

Τάσεις λόγω απλής κάμψης-Επίπεδο φόρτισης περιέχει άξονα συμμετρίας της διατομής



Ισορροπία δυνάμεων στη x-διεύθυνση

$$\int \sigma_x dA = 0$$

Ισορροπία ροπών στη y-διεύθυνση

$$\int z \sigma_x dA = 0$$

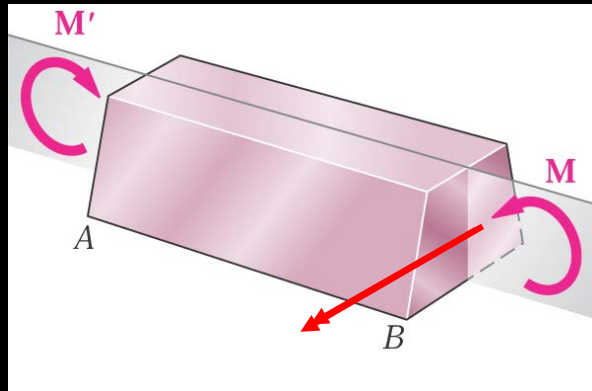
Ισορροπία ροπών στη z-διεύθυνση

$$\int (-y \sigma_x dA) = M$$

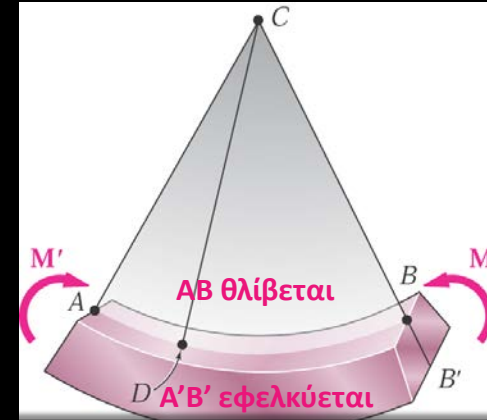
Η κατανομή των ορθών τάσεων δεν μπορεί να προσδιοριστεί εκ των εξισώσεων ισορροπίας



Παραμορφώσεις λόγω κάμψεως



Κάμψη συμμετρικής δοκού υπό την επιβολή συστήματος ίσων και αντιθέτων Ροπών στο επίπεδο συμμετρίας



Η δοκός διατηρείται συμμετρική κατά τη παραμόρφωση

Ανάπτυξη ομοιόμορφης ροπής



Σταθερή καμυλότητα

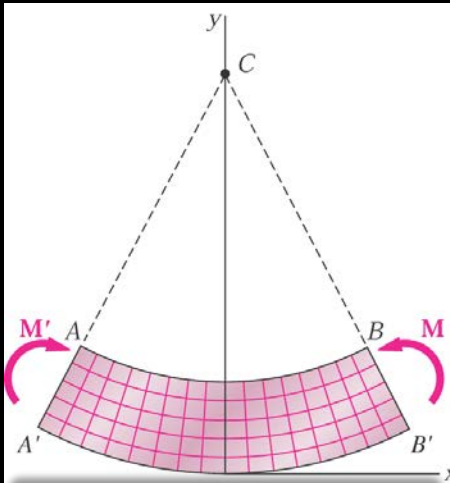
Ευθ. τμήμα AB πριν τη παραμόρφωση



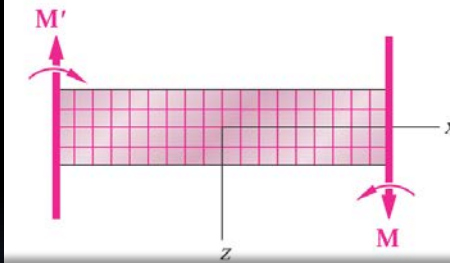
τόξο κύκλου μετά τη παραμόρφωση

Αφού AB εφελκύεται, A'B' θλίβεται, κάπου στο εσωτερικό της δοκού υπάρχει επιφάνεια παράλληλη στο άνω και κάτω πέλμα όπου παραμορφώσεις και συνεπώς τάσεις είναι μηδέν (Ουδέτερη επιφάνεια)

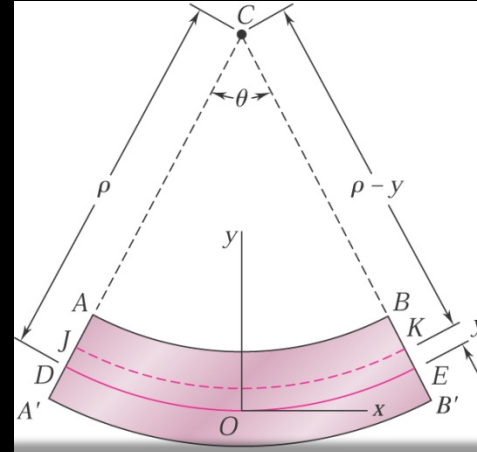




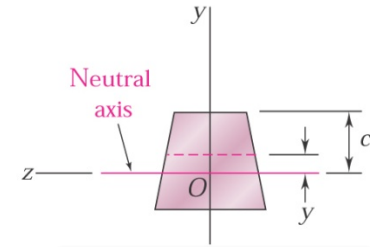
Διαμήκης τομή στο επίπεδο συμμετρίας



Κάτοψη



Διαμήκης τομή στο επίπεδο συμμετρίας



Εγκάρσια τομή

ρ ακτίνα καμπυλότητας DE (πάνω στον ουδέτερο άξονα)
 θ γωνία μεταξύ τομών κατά τη παραμόρφωση
 $L = \rho\theta$ (μήκος DE πριν = μήκος DE μετά τη παραμόρφωση)

Εξέταση JK $L' = (\rho - y)\theta$ $\delta = L' - L = (\rho - y)\theta - \rho\theta = -y\theta$

Ανηγγμένη ορθή παραμόρφωση

$$\epsilon_x = \frac{\delta}{L\rho} = -\frac{y}{L\rho}$$



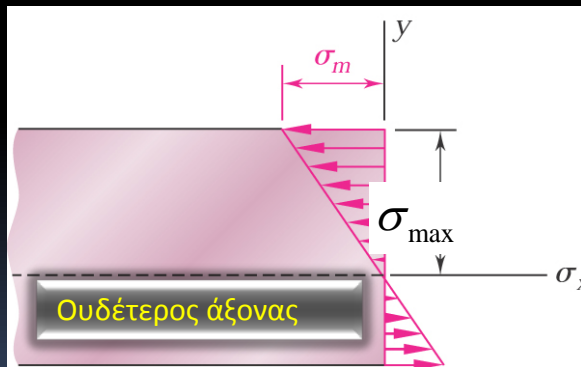
Προσδιορισμός του Ο.Α της διατομής

Ο.Α= άξονας περί του οποίου στρέφεται η διατομή κατά τη κάμψη ως στερεό επίπεδο

Για ομογενές υλικό που αποκρίνεται στη γραμμική ελαστική περιοχή

$$\sigma_x = E \varepsilon_x$$

$$\varepsilon_x = \frac{\delta}{L\rho} = -\frac{y}{\rho} \xrightarrow[\text{για } y=y_{\max}=c]{\text{για}} \varepsilon_{\max} = \frac{c}{\rho} \xrightarrow{\text{για}} \varepsilon_x = -\frac{y}{c} \varepsilon_{\max} \xrightarrow{\text{για}} \sigma_x = -\frac{y}{c} \sigma_{\max}$$



$$\int \sigma_x dA = 0 \rightarrow \int dA \frac{y}{c} \sigma_{\max} = \frac{\sigma_{\max}}{c} \int y dA = 0 \rightarrow \int y dA = 0$$

Ο.Α διέρχεται του κ.β

Αρα: Ο.Α κάθετος στο επίπεδο φορτίσεως και διερχόμενος του κ.β (πάντα κύριος κεντροβαρικός)



Ο Ο.Α της διατομής συμπίπτει με τον άξονα του διανύσματος της ροπής εάν και μόνο εάν το M έχει τη διεύθυνση ενός των κυρίων κεντροβαρικών αξόνων (ή διαφορετικά το επίπεδο φόρτισης περιέχει τον άξονα συμμετρίας διατομής)

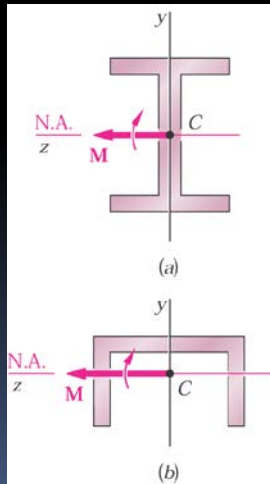
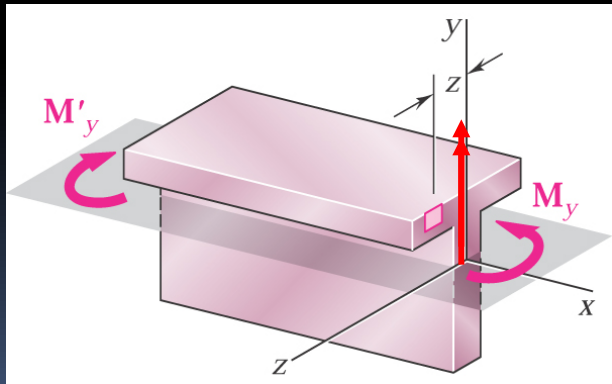
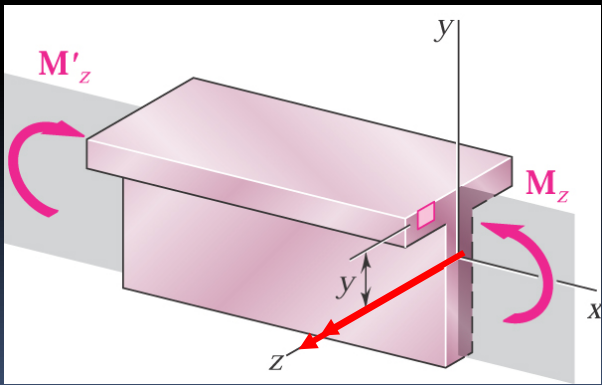
επίπεδο φόρτισης περιέχει άξονα συμμετρίας



Απλή κάμψη επί του επιπέδου φόρτισης



Ο.Α. // διανύσματος ροπής



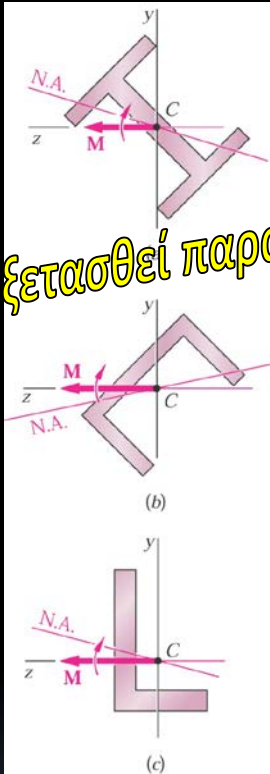
επίπεδο φόρτισης δεν περιέχει κύριο κ.β άξονα
ή η διατομή δεν έχει άξονα συμμετρίας



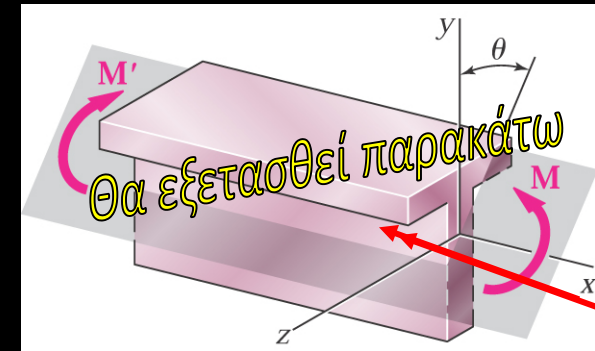
Μη συμμετρική κάμψη (Διαξονική κάμψη)



Ο.Α. Δεν είναι παράλληλος του διανύσματος ροπής



Θα εξετασθεί παρακάτω



Θα εξετασθεί παρακάτω



Εκφραση ορθών τάσεων από απλή κάμψη

$$\int (-y\sigma_x dA) = M \rightarrow \int (-y)\left(-\frac{y}{c}\right)\sigma_{\max} dA = M \rightarrow \frac{\sigma_{\max}}{c} \int y^2 dA = M \rightarrow \sigma_{\max} = \frac{M}{I}c$$

$$\sigma_x = -\frac{y}{c}\sigma_{\max} \rightarrow \sigma_x = -\frac{M}{I}y$$

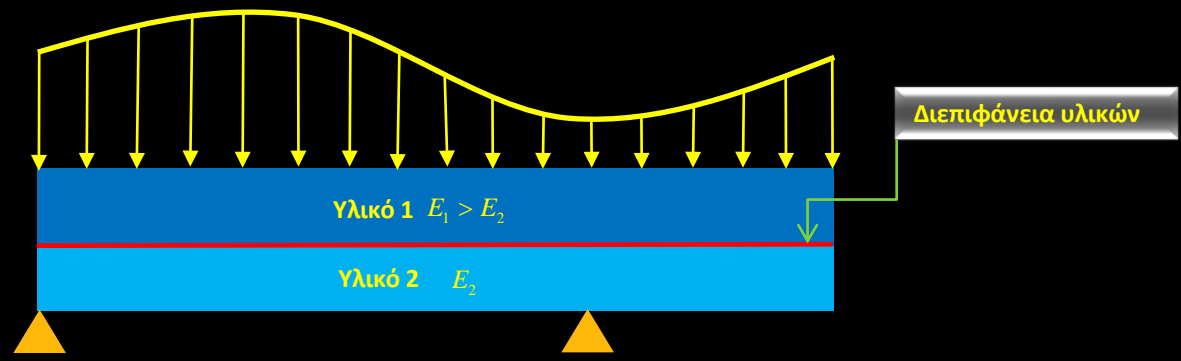


y απόσταση από Ο.Α
 I ροπή αδρανείας διατομής άξονα καθέτου στο επίπεδο φόρτισης = ως προς άξονα // διανύσματος ροπής



Απλή κάμψη σύνθετων διατομών

Σκοπός κατασκευής
 •Αύξηση δυσκαμψίας
 •Αύξηση αντοχής



Τα δύο τμήματα υλικού μέσω της διεπιφάνειας τους συνδέονται με χημικά ή/και μηχανικά μέσα ώστε η δοκός να συμπεριφέρεται ως ενιαία και τη παραμόρφωση

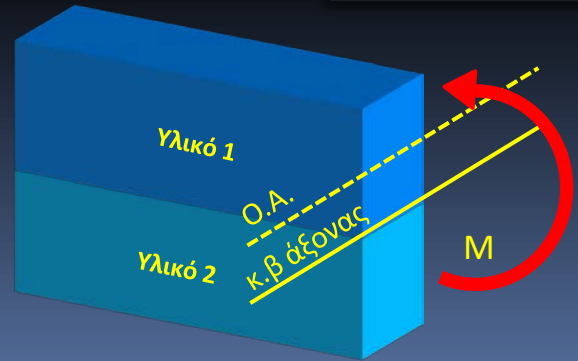
$$\sigma_x = \frac{|M|}{I} y$$

Ο τύπος ισχύει ως έχει για ομογενείς διατομές (ενός υλικού)

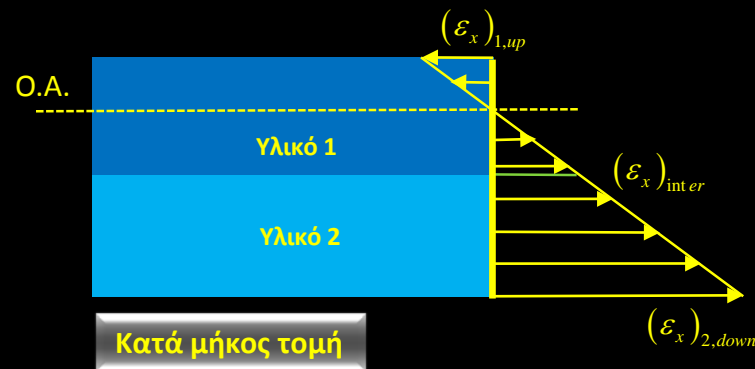
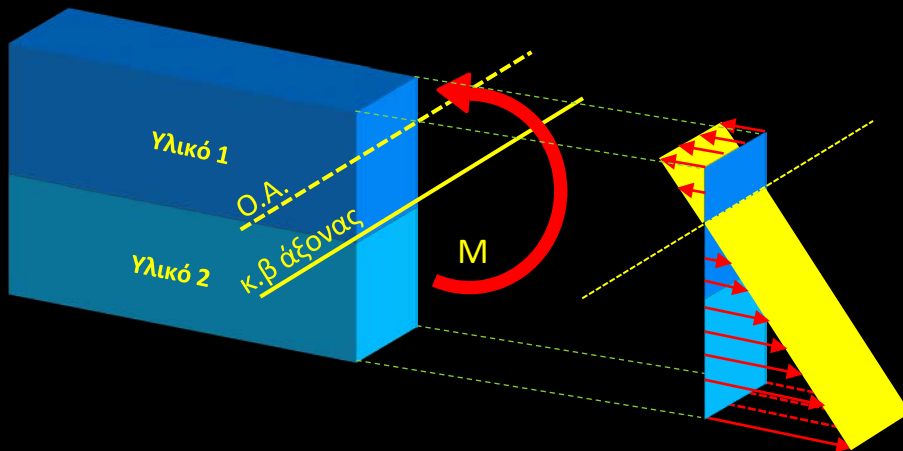
Κατά τη κάμψη οι διατομές διατηρούν την επιπεδότητα τους



Γραμμική κατανομή ορθών παραμορφώσεων ως προς τον Ο.Α. (Δεν διέρχεται του κ.β)

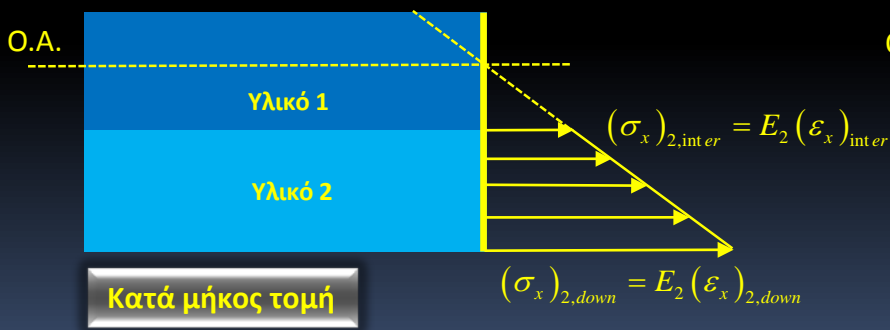


Κατανομή ορθών παραμορφώσεων

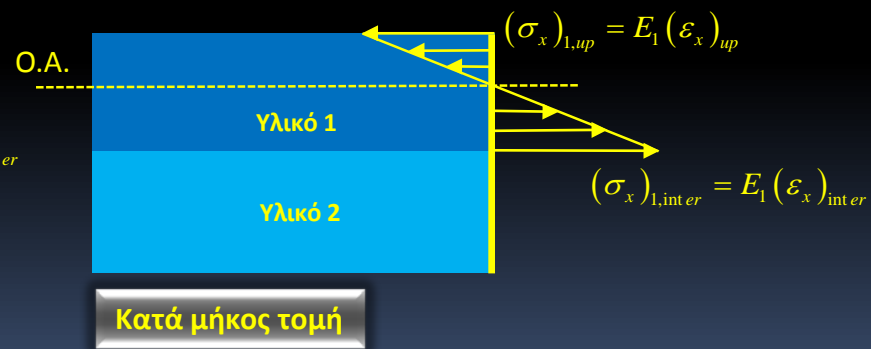


Κατά μήκος τομή

Κατανομή καμπτικών τάσεων

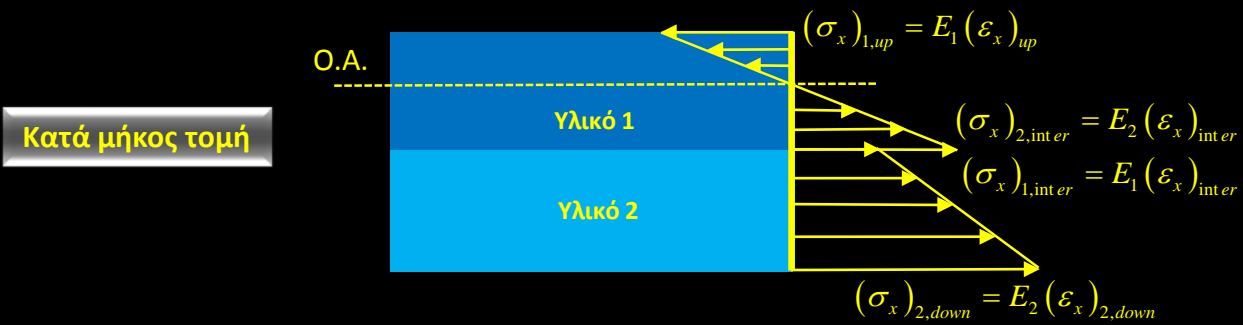


Κατά μήκος τομή



Κατά μήκος τομή





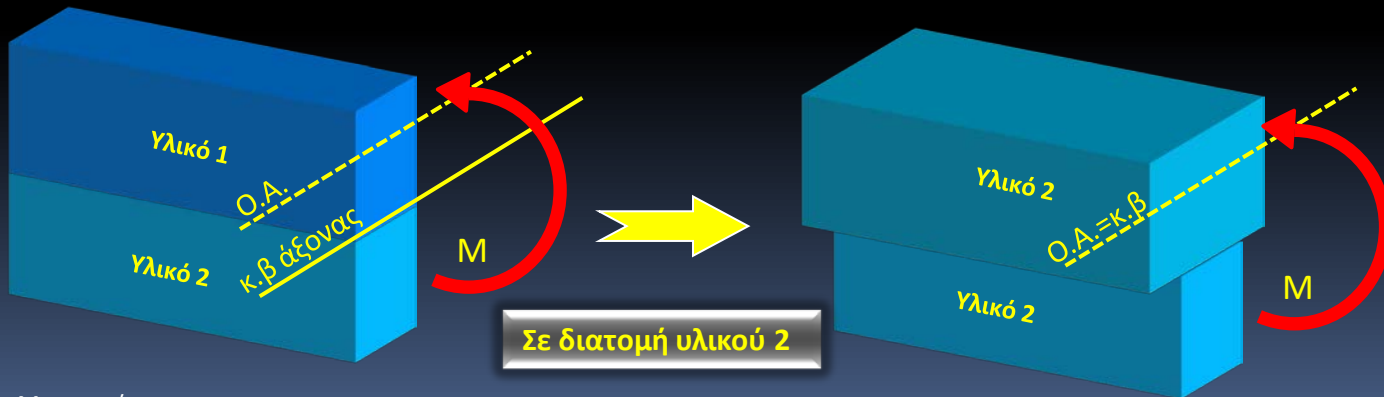
Μεθοδολογία υπολογισμού

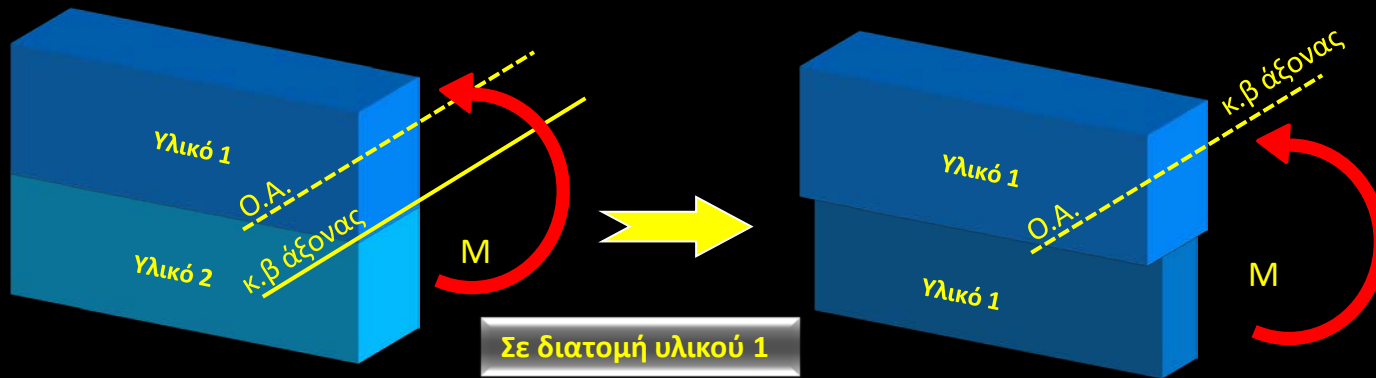


Μέθοδος Μετασχηματισμού διατομής



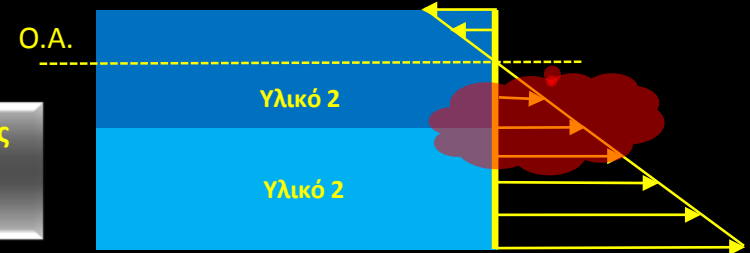
Διατηρώντας τα αρχικά ύψη των υλικών μετασχηματίζουμε την αρχική σε νέα διατομή αποτελούμενη από ένα και μόνο υλικό (Συνήθως το λιγότερο δύσκαμπτο-εδώ με E2)





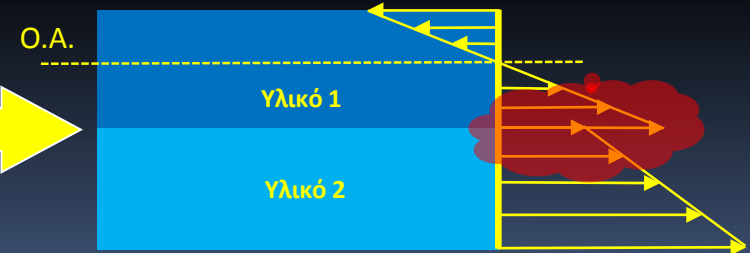
Κατανομή καμπτικών τάσεων καθ' ύψος της
ισοδύναμης διατομής
Παρατηρείστε τη γραμμική μεταβολή τους

Τάσεις στην ισοδύναμη διατομή



Κατά μήκος τομή

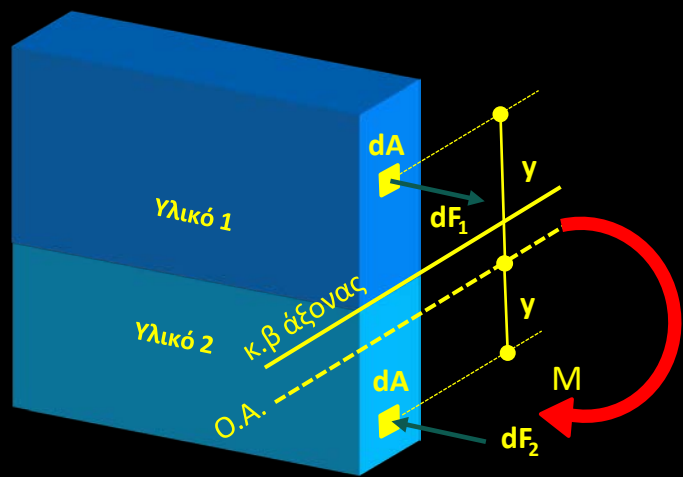
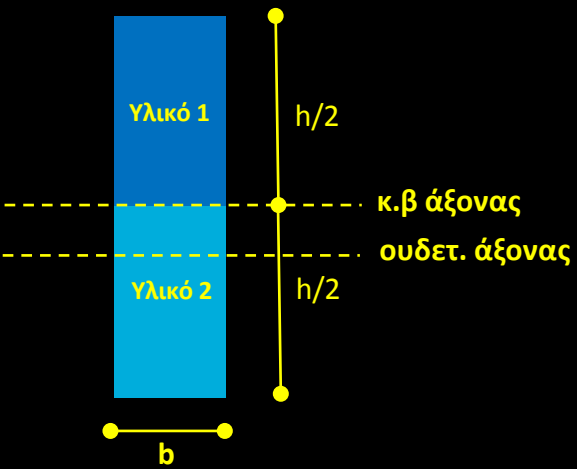
Πραγματική κατανομή τάσεων



Οι τάσεις στη διεπιφάνεια των υλικών
προκύπτουν ίσες στην ισοδύναμη διατομή
σε αντίθεση με τις πραγματικές τάσεις οι οποίες
εμφανίζουν άλμα



Μεθοδολογία υπολογισμού σύνθετων διατομών



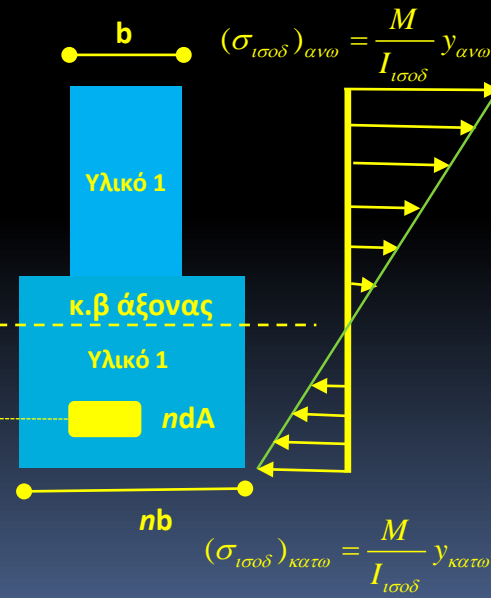
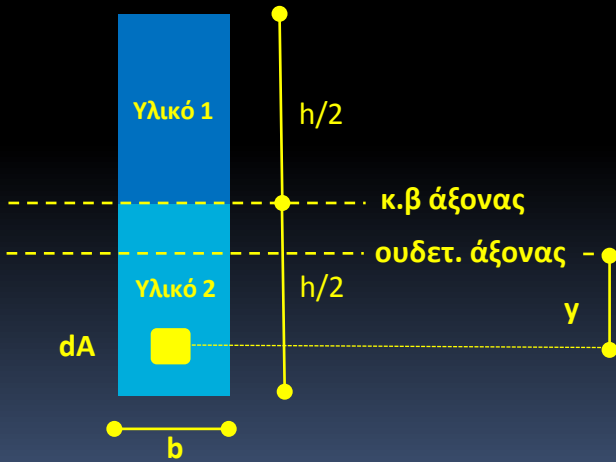
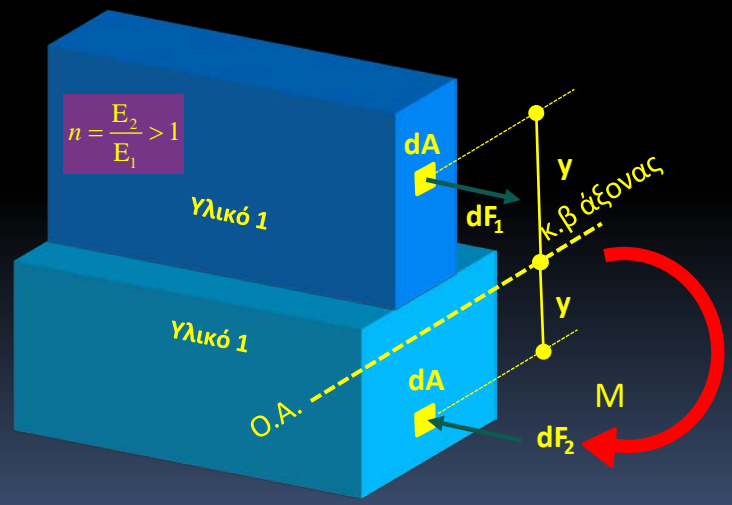
$$dF_1 = \sigma_x(y) dA = E_1 \epsilon_x dA = E_1 \frac{y}{\rho} dA$$

$$dF_2 = \sigma_x(y) dA = E_2 \epsilon_x dA = E_2 \frac{y}{\rho} dA$$

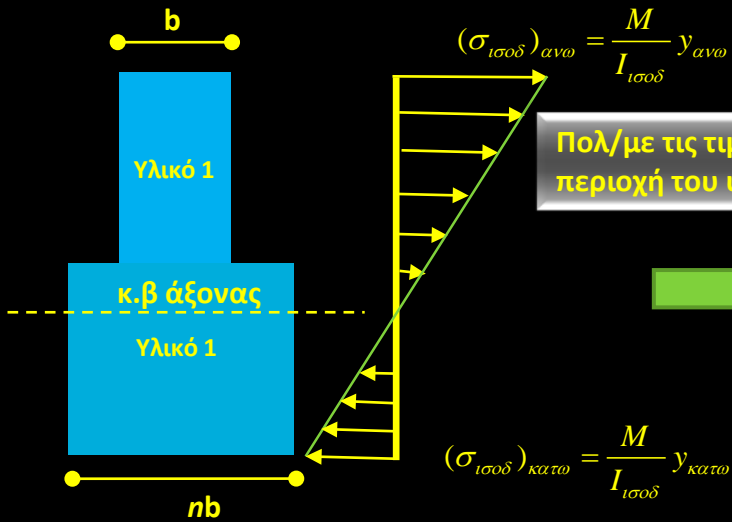
Θέτουμε $n = \frac{E_2}{E_1}$

$$dF_2 = n E_1 \frac{y}{\rho} dA = E_1 \frac{y}{\rho} (n dA)$$

Τάσεις στην ισοδύναμη διατομή

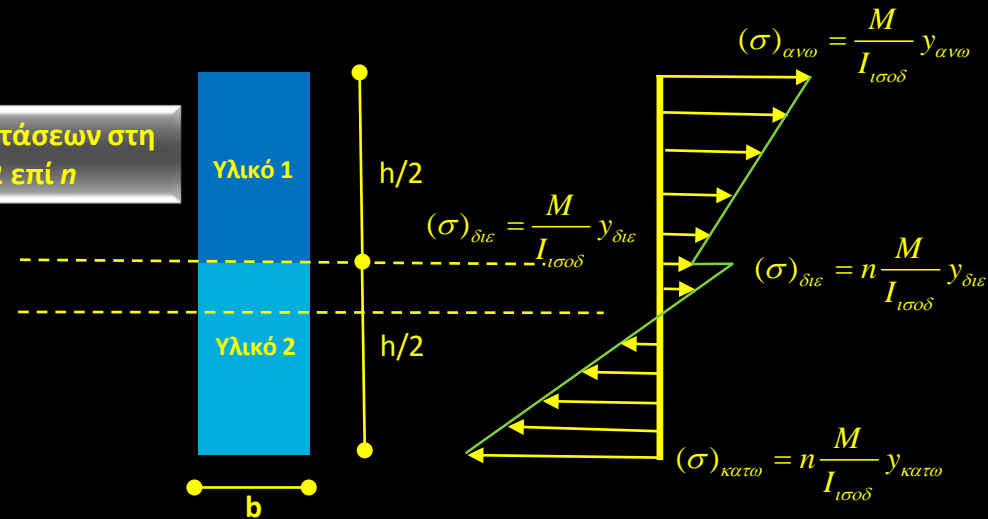


Τάσεις στην ισοδύναμη διατομή



Πολ/με τις τιμές των τάσεων στη περιοχή του υλικού 2 επί *n*

Τάσεις στην πραγματική διατομή



Άσκηση για επίλυση

Να σχεδιαστεί η κατανομή των καμπτικών τάσεων στη σύνθετη διατομή, όταν $E(\xi\acute{\upsilon}\lambda\omicron)=12\text{GPa}$ και $E(\chi\acute{\alpha}\lambda\upsilon\beta\alpha\varsigma)=200\text{GPa}$

