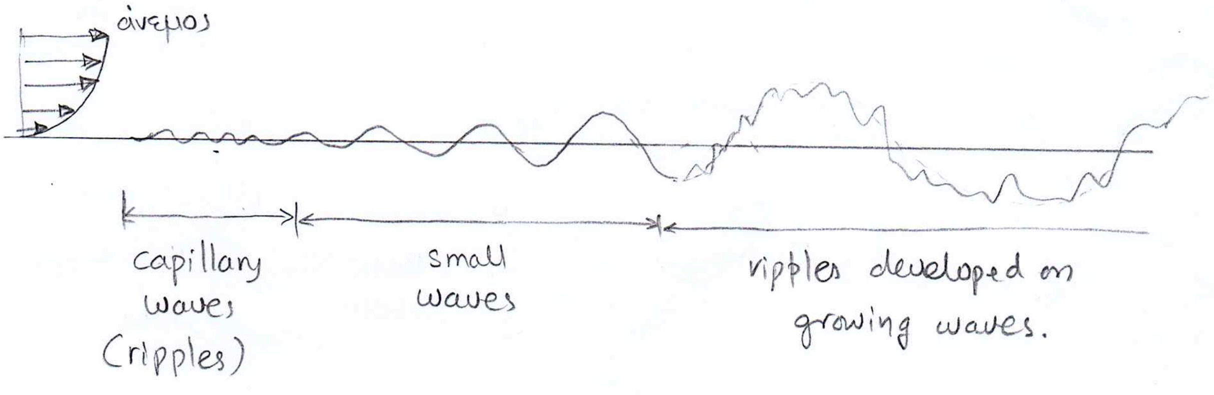
3. ΩΚΕΑΝΙΟΙ (ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΙ) ΚΥΜΑΤΙΣΜΟΙ

(Irregular Seas)

Το μεγαλύτερο ποσοστό των θαλάσσιων κυματισμό οφείλονται στον άνεμο (wind generated waves). Άλλοι μηχανισμοί δημιουργίας κυμάτων, όπως π.χ. υποθαλάσσιοι σεισμοί, απότομη μείωση του βάθους της θάλασσας, υποθαλάσσια κύματα κατά την είσοδο γλυκού νερού στη θάλασσα, κλπ. έχουν μικρή πρακτική σημασία εκτός από συγκεκριμένες ~~εφ~~ εφαρμογές.

Παρόλο που ο μηχανισμός δημιουργίας των ανεμογεννών θαλάσσιων κυματισμών δεν είναι πλήρως γνωστός η διαδοχή της δημιουργίας έχει ως εξής:
Όταν φυσά άνεμος σε ήρεμη θάλασσα στα σημεία της διεπιφάνειας παρατηρείται αστάθεια (υψηλών συχνοτήτων). Δηλαδή, λόγω της τυρβώδους ροής του ανέμου δημιουργούνται μικρού μήκους κύματα στην επιφάνεια της θάλασσας (capillary waves ή ripples). Όσο η ταχύτητα του ανέμου αυξάνεται η θάλασσα απορρόφα ενέργεια δημιουργώντας κύματα μεγαλύτερου μήκους και ύψους (πλάτους). Παράλληλα, ο άνεμος δημιουργεί νέα μικρού μήκους κύματος στην επιφάνεια των κυμάτων καταλήγοντας έτσι σε κύματα πολλών συχνοτήτων και πλατών.

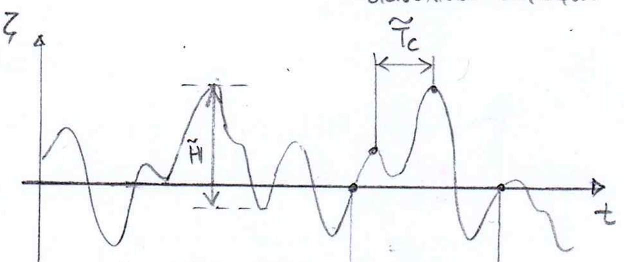


Οι δύο μηχανισμοί απόσβεσης των κυματισμών είναι η θραύση των κυματισμών (wave breaking) και η συνεκτικότητα (viscocity).
Έτσι, αν ο άνεμος συνεχίζει να φυσάει ώστε ο ρυθμός απορρόφησης ενέργειας του από την θάλασσα ισοσταθμίσει τον ρυθμό απώλειας ενέργειας από τους μηχανισμούς απόσβεσης οι κυματισμοί βρίσκονται σε πλήρη ανάπτυξη (fully developed sea).

Αν ο άνεμος σταματήσει, τότε πρώτα μειώνονται τα μικρού μήκους κύματα (short waves) λόγω της μεγάλης επίδρασης του φαινομένου της θραύσης των κυματισμών, ενώ τα μεγάλου μήκους κύματα διαδίδονται για μεγάλα χρονικά διαστήματα και αποσβένουν λόγω της συνεκτικότητας. Η απόσβεση των κυματισμών μπορεί να διαρκέσει και μέρες και αναγνωρίζεται από την εμφάνιση χαρακτηριστικών σχεδόν αρμονικών κυματισμών μεγάλου μήκους σε μεγάλες αποστάσεις από την πηγή δημιουργίας τους που ονομάζονται αποθαλάσσες ή φουσκοθαλασσιές (swells) (με περιόδους από 10 sec έως 30 sec περίπου).

▷ Οι θαλάσσιοι κυματισμοί ως στοχαστική διαδικασία

Η αναλυτική περιγραφή της θάλασσας είναι πολύ δύσκολη, γιατί οι χρονικές ιστορίες των ανεμογεννών κυματισμών που καταγράφονται σε μια θέση μιας θαλάσσιας περιοχής δεν είναι ποτέ ίδιες μεταξύ τους. Έτσι, η δημιουργία κυματισμών στη θάλασσα προσεγγίζεται ως στοχαστική διαδικασία (random process) σε συνδυασμό με τη θεωρία των αρμονικών κυματισμών.

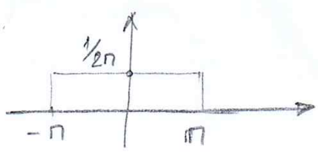


Το έντονα ακανόνιστο σχήμα της επιφάνειας της θάλασσας λόγω ανεμογενών κυματισμών μπορεί να γραφεί ως άθροισμα πολλών αρμονικών κυματισμών διάφορων πλατών, συχνοτήτων και κυματαριθμών:

$$\boxed{\zeta(x,t) = \sum_{j=1}^{N} A_j \cdot \cos\left(k_j x - \omega_j t + \varepsilon_j\right)}$$

Για βαθιά κύματα είναι: $k_j = \dfrac{\omega_j^2}{g}$

ομοιόμορφα κατανεμημένη τυχαία μεταβλητή της φάσης του j αρμονικού κυματισμού μεταξύ (−π, π).



Στατιστικά Μεγέθη:

1. Μέσο ύψος κύματος: $\bar{H} = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\tilde{H}_j$

2. Τυπική απόκλιση του ύψους κύματος: $H_{rms} = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\tilde{H}_j^{2}$

3. Σημαντικό ύψος κύματος: $H_{1/3} = \frac{1}{N/3}\cdot\sum_{j=1}^{N/3}\mathring{H}_j$

$$\mathring{H}_1 \geq \mathring{H}_2 \geq \mathring{H}_3 \geq \dots \geq \mathring{H}_N$$

Είναι η μέση τιμή του 1/3 των υψηλότερων τιμών του φαινομένου ύψους κύματος κατά μήκος μιας καταγραφής.

4. Μέση περίοδος κύματος < μηδενικής υπέρβασης ($\bar{T}_0$) / κορυφών ($\bar{T}_c$)

5. Μέσο μήκος κύματος < μηδενικής υπέρβασης ($\bar{L}_0$) / κορυφών ($\bar{L}_c$)

Το πεδίο ανύψωσης της επιφάνειας της θάλασσας (κατά τη διάρκεια μιας δεδομένης κατάστασης θαλάσσης) είναι μια <u>στάσιμη</u> και <u>εργοδική</u> στατιστική διαδικασία.

> Οι ιδιότητες της διαδικασίας δεν επηρεάζονται από μία αλλαγή μέτρησης της χρονικής περιόδου του δείγματος, δηλ. η συνάρτηση πιθανότητας με αρχή t είναι ακριβώς η ίδια με την συνάρτηση πιθανότητας με αρχή $t+k$.

* Ο μέσος όρος και η διακύμανση δεν μεταβάλλονται με το χρόνο

> Η <u>στατιστική μέση τιμή</u> πολλών συναρτήσεων δειγμάτων για μία χρονική στιγμή και η <u>χρονική μέση τιμή</u> μιας συνάρτησης δείγματος συμπίπτουν.

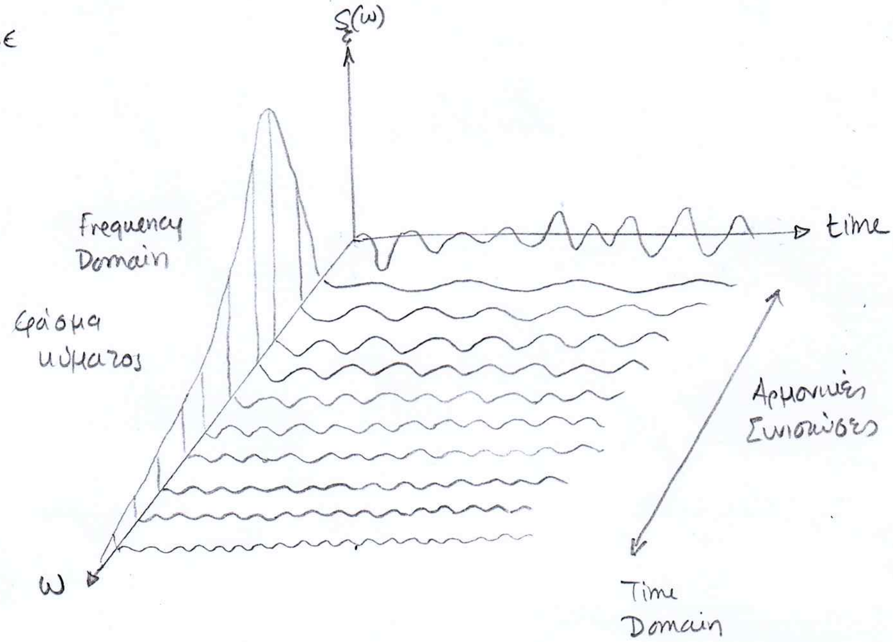
Έτσι, το πλάτος των κυματισμών μπορεί να εκφραστεί με τη χρήση του κατευθυντικού φάσματος ενέργειας $S_\zeta(\omega)$:

$$\boxed{\frac{1}{2}A_j^2 = S_\zeta(\omega_j)\cdot\Delta\omega}$$

όπου το εμβαδό της καμπύλης $S_\zeta(\omega)$ μεταξύ 2 τιμών (ω_a και ω_b) δείχνει την ενέργεια των κυματομορφών που περικλείονται στις συχνότητες αυτές.

Προσοχή: Για να οριστεί το φάσμα μιας θαλάσσιας περιοχής πρέπει η ανύψωση των κυμάτων να είναι εργοδική στατιστική διαδικασία. Αυτό συμβαίνει για χρονικά διαστήματα από 30 min έως 10 hrs. Γι'αυτό και στη βιβλιογραφία αυτή η προσέγγιση ονομάζεται και short-term statistics.

Το φάσμα των κυματισμών σε μία θαλάσσια περιοχή μπορεί να βρεθεί με μετρήσεις.



Η ανύψωση της επιφάνειας της θάλασσας προσεγγίζεται ως κατανομή Gauss (*) με μέσο όρο μηδέν και διασπορά $\sigma^2 = \sum_{j=1}^{N} \frac{1}{2} A_j$. Για $N \to \infty$ και $\Delta\omega \to 0$ είναι $\sigma^2 = \int_0^\infty S(\omega)\, d\omega$.

(*) Με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας: $p(\zeta) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\zeta^2}{2\sigma^2}}$

(*) Αν είναι γνωστή η συνάρτηση $S_\zeta(\omega)$ τότε μπορούν να υπολογιστούν τα παρακάτω στατιστικά μεγέθη για τους κυματισμούς:

α) Μέσο ύψος κύματος: $\overline{H} = 2{,}5\sqrt{m_0}$

β) Σημαντικό ύψος κύματος: $H_{1/3} = 4\sqrt{m_0}$

γ) Μέση περίοδος μηδενικής υπέρβασης: $\overline{T}_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m_0}{m_2}}$

δ) Μέση περίοδος κορυφών: $\overline{T}_C = 2\pi\sqrt{\frac{m_2}{m_4}}$

Μέση Περίοδος Ενέργειας

$$T_{-10} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{m_{-1}}{m_0}$$

όπου $m_k = \int_0^\infty \omega^k S(\omega)\, d\omega$ οι φασματικές ροπές

$$\left(\begin{aligned} m_0 &= \int_0^\infty S(\omega)\, d\omega = \sigma^2 \\ m_2 &= \int_0^\infty \omega^2 S(\omega)\, d\omega \\ m_4 &= \int_0^\infty \omega^4 S(\omega)\, d\omega \end{aligned} \right).$$

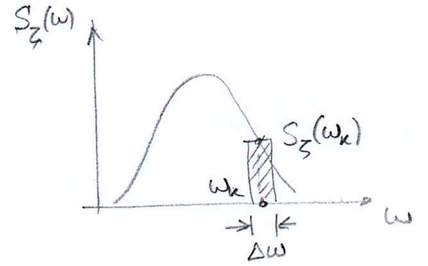
Λόγω της εργοδικότητας της στοχαστικής διαδικασίας της ανύψωσης της θάλασσας $\zeta(t)$, το πλάτος των κυματισμών προσεγγίζεται με καλή ακρίβεια ως τυχαία μεταβλητή που ακολουθεί την κατανομή Rayleigh με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας:

$$\boxed{p(A) = \frac{A}{m_0}\, e^{-\frac{A^2}{2m_0}}}$$

Συμπερασματικά: Οι φυσικοί θαλάσσιοι κυματισμοί μπορούν να παρασταθούν:

(α) Στο πεδίο των συχνοτήτων με μια συνάρτηση φασματικής πυκνότητας που αντιστοιχεί στην κατανομή της ενέργειας των κυματισμών ανάμεσα στις διάφορες συχνότητες (ή μήκη κύματος)

(β) Στο πεδίο του χρόνου με μία επαλληλία (θεωρητικά άπειρων) πολλών ημιτονοειδών κυμάτων $A_i \cos(\omega_i t + \varphi_i)$, τα πλάτη των οποίων είναι ανάλογα με την τετραγωνική ρίζα της τεταγμένης του φάσματος των κυματισμών στην συγκεκριμένη συχνότητα



$$\frac{\text{Ενέργεια κυματισμών}}{\text{μονάδα επιφάνειας της θάλασσας}} = e_k = \frac{1}{2}\rho g A_k^2 = \Delta\omega\, \rho g\, S_\zeta(\omega_k)$$

Κατάσταση θαλάσσης

ορίζεται θεωρώντας τα στατιστικά μεγέθη των κυματισμών σταθερά (short terms statistics)

Περιγράφεται από 3 κυματικές παραμέτρους:
α. Το σημαντικό ύψος κύματος $H_{1/3}$
β. Τη μέση περίοδο μηδενικής υπέρβασης $\overline{T_0}$
γ. Την κύρια κατεύθυνση κύματος θ_0.

Σε μία κατάσταση θάλασσας το φάσμα $S(\omega,\theta)$ του κυματικού πεδίου παραμένει (σχεδόν) αμετάβλητο.

▷ Ενεργειακά Φάσματα Μοντελοποίησης Θαλάσσιων Κυματισμών

α) Pierson-Moskowitz Spectrum

Περιγράφει πλήρως ανεπτυγμένες θάλασσες στην περιοχή του Βορείου-Ατλαντικού ωκεανού που δημιουργούνται από τοπικούς ανέμους. Είναι:

$$S_{PM}(\omega) = \frac{8{,}1}{10^3} \cdot \frac{g^2}{\omega^5} \cdot e^{-\frac{5}{4}\left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^4} = \frac{8{,}1}{10^3} \cdot \frac{g^2}{\omega^5} \cdot e^{-0{,}0324\left(\frac{g}{\overline{H}_{1/3}\cdot \omega^2}\right)^2}$$

ω_p: συχνότητα κορυφής

Εκφράζεται: α. μέσω του σημαντικού ύψους κύματος : $\omega_p = 0{,}4013\sqrt{\frac{g}{\overline{H}_{1/3}}}$

β. μέσω της ταχύτητας του ανέμου μετρημένης 19,5m από την επιφάνεια της θάλασσας: $\omega_p = 0{,}8772\,\frac{g}{V_W}$

Το μονοπαραμετρικό φάσμα P-R ισχύει με τις ακόλουθες παραδοχές:

- μονοκατευθυντικοί κυματισμοί
- περιοχή: Βόρειο ατλαντικός ωκεανός (North-Atlantic Ocean)
- πλήρως ανεπτυγμένη θάλασσα με ικανό χώρο μετάδοσης των κυματισμών (fetch)
- βαθιά νερά
- χωρίς αποθαλάσσες

β) Bretschneider Spectrum

Με την εισαγωγή του σημαντικού ύψους κύματος ($\overline{H}_{1/3}$) στον τύπο, το διπαραμετρικό φάσμα Bretschneider παράκαμψε τον περιορισμό του φάσματος PM να ισχύει σε πλήρως ανεπτυγμένες θάλασσες. Είναι:

$$S_{BS}(\omega) = \frac{5}{16} \cdot \frac{\omega_p^4 \cdot \overline{H}_{1/3}^2}{\omega^5} \cdot e^{-\frac{5}{4}\cdot\left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^4}$$

(ισχύει για ανεπτυγμένες, αποσβενύμενες θάλασσες ή σε αποθαλάσσες).

όπου $\omega_p = 0{,}4013\sqrt{\frac{g}{\overline{H}_{1/3}}}$ (μόνο για ανεπτυγμένες θάλασσες)

$\overline{H}_{1/3} = 4\sqrt{m_0}$

γ) Ochi-Hubble Spectrum

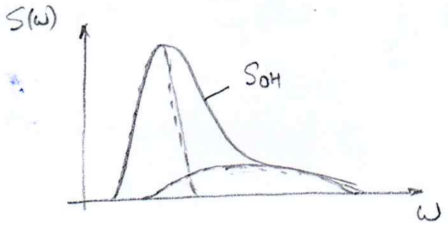
Είναι 3-παραμετρικό φάσμα εισάγοντας ως τρίτη παράμετρο το "πλάτος" (steepness) του φάσματος στην περιοχή της συχνότητας κορυφής. Είναι:

$$S_{OH}(\omega) = \frac{1}{4} \cdot \frac{\left(\frac{4\lambda+1}{4} \cdot \omega_p^4\right)^\lambda}{\Gamma(\lambda)} \cdot \frac{\overline{H}_{1/3}^{\,2}}{\omega^{4\lambda+1}} e^{-\frac{4\lambda+1}{4} \cdot \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^4}$$

όπου λ: η αδιάστατη παράμετρος που ελέγχει το "πλάτος" του φάσματος.

Για λ = 1 η παραπάνω εξίσωση είναι ο τύπος του φάσματος Bretschneider.

Η είσοδος της παραμέτρου λ επιτρέπει την είσοδο στο μοντέλο της επίδρασης κυματισμών από αποθάλασσες (swells). Έτσι, παίρνοντας το άθροισμα 2 φασμάτων Ochi-Hubble, ένα για τους κυματισμούς που δημιουργούνται από τον άνεμο στην περιοχή και ένα για τις αποθάλασσες άλλων απομακρυσμένων καταιγίδων δημιουργούμε το φάσμα 2 κορυφών (two-peaked-spectra)



$$S(\omega) = \underset{\text{storm}}{S_1(\omega)} + \underset{\text{swell}}{S_2(\omega)}$$

δ) JONSWAP Spectrum

Το όνομα του είναι τα αρχικά της φράσης: JOint North Sea Wave Project και αποτελεί έναν εμπειρικό τύπο για την περιοχή της Βόρειας Θάλασσας όπου το μήκος ανάπτυξης των κυματισμών (fetch) είναι περιορισμένο και η θάλασσα όχι αρκετά βαθιά. Είναι:

$$S_{JONSWAP}(\omega) = \frac{a g^2}{\omega^5} e^{-\frac{5}{4}\left(\frac{\omega_m}{\omega}\right)^4} \cdot \gamma^\delta$$

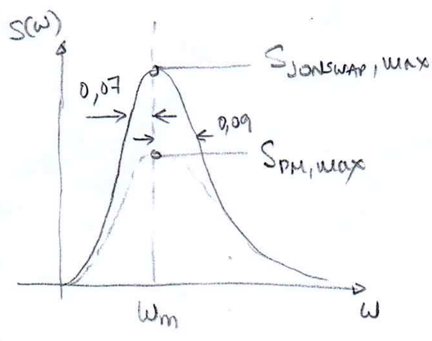
όπου $\delta = -\frac{(\omega-\omega_m)^2}{2\sigma^2\omega_m^2}$ $\qquad \sigma = \begin{cases} 0{,}07 & \omega \le \omega_m \\ 0{,}09 & \omega > \omega_m \end{cases}$

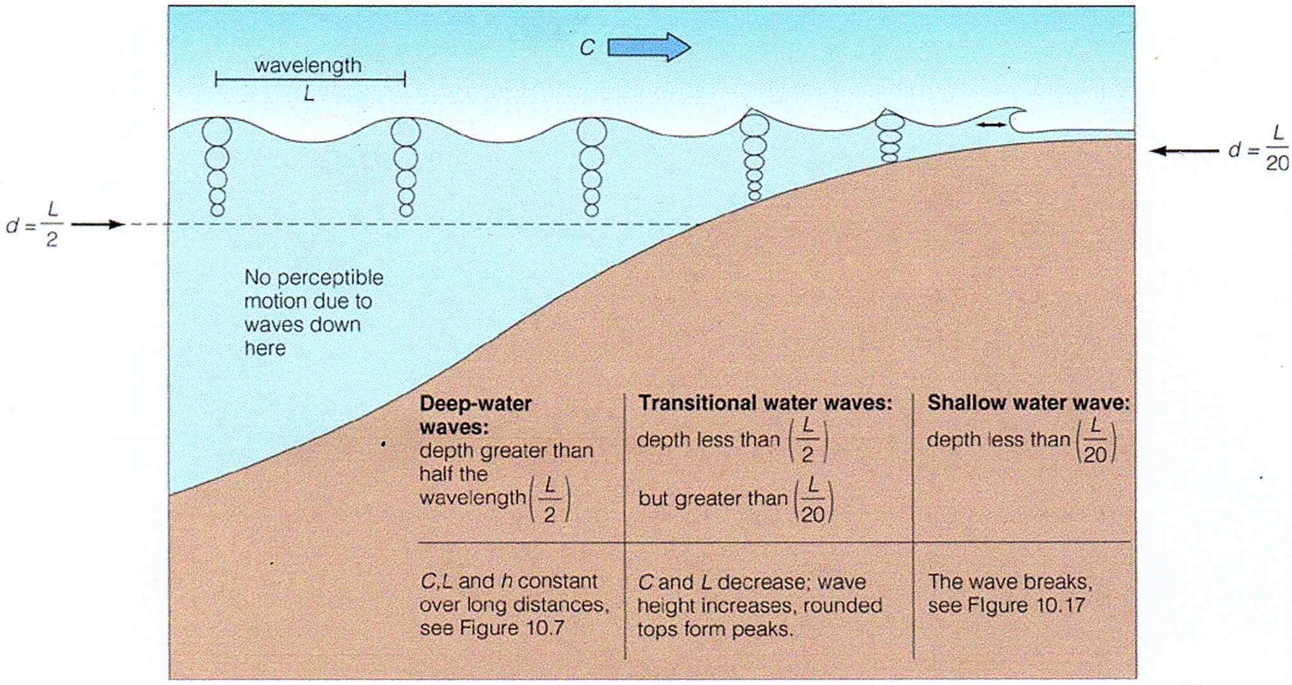
$$a = 0{,}076 \left(\frac{gx}{U_w^2}\right)^{-0{,}22}$$

x: fetch [nmiles]

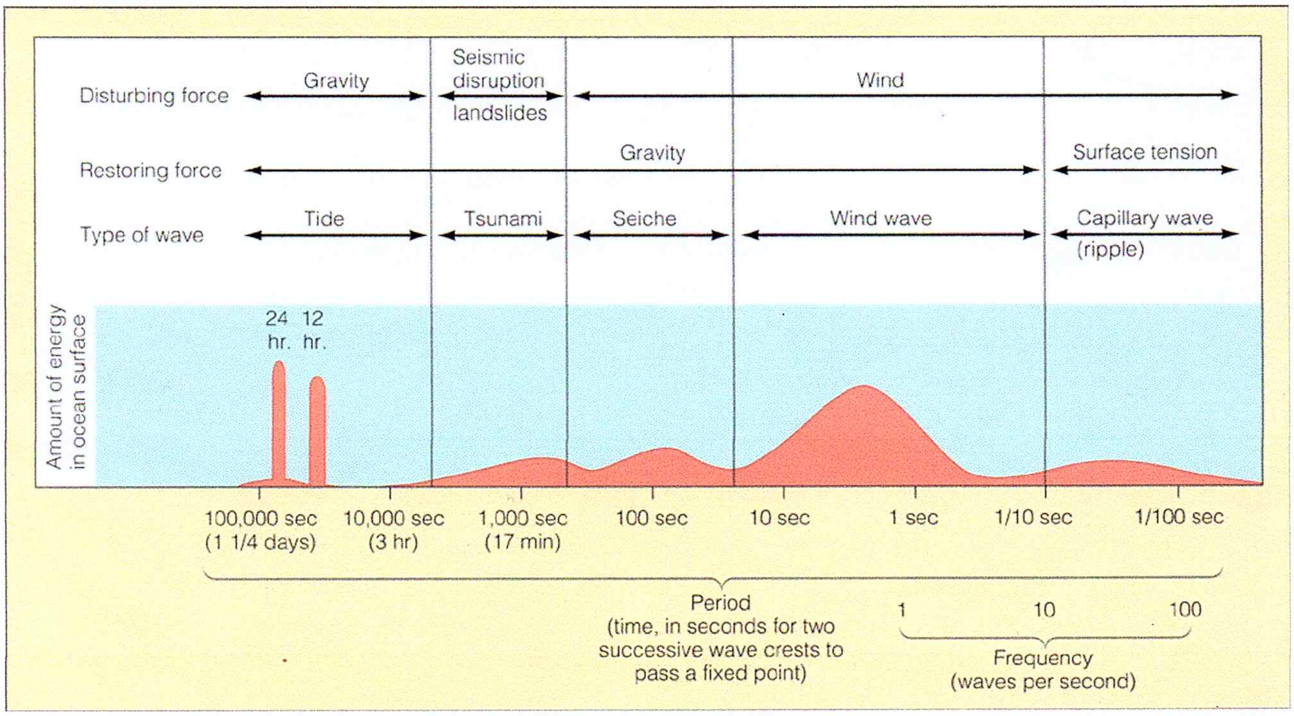
$$\omega_m = 2\pi \cdot 3{,}5 \cdot \frac{g}{U} \cdot \left(\frac{gx}{U_w^2}\right)^{-0{,}33}$$

$$\gamma = \frac{S_{JONSWAP,max}}{S_{PM,max}}$$

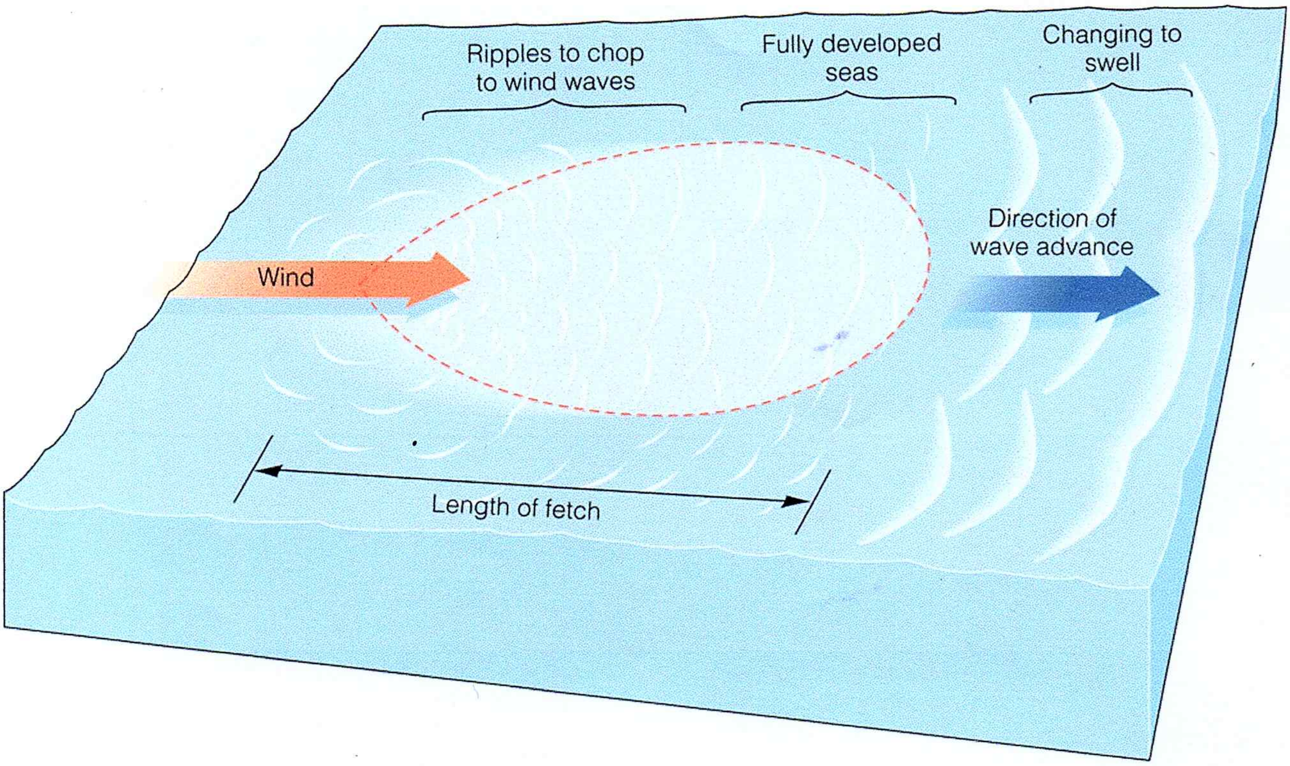


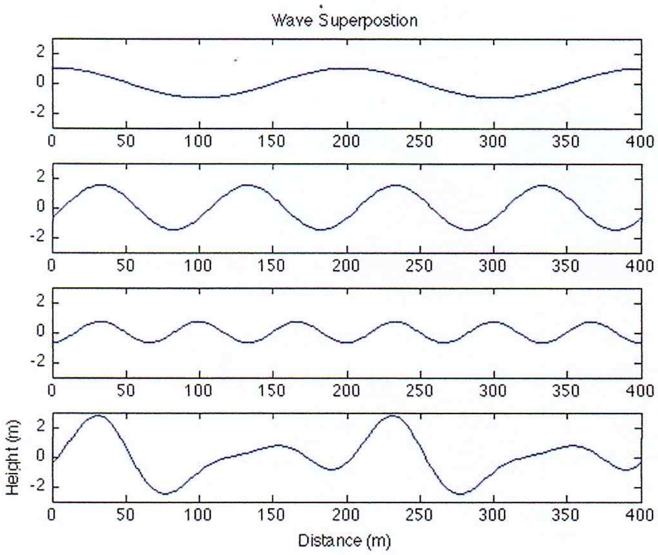


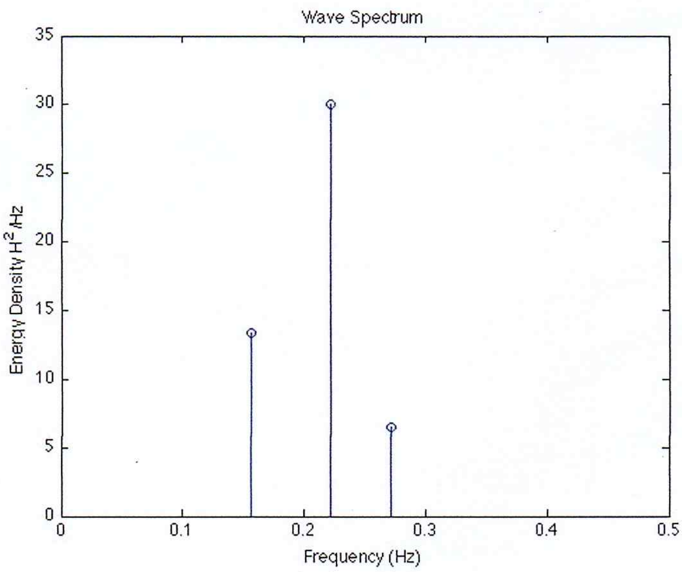
wavelength
L
C
d = L/20
d = L/2
No perceptible motion due to waves down here
Deep-water waves: depth greater than half the wavelength (L/2)
Transitional water waves: depth less than (L/2) but greater than (L/20)
Shallow water wave: depth less than (L/20)
C, L and h constant over long distances, see Figure 10.7
C and L decrease; wave height increases, rounded tops form peaks.
The wave breaks, see Figure 10.17

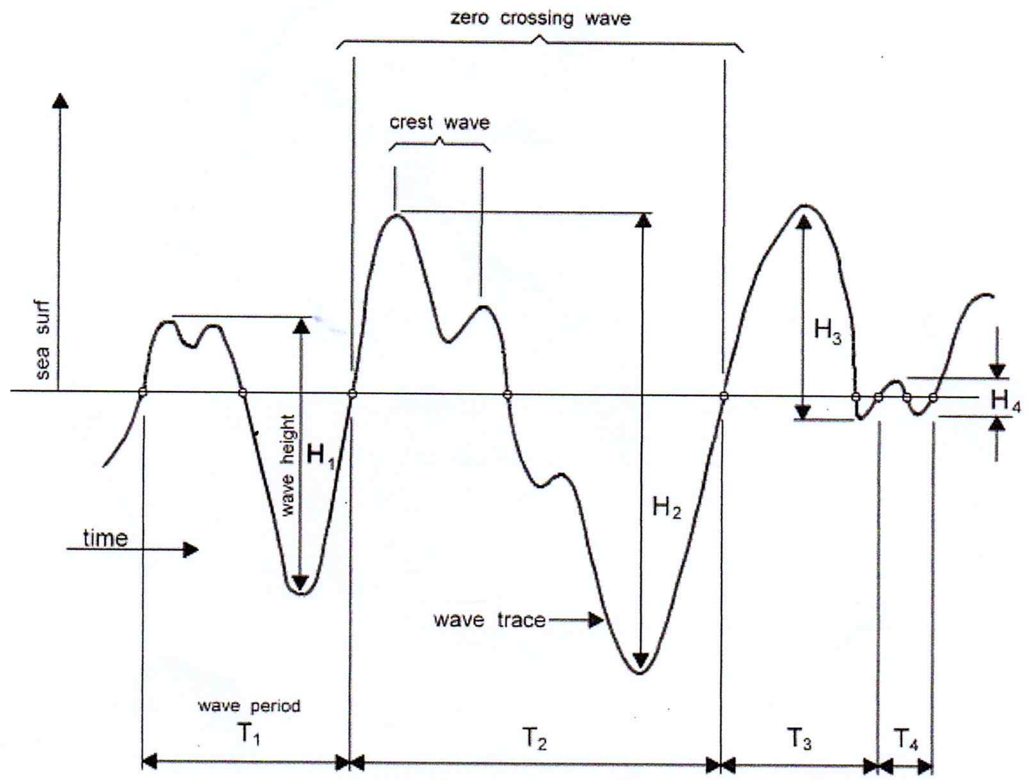


Disturbing force
Gravity
Seismic disruption landslides
Wind
Restoring force
Gravity
Surface tension
Type of wave
Tide
Tsunami
Seiche
Wind wave
Capillary wave (ripple)
Amount of energy in ocean surface
24 hr.
12 hr.
100,000 sec (1 1/4 days)
10,000 sec (3 hr)
1,000 sec (17 min)
100 sec
10 sec
1 sec
1/10 sec
1/100 sec
Period (time, in seconds for two successive wave crests to pass a fixed point)
1
10
100
Frequency (waves per second)

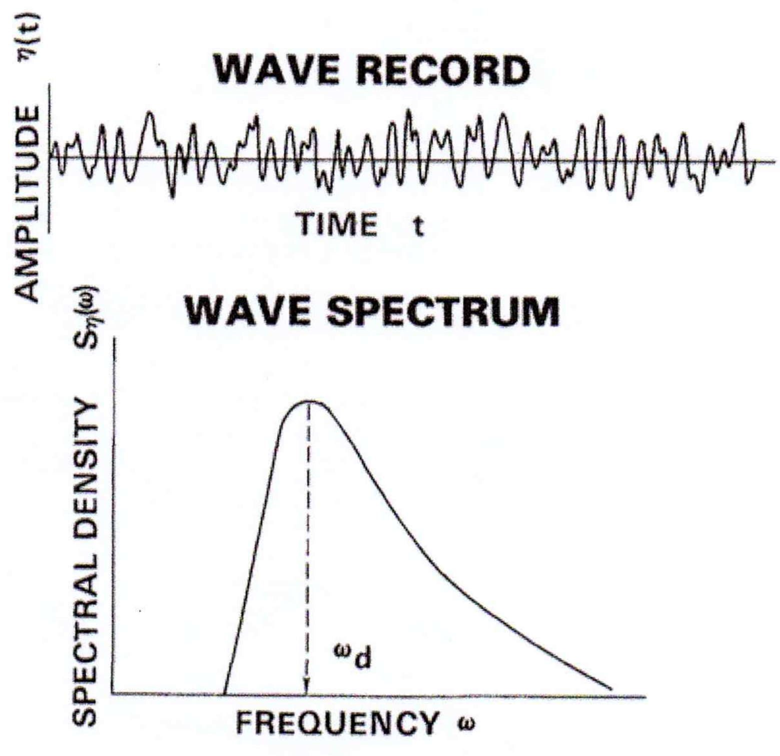

Ripples to chop
to wind waves
Fully developed
seas
Changing to
swell
Direction of
wave advance
Wind
Length of fetch


Wave Superpostion
Height (m)
Distance (m)


Wave Spectrum
Energy Density H^2/Hz
Frequency (Hz)



Zero Crossing Wave

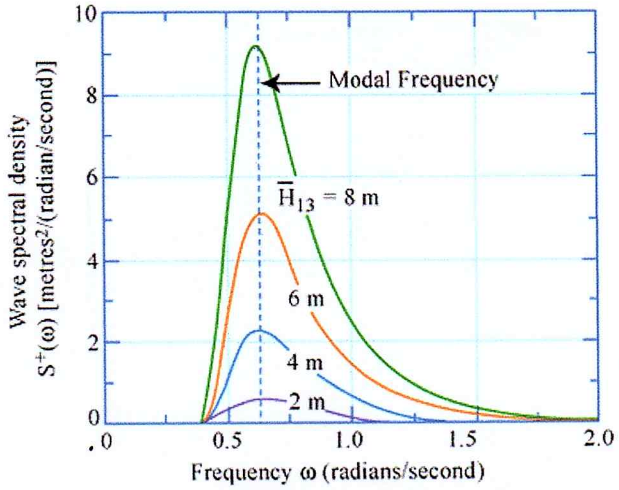


DERIVED PROPERTIES

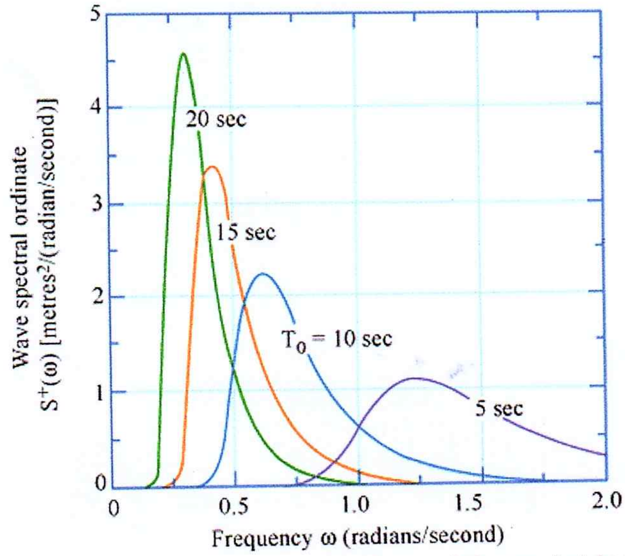
$m_K = \int_0^\infty \omega^K \, S_\eta(\omega)\, d\omega$, THE Kth SPECTRAL MOMENT

$T_d = 2\pi/\omega_d$, THE DOMINANT SPECTRAL PERIOD

$\sigma^2 = m_o$, THE VARIANCE OF WAVE RECORD $\eta(t)$

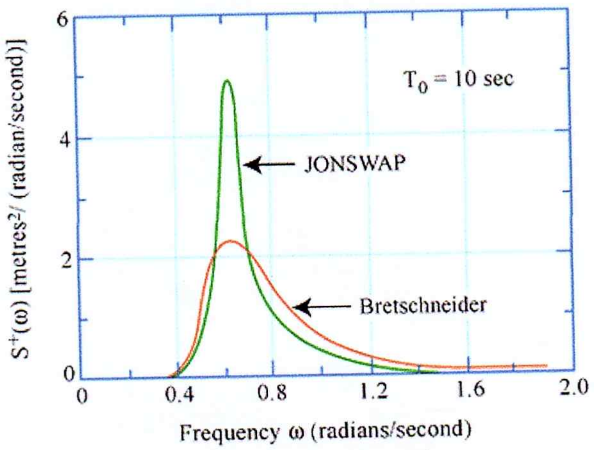


Bretschneider wave energy spectra; modal period T_0 = 10 seconds.



Bretschneider wave energy spectra; characteristic wave height 4 metres.

The JONSWAP spectrum is thus a distortion of the Bretschneider spectrum specified in terms of the characteristic wave height & the model period.



JONSWAP & Bretschneider spectra; significant wave height 4 metres.