(t) = -1$ (γιατί;)

και Α.Σ. $i(0^+) = \frac{2}{3}\times 0 + \frac{1}{3}\times 1 = \frac{1}{3}$ Amp

χ. εξίσ. $3s+5=0 \Rightarrow s_0 = -\frac{5}{3}$ άρα

$$i_{ομογ}(t) = K e^{-\frac{5}{3}t}$$

η μερικη λυση $i_{\mu\epsilon\rho}(t) = A =$ σταθ

αρα $(3D+5)A = -1 \Rightarrow A = -\frac{1}{5} = i_{\mu\epsilon\rho}(t)$

Επομένως

$$i_{\beta\eta\mu}(t) = K e^{-\frac{5}{3}t} - \frac{1}{5}$$

απο Α.Σ. $i_{\beta\eta\mu}(0^+) = \frac{1}{3}$ προκυπτει

$$\frac{1}{3} = K e^{-0} - \frac{1}{5} \Rightarrow K = \frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{8}{15}$$

αρα τελικα

$$\boxed{i_{\beta\eta\mu}(t) = \frac{8}{15} e^{-\frac{5}{3}t} - \frac{1}{5}}$$

3) Εύρεση πλήρους απόκρισης στην είσοδο

$$V_n(t) = 10 \sin 2t \qquad \text{με} \quad V_c(0^-) = V_c(0^+) = 1V$$

θα έχω :

Δ.Ε. $(3D + 5)\, i(t) = (D-1)\, 10 \sin 2t$

Α.Σ. $i(0^+) = \frac{2}{3} V_c(0^+) + \frac{1}{3} V_n(0^+)$

$= \frac{2}{3} \times 1 + \frac{1}{3} \times 0 = \frac{2}{3}$ Amps

οπως και πριν

$$i_{ομογ}(t) = K e^{-\frac{5}{3}t}$$

ψάχνουμε για $i_{μερ}(t)$ χρησιμοποιούμε την μιγαδική μέθοδο

Δηλαδή: έχουμε $V_n(t) = 10 \sin 2t \rightarrow \bar{V}_n = 10$

$(\omega = 2\ r/s)$

η Δ.Ε. γράφεται στο μιγαδικό πεδίο

$$(3D + 5)\, i(t) = (D-1)\, V_n(t) \rightarrow$$

$$\rightarrow (3(j\omega) + 5)\, \bar{I}_{μερ} = (j\omega - 1)\, \bar{V}_n \qquad (\omega = 2\ r/s)$$

όπου $\bar{I}_{μερ} = I_m e^{j\varphi}$ ο phasor της

$$i_{μερ}(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi) \qquad (\omega = 2\ r/s)$$

άρα $(3(j2) + 5)\, \bar{I}_{μερ} = (j2 - 1)\, 10$

ή $$\bar{I}_{μερ} = \frac{10(j2-1)}{5+j6} = \frac{-10+j20}{5+j6}$$

$$\Rightarrow \bar{I}_{μερ} = 2.863\, e^{j66.4^\circ}$$

συνεπώς

$$i_{μερ}(t) = 2.863 \sin(2t + 66.4^\circ)$$

άρα

$$i(t) = K e^{-\frac{5}{3}t} + 2.863 \sin(2t + 66.4^\circ)$$

όπου: $i(0^+) = \frac{2}{3}$

προκύπτει $\frac{2}{3} = K + 2.863 \sin(66.4^\circ)$

$$\Rightarrow K = -1.956$$

άρα

$$\boxed{i(t) = -1.956\, e^{-\frac{5}{3}t} + 2.863 \sin(2t - 66.4^\circ)}$$