

Ασκήσεις Επανάληψης

Διαφορικών Εξισώσεων

Β' Μαχίμων Ι
Β' Μηχανικών
2024-2025

Άσκησης Επανάληψης Διαφορικών Εξισώσεων

Να λυθούν οι κάτωθι Διαφορικές Εξισώσεις

1. $(2xy^2 + 1) + 2x^2y y' = 0$

Απάντηση $x^2y^2 + x = C$

2. $\left(2xy - \frac{1}{\sin^2 x}\right) + (x^2 + 2y) y' = 0$

Απ. $x^2y + \frac{1}{\tan x} + y^2 = C$

3. $(2x\bar{y}^{-1} + 2ye^{2x} - 1) + (e^{2x} + y^2 - x\bar{y}^{-2}) y' = 0$

Απ. $x^2\bar{y}^{-1} + ye^{2x} - x + \frac{y^3}{3} = C$

4. $(x + 3x^3 \sin y) + (x^4 \cos y) y' = 0.$

Να αποδειχθεί ότι $\mu(x, y) = \frac{1}{x}$ είναι ένας
ολοκλήρων παράγοντας και στη συνέχεια

να λυθεί η Δ. Ε

Απ. $x + x^3 \sin y = C$

Να λυθούν τα ακόλουθα Π.Α.Τ. (5-9)

5. $y' - \frac{1}{x} y = x e^x, \quad y(1) = e - 1$

6. $y' + 4y - e^{-x} = 0, \quad y(0) = \frac{4}{3}$

7. $x^2 y' + 3xy = x^4 \ln x + 1, \quad y(1) = 0$

8. $y' + \frac{3}{x} y + 2 = 3x, \quad y(1) = 1$

9. $(\cos x) y' + \sin x y = 2x \cos^2 x,$

$$y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{-15\sqrt{2} \pi^2}{32}$$

10. Να λυθεί το Π.Α.Τ.

$$y' + y = \sqrt{1 + \cos^2 x}, \quad y(1) = 4.$$

Στη συνέχεια να βρεθεί η τιμή $y(2)$.

Να βρεθεί η γενική λύση των κάτωθι

Δ.Ε. (11-14)

$$11. xy' + 2y = x^{-3}$$

$$12. x^2 y' + \sin x - y = 0$$

$$13. (1-x^2)y' - x^2 y = (1+x)\sqrt{1-x^2}$$

$$14. xy' + 3(y+x^2) = \frac{\sin x}{x}$$

$$15. \text{ Να λυθεί το Π.Α.Τ. : } \frac{dy}{dx} = \frac{y-1}{x+3}, y(-1)=0$$

$$16. \text{ Να λυθεί η Δ.Ε. } y' = \frac{x-5}{y^2}$$

$$18. \text{ Να λυθεί το Π.Α.Τ. } \frac{dy}{dx} = \frac{2x+xy}{y^2+1}, y(1)=2$$

Να αποδειχθεί ότι οι ακόλουθες Δ.Ε.

δεν είναι πλήρεις, αλλά έχουν τον ανά

Δ.Ε ολοκληρώνοντα παράγοντα. Σημειώ-

έχεια να λυθούν (18-20)

$$18. x^2 y^3 + x(1+y^2) y' = 0, \quad \mu(x,y) = \frac{1}{xy^3}$$

$$19. \left(\frac{\sin y}{y} - 2e^{-x} \sin x \right) + \left(\frac{\cos y + 2e^{-x} \cos x}{y} \right) y' = 0$$

$$\mu(x,y) = ye^x$$

$$20. (x+2) \sin y + (x \cos y) y' = 0, \quad \mu(x,y) = xe^x$$

$$21. \text{Να λυθεί η Δ.Ε. } y' = \frac{y^2 + 2xy}{x^2}$$

$$22. \text{Να λυθεί το Π.Α.Τ.: } y' = \frac{x^2 + 3xy + y^2}{x^2},$$

$$y(2) = 1$$

$$23. \text{Να λυθεί η Δ.Ε. } y' = \frac{y^4 + 2xy^3 - 3x^2y^2 - 2x^3y}{2x^2y^2 - 2x^3y - 2x^4}$$

$$24. \text{Να λυθεί η Δ.Ε. } y' = \frac{2xy}{3y^2 - x^2}$$

$$25. \text{Να λυθεί η Δ.Ε. } y'' - 3y' - 4y = 3e^{2x}$$

26. Να λυθεί η Δ.Ε. $y'' - 3y' - 4y = 2\sin x$

27. Να λυθεί το Π.Α.Τ. $y'' - y = xe^{\frac{x}{2}}$

$$y(1) = 1, \quad y'(1) = 2$$

28. Να λυθεί η Δ.Ε. $y' - y - y^5 = 0$

29. Να λυθεί το Π.Α.Τ. $xy' + y = y^2 \ln x$,

$$y(1) = 3$$

30. Να λυθεί η Δ.Ε. $y' - \frac{1}{2x}y = 5x^2y^5$

31. Να λυθεί η Δ.Ε. $y' + \frac{1}{1-x^2}y = x\sqrt{y}$
