

Διαδοχική Απαλοιφή Αυστηρά Κυριαρχούμενων Στρατηγικών

ΘΕΩΡΙΑ ΠΑΙΓΝΙΩΝ

ΔΙΔΑΣΚΟΥΣΑ: Δ. ΚΟΥΛΟΥΜΠΟΥ

Διαδοχική Απαλοιφή Αυστηρά Κυριαρχούμενων Στρατηγικών – Παράδειγμα 1

- Έστω το σύνολο των παικτών $N = \{1,2\}$.
- Το σύνολο των στρατηγικών του παίκτη 1 είναι $X_1 = \{A_1, B_1, \Gamma_1\}$ και του παίκτη 2 είναι $X_2 = \{A_2, B_2, \Gamma_2\}$.
- Οι αποδόσεις των δύο παικτών φαίνονται στον παρακάτω **πίνακα αποδόσεων**.

Παράδειγμα 1

	A_2	B_2	Γ_2
A_1	3, 2	1, 1	1, 0
B_1	1, 3	0, 2	0, 4
Γ_1	2, -1	-1, 3	2, 0

Παράδειγμα 1

- Ως πρώτο βήμα παρατηρούμε ότι η στρατηγική A_1 του παίκτη 1 κυριαρχεί αυστηρά επί της στρατηγικής B_1 .
- Αυτό ισχύει διότι:

$$u_1(A_1, A_2) = 3 > 1 = u_1(B_1, A_2)$$

$$u_1(A_1, B_2) = 1 > 0 = u_1(B_1, B_2)$$

$$u_1(A_1, \Gamma_2) = 1 > 0 = u_1(B_1, \Gamma_2)$$

	A_2	B_2	Γ_2
A_1	3, 2	1, 1	1, 0
B_1	1, 3	0, 2	0, 4
Γ_1	2, -1	-1, 3	2, 0

Παράδειγμα 1

- Ο παίκτης 1 συνεπώς δεν θα χρησιμοποιήσει την στρατηγική B_1 . **Αυτό αποτελεί κοινή γνώση.**
- Δηλαδή:
 - ο παίκτης 2 γνωρίζει ότι ο παίκτης 1 δεν θα χρησιμοποιήσει την B_1 .
 - Επίσης ο παίκτης 1 γνωρίζει ότι ο παίκτης 2 γνωρίζει την μη επιλογή της B_1 κ.ο.κ

Παράδειγμα 1

Συνεπώς, η στρατηγική B_1 μπορεί να απαλειφθεί από το παίγνιο ως μία στρατηγική η οποία δεν θα επιλεχθεί.

Το παίγνιο μετά τη διαγραφή της κυριαρχούμενης στρατηγικής B_1 :

	A_2	B_2	Γ_2
A_1	3, 2	1, 1	1, 0
Γ_1	2, -1	-1, 3	2, 0

Παράδειγμα 1

- Στο απλοποιημένο παίγνιο η στρατηγική B_2 του παίκτη 2 κυριαρχεί αυστηρά επί της στρατηγικής Γ_2 , εφόσον

$$u_2(A_1, B_2) = 1 > 0 = u_2(A_1, \Gamma_2) \text{ και} \\ u_2(\Gamma_1, B_2) = 3 > 0 = u_2(\Gamma_1, \Gamma_2).$$

Συνεπώς η στρατηγική Γ_2 απαλείφεται.

	A_2	B_2	Γ_2
A_1	3, 2	1, 1	1, 0
Γ_1	2, -1	-1, 3	2, 0

Παράδειγμα 1

Σημείωση:

Η κυριαρχία της Γ_2 έναντι της B_2 του παίκτη 2 δεν ίσχυε πριν την απαλοιφή της στρατηγικής B_1 του παίκτη 1.

Παράδειγμα 1

- Το γεγονός της κυριαρχίας της Γ_2 έναντι της B_2 **συνιστά και πάλι κοινό τόπο.**
- Το παίγνιο μετά τη διαγραφή και της στρατηγικής Γ_2 , μειώνεται στο παρακάτω

Παράδειγμα 1

Το παίγνιο μετά την απαλοιφή των στρατηγικών B_1 και Γ_2 :

	A_2	B_2
A_1	3, 2	1, 1
Γ_1	2, -1	-1, 3

Παράδειγμα 1

- Πλέον η στρατηγική A_1 του παίκτη 1 κυριαρχεί αυστηρά επί της στρατηγικής Γ_1 , εφόσον

$$u_1(A_1, A_2) = 3 > 2 = u_1(\Gamma_1, A_2) \text{ και} \\ u_1(A_1, B_2) = 1 > -1 = u_1(\Gamma_1, B_2).$$

Συνεπώς η στρατηγική Γ_1 απαλείφεται.

	A_2	B_2
A_1	3, 2	1, 1
Γ_1	2, -1	-1, 3

Παράδειγμα 1

- Το γεγονός αυτό και πάλι συνιστά κοινό τόπο.
- Το παίγνιο μετά τη διαγραφή και της στρατηγικής Γ_1 , μειώνεται στο παρακάτω.

Παράδειγμα 1

Το παίγνιο μετά την απαλοιφή των στρατηγικών

B_1 , G_2 και G_1 :

	A_2	B_2
A_1	3, 2	1, 1

Παράδειγμα 1

- Ως τελευταίο βήμα απαλείφουμε την στρατηγική B_2 αφού στο μικρότερο παίγνιο η στρατηγική A_2 του παίκτη 2 κυριαρχεί αυστηρά επί της στρατηγικής B_2 , εφόσον

$$u_2(A_1, A_2) = 2 > 1 = u_1(A_1, B_2) \text{ και}$$
$$u_1(A_1, B_2) = 1 > 1 = u_1(\Gamma_1, B_2)$$

	A_2	B_2
A_1	3, 2	1, 1

Παράδειγμα 1

Άρα η μέθοδος της διαδοχικής απαλοιφής αυστηρά κυριαρχούμενων στρατηγικών οδηγεί στο ζεύγος στρατηγικών (A_1, A_2) .

	A_2
A_1	3, 2

Παράδειγμα 1

	A_2	B_2	Γ_2
A_1	3, 2	1, 1	1, 0
B_1	1, 3	0, 2	0, 4
Γ_1	2, 1	1, 2	2, 0

Παράδειγμα 1

- Στην περίπτωση που η μέθοδος της διαδοχικής απαλοιφής αυστηρά κυριαρχούμενων στρατηγικών οδηγεί σε ένα μοναδικό ζεύγος στρατηγικών λέμε ότι **το παίγνιο είναι επιλύσιμο με την μέθοδο των αυστηρά κυριαρχούμενων στρατηγικών (dominance solvable).**

Κυρίαρχες – Κυριαρχούμενες Στρατηγικές– Άσκηση

- Έστω το σύνολο των παικτών $N = \{1,2,3\}$.
- Το σύνολο των στρατηγικών του παίκτη 1 είναι $X_1 = \{A_1, B_1, \Gamma_1\}$, του παίκτη 2 είναι $X_2 = \{A_2, B_2, \Gamma_2\}$ και του παίκτη 3 είναι $X_3 = \{A_3, B_3\}$
- Οι αποδόσεις των δύο παικτών φαίνονται στους παρακάτω **πίνακες αποδόσεων**. (Ο παίκτης 1, επιλέγει γραμμές, ο παίκτης 2, επιλέγει στήλες, ο παίκτης 3 επιλέγει πίνακα).

Άσκηση

	A_2	B_2	Γ_2
A_1	2, 0, 2	0, 1, 0	1, 2, 1
B_1	0, 0, 2	-1, 1, 0	0, 0, 2
Γ_1	0, 2, 2	-1, 3, 1	-1, 1, 1
	A_3		

	A_2	B_2	Γ_2
A_1	2, 3, 1	0, 4, -1	0, 3, 0
B_1	3, 1, 1	1, 2, -1	0, 0, 1
Γ_1	3, 1, 0	1, 2, 0	1, 1, 0
	B_3		

Άσκηση

- A. Ποια είναι η κυρίαρχη στρατηγική του παίκτη 3;
- B. Αφού διαγράψετε τον κατάλληλο πίνακα, να βρείτε ποια στρατηγική του παίκτη 1 κυριαρχεί επί των άλλων δύο.
- C. Σε ποιο συνδυασμό οδηγηθήκατε με την μέθοδο της διαδοχικής απαλοιφής αυστηρά κυριαρχούμενων στρατηγικών;

Συνοπτική Λύση

	A_2	B_2	Γ_2
A_1	2, 0, 2	0, 1, 0	1, 2, 1
B_1	0, 0, 2	1, 1, 0	0, 0, 2
Γ_1	0, 2, 2	1, 0, 1	1, 1, 1

A_3

	A_2	B_2	Γ_2
A_1	2, 3, 1	0, 4, -1	0, 3, 0
B_1	3, 1, 1	1, 2, -1	0, 0, 1
Γ_1	3, 1, 0	1, 2, 0	1, 1, 0

B_3

Βιβλιογραφία

- Γ. Σταματόπουλος, Θεωρία Παιγνίων, Ελληνικά Ακαδημαϊκά Ηλεκτρονικά Συγγράμματα και Βοηθήματα. www.kallipos.gr