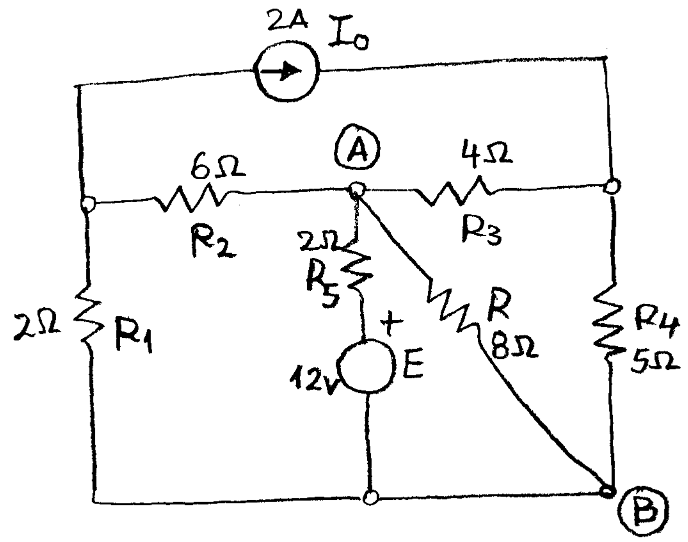
ΑΣΚΗΣΗ 1

Στο δίκτυο του σχήματος να βρεθούν τα ισοδύναμα Thevenin και Norton από τα σημεία Ⓐ-Ⓑ, χωρίς την αντίσταση R (να αφαιρεθεί!)

Να βρεθεί το ρεύμα που διαρρέει την R



Δίδονται:

$R_1 = 2\Omega$

$R_2 = 6\Omega$

$R_3 = 4\Omega$

$R_4 = 5\Omega$

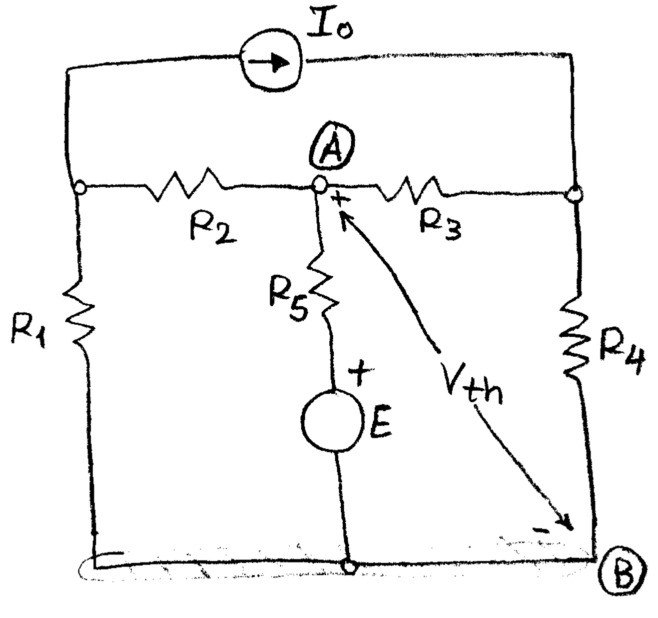
$R_5 = 2\Omega$

$R = 8\Omega$

$E = 12V$

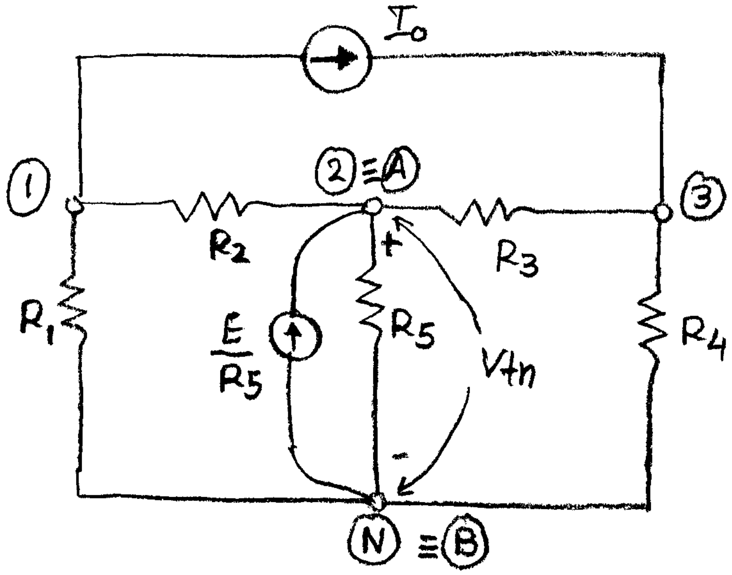
$I_o = 3A$

Απ/ → Αφαιρώ την R το δίκτυο γίνεται:



η V_{th} είναι η τάση V_{AB} προφανώς

Μπορώ να μετατρέψω την πηγή E σε σειρά με την R_5 σε πηγή ρεύματος



και στη συνέχεια να εφαρμόσω μέθοδο τάσεων κόμβων

η $V_{th} = V_{AB} = V_{2N}$

Έχουμε (με επισκόπηση)

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2} & -\frac{1}{R_2} & 0 \\ -\frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_5} & -\frac{1}{R_3} \\ 0 & -\frac{1}{R_3} & \frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{1N} \\ V_{2N} \\ V_{3N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -I_0 \\ \frac{E}{R_5} \\ I_0 \end{bmatrix}$$

Αντικαθιστώ τιμές

$$\begin{bmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{6} & 0 \\ -\frac{1}{6} & \frac{11}{12} & -\frac{1}{4} \\ 0 & -\frac{1}{4} & \frac{9}{20} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{1N} \\ V_{2N} \\ V_{3N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 6 \\ 3 \end{bmatrix}$$

η λύση είναι: $V_{1N} = -2.151\ V$, $V_{2N} = 9.396\ V$

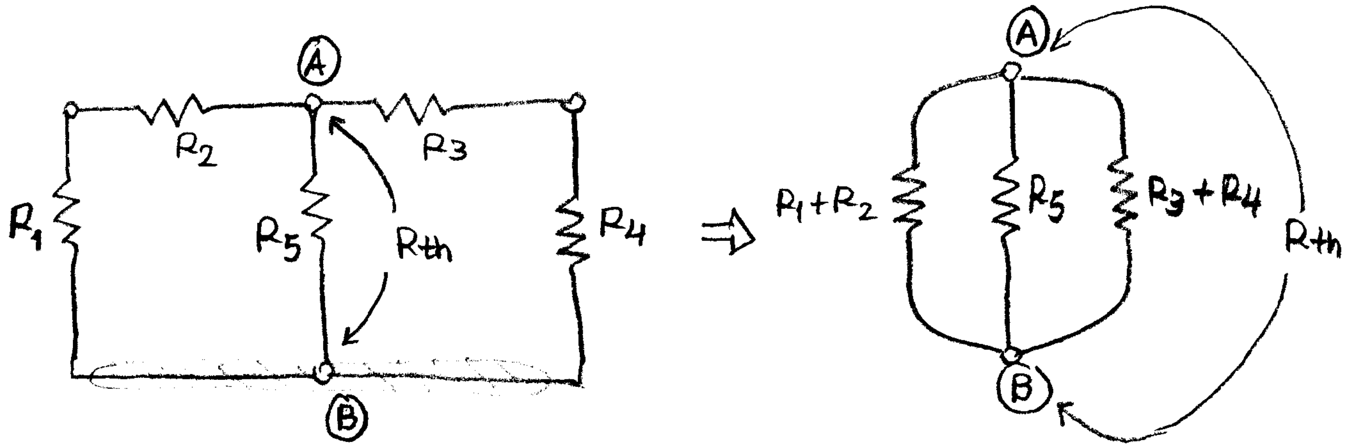
$V_{3N} = 11.887\ V$

άρα $\underline{V_{th} = V_{AB} = V_{2N} = 9.396\ V}$

Υπολογίζω την R_{th} (μηδενοποιώ τις πηγές) άρα

πηγή ρεύματος → ανοικτοκύκλωμα

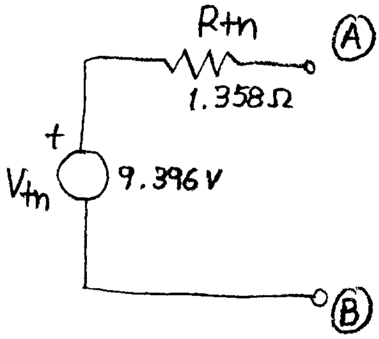
Το δίκτυο γίνεται:



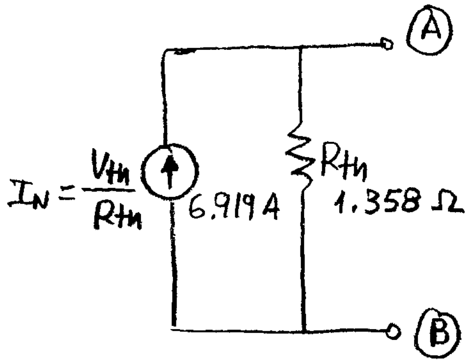
προφανώς $\frac{1}{R_{th}} = \frac{1}{R_1+R_2} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_3+R_4}$

ή $\frac{1}{R_{th}} = \frac{1}{2+6} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4+5} \Rightarrow \underline{R_{th} = \frac{72}{53} = 1.358\ \Omega}$

Τα ισοδύναμα Thevenin και Norton θα είναι:

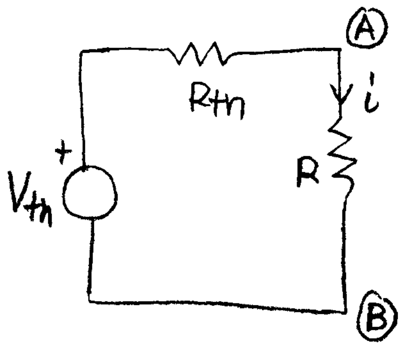


ισοδ. Thevenin



ισοδ. Norton

Το ρεύμα που διαρρέει την R θα είναι

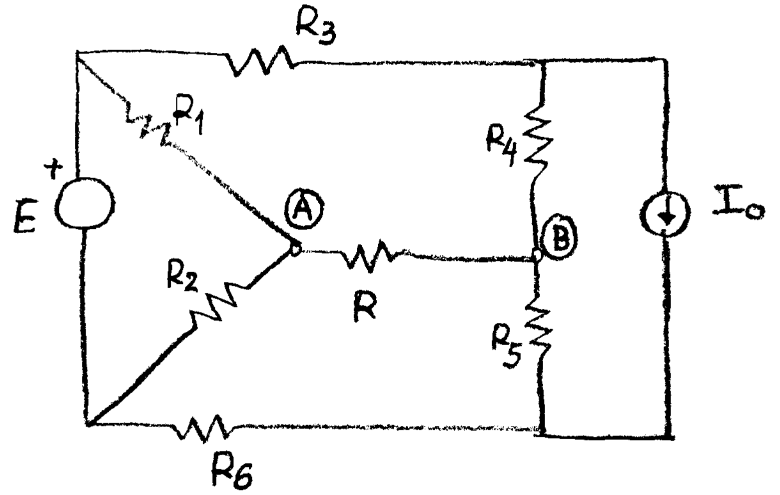


$$i = \frac{V_{th}}{R_{th} + R} = 1.004\ A$$

(πχ χρησιμοποιώ το ισοδ. Thevenin)

ΑΣΚΗΣΗ 2

Στο δίκτυο του σχήματος ζητείται το ισοδύναμο Thevenin από τα σημεία (A)-(B) χωρίς την R!



Δίδονται

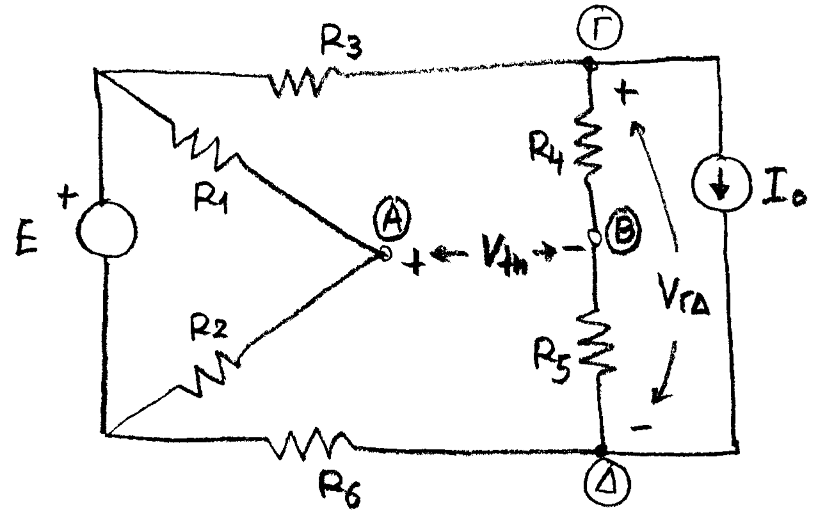
$R_1 = 3\Omega$, $R_2 = 5\Omega$,

$R_3 = 4\Omega$, $R_4 = 2\Omega$,

$R_5 = 1\Omega$, $R_6 = 8\Omega$

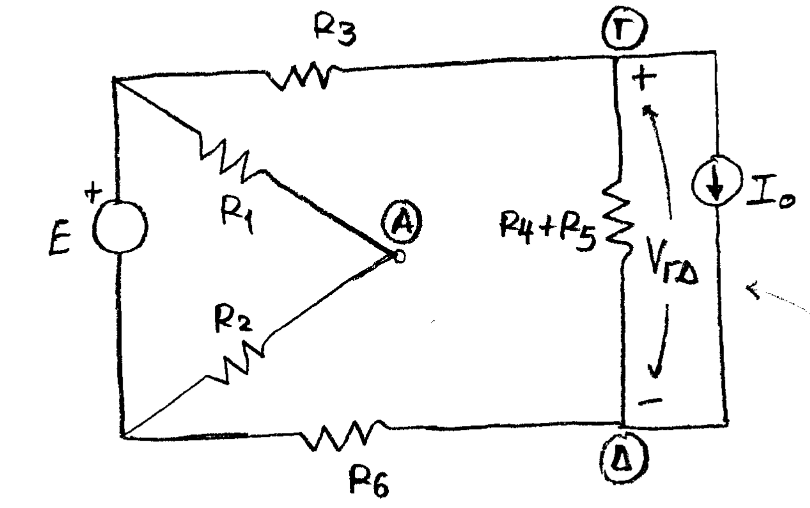
$E = 12V$, $I_o = 2A$

Απ/ Αφαιρώ την R το δίκτυο γίνεται:



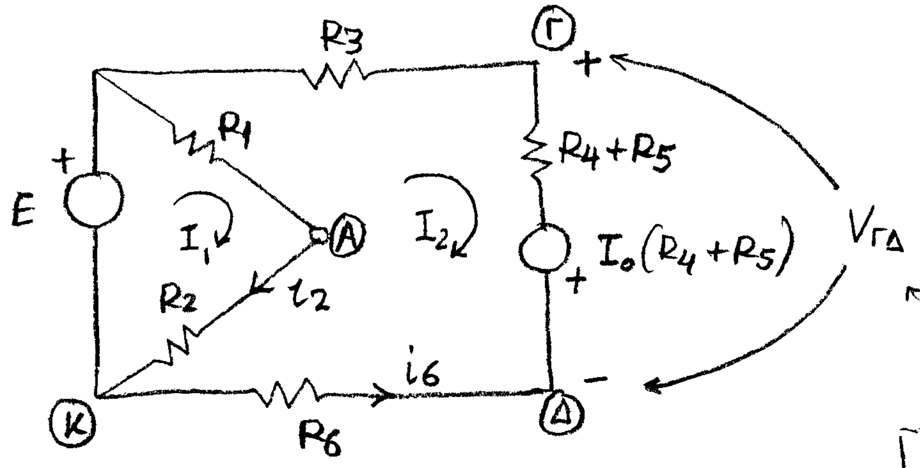
Προσοχή στα σημεία (Γ) και (Δ)!

Μπορώ να προσθέσω τις $R_4 + R_5$. Θα χαθεί το σημείο (B) αλλά προσωρινά...



το σημείο Β έχει χαθεί !!

Μετατρέπω την πηγή I_o σε πηγή τάσεως



η τάση $V_{\Gamma\Delta}$ παραμένει η ίδια (γιατί;)

Εφαρμόζω μέθοδο βρόχων

$$\begin{bmatrix} R_1+R_2 & -R_1-R_2 \\ -R_1-R_2 & R_1+R_2+R_3+R_4+R_5+R_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E \\ I_o(R_4+R_5) \end{bmatrix}$$

(θα μπορούσα και πιο απλά...)

$$i_2 = \frac{E}{R_1+R_2}$$

και

$$i_6 = -\frac{E+I_o(R_4+R_5)}{R_3+R_4+R_5+R_6}$$

ή

$$\begin{bmatrix} 8 & -8 \\ -8 & 23 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 6 \end{bmatrix}$$

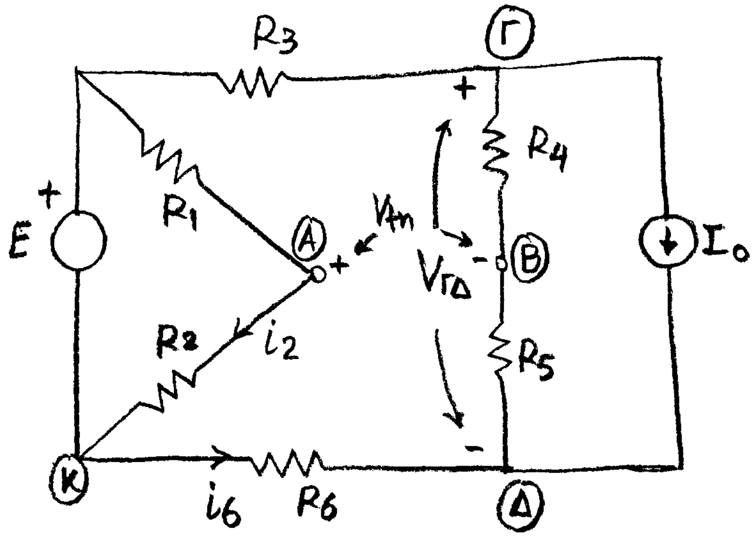
Λύση $I_1 = 2.7A$

$I_2 = 1.2A$

θα έχω $i_2 = I_1 - I_2 = 1{,}5A$, $i_6 = -I_2 = -1.2A$

$$V_{\Gamma\Delta} = I_2(R_4+R_5) - I_o(R_4+R_5) = -2.4V$$

Επανερχομαι στο αρχικο δικτυο



Θα έχουμε

$$V_{th} = V_{AB} = V_{AK} + V_{K\Delta} + V_{\Delta B}$$

οπου:

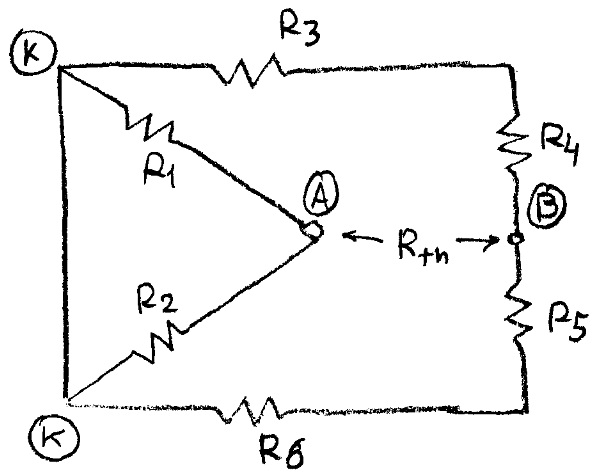
$$V_{AK} = i_2 R_2 = 7.5\ V$$

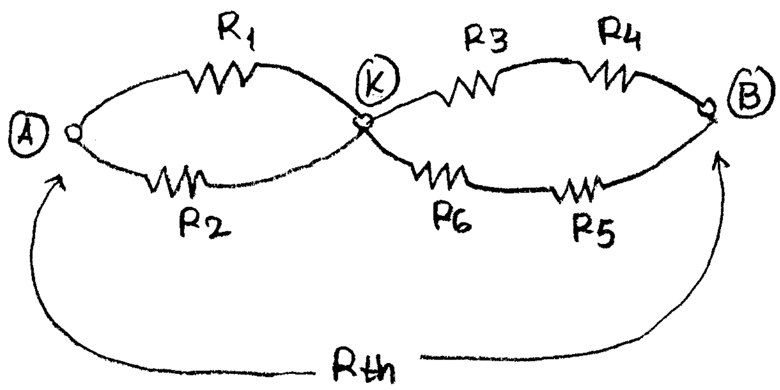
$$V_{K\Delta} = i_6 R_6 = -9.6\ V$$

$$V_{\Delta B} = -V_{B\Delta} = -V_{\Gamma\Delta} \frac{R_5}{R_5 + R_4} = 0.8\ V$$

αρα $\boxed{V_{th} = -1.3\ V}$

Υπολογίζω την R_{th} Μηδενοποιώ πηγές



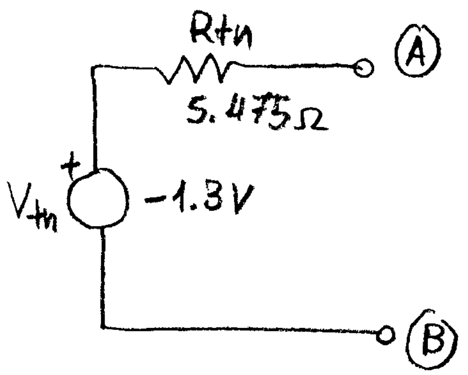


$$R_{th} = (R_1 // R_2) + ((R_3 + R_4) // (R_5 + R_6))$$

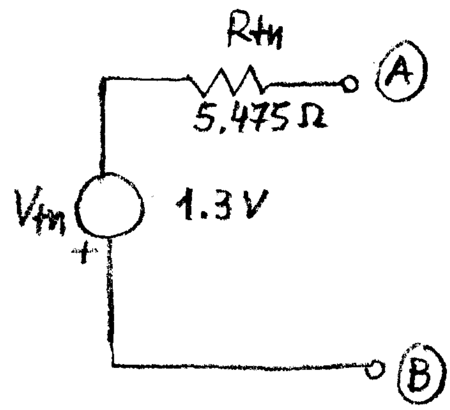
ή $$R_{th} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + \frac{(R_3+R_4)(R_5+R_6)}{R_3+R_4+R_5+R_6}$$

$$R_{th} = \frac{3 \cdot 5}{3+5} + \frac{6 \cdot 9}{6+9} \Rightarrow \underline{R_{th} = 5.475\ \Omega}$$

άρα το ισοδύναμο Thevenin θα είναι

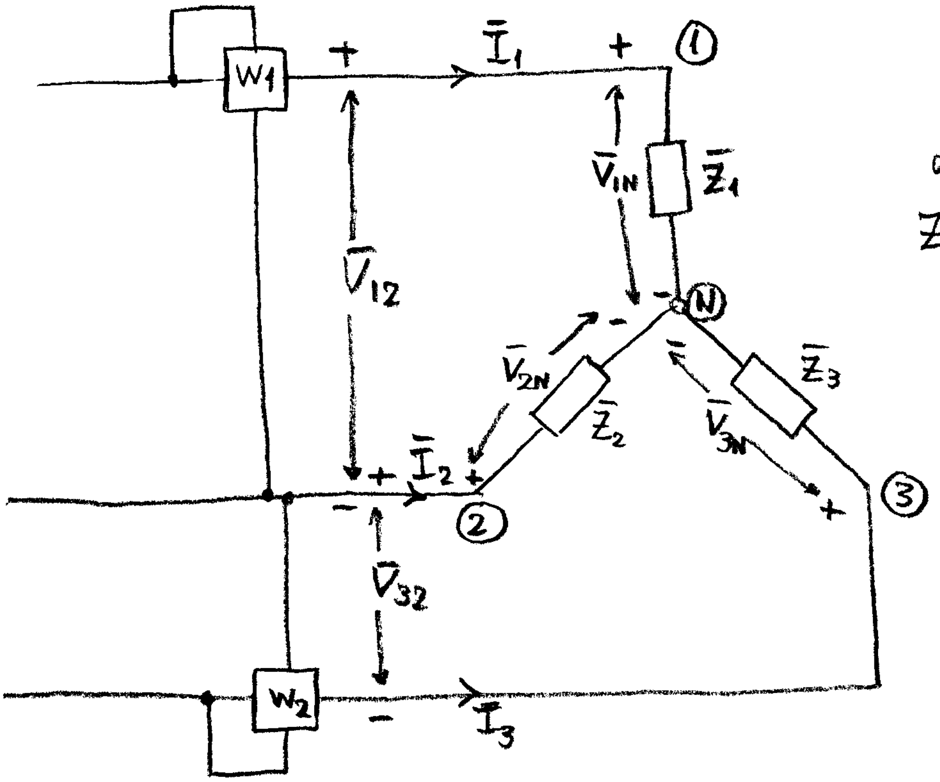


ή



ΑΣΚΗΣΗ 3

Στο 3φ δίκτυο του σχήματος να αποδειχθεί ότι η συνολική ενεργός τριφασική ισχύς είναι το άθροισμα των ενδείξεων των 2 βαττομέτρων



ασύμμετρο σύστημα

$Z_1 \neq Z_2 \neq Z_3$

Απ/ Η ενεργός 3φ ισχύς θα είναι

$$P_{εν,3φ} = Re\{\bar{V}_{1N} \cdot \bar{I}_1^*\} + Re\{\bar{V}_{2N}\bar{I}_2^*\} + Re\{\bar{V}_{3N}\bar{I}_3^*\}$$

(στις εκφράσεις των $\bar{V}$, $\bar{I}$ έχουν τεθεί ενεργές τιμές)

ενδείξεις βαττομέτρων

$$W_1 = Re\{\bar{V}_{12} \cdot \bar{I}_1^*\} \qquad W_2 = Re\{\bar{V}_{32} \cdot \bar{I}_3^*\}$$

αλλά $\quad \bar{V}_{12} = \bar{V}_{1N} - \bar{V}_{2N} \quad , \quad \bar{V}_{32} = \bar{V}_{3N} - \bar{V}_{2N}$

συνεπώς:

$$W_1 = Re\{(\bar{V}_{1N} - \bar{V}_{2N})\bar{I}_1^*\} \quad , \quad W_2 = Re\{(\bar{V}_{3N} - \bar{V}_{2N})\bar{I}_3^*\}$$

αρα

$$W_1 = Re\{\bar{V}_{1N}\,\bar{I}_1^*\} - Re\{\bar{V}_{2N}\,\bar{I}_1^*\}$$

$$W_3 = Re\{\bar{V}_{3N}\,\bar{I}_3^*\} - Re\{\bar{V}_{2N}\,\bar{I}_3^*\}$$

επομενως

$$W_1 + W_2 = Re\{\bar{V}_{1N}\,\bar{I}_1^*\} + Re\{\bar{V}_{3N}\,\bar{I}_3^*\} - Re\{\bar{V}_{2N}\,(\bar{I}_1+\bar{I}_3)^*\}$$

αλλα προφανως $\bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3 = 0$

$$\Rightarrow \bar{I}_1 + \bar{I}_3 = -\bar{I}_2$$

αρα: $-Re\{\bar{V}_{2N}\,(\bar{I}_1+\bar{I}_3)^*\} = -Re\{\bar{V}_{2N}\,(-\bar{I}_2)^*\}$

$$= Re\{\bar{V}_{2N}\,\bar{I}_2^*\}$$

συνεπως

$$W_1 + W_2 = Re\{\bar{V}_{1N}\,\bar{I}_1^*\} + Re\{\bar{V}_{3N}\,\bar{I}_3^*\} + Re\{\bar{V}_{2N}\,\bar{I}_2^*\}$$

που είναι η συνολική ενεργός 3φ ισχύς