

Σκέψεις πάνω στην αξιωματική θεμελίωση της Νευτώνειας Μηχανικής



Η απόλυτη ισχύς της Νευτώνειας Μηχανικής αμφισβητήθηκε τόσο από την Κβαντομηχανική, όσο και από τη Σχετικότητα. Και όμως, το δημιούργημα του Νεύτωνα είναι ακόμα ανοιχτό σε σημαντικές θεωρητικές διερευνήσεις και αξιωματικές αναθεωρήσεις!



Κώστας Παπαχρήστου

SHARE IT

Στο εισαγωγικό μάθημα της κλασικής Μηχανικής, οι πρωτοετείς μου καταφέρνουν συχνά να με εντυπωσιάζουν. Έχοντας πρόσφατη την εμπειρία των πανελλήνιων εξετάσεων και ζωντανές ακόμα στο μυαλό τους τις γνώσεις που αποκόμισαν από το λύκειο, μπορούν να λύσουν τις πιο στρυφνές και απαιτητικές ασκήσεις με τόση ευκολία που, ομολογώ, κι εμένα ακόμα με τρομάζει!

Από την άλλη, εισπράττω ενδιαφέρουσες απαντήσεις σε ερωτήματα εννοιολογικής φύσης. Για παράδειγμα, όταν ζητώ την διατύπωση του *Νόμου της Αδράνειας* με βάση εκείνα που γνωρίζουν από το λύκειο, οι περισσότεροι αναφέρονται στην αντίσταση των υλικών σωμάτων σε κάθε προσπάθεια μεταβολής της κινητικής τους κατάστασης. Όταν αντιλέγω ότι αυτό *ορίζει* τι είναι αδράνεια αλλά δεν διατυπώνει τον νόμο που την αφορά, γίνονται πιο συγκεκριμένοι: «*Κάθε σώμα έχει την τάση να διατηρεί την κινητική του κατάσταση αν πάνω του δεν ασκείται ολική δύναμη διάφορη του μηδενός.*»

Ωραία, θα πείτε, μην τα βασανίζεις άλλο τα παιδιά, καλά σου τα είπαν τώρα! Όμως, ο υποχόνδριος και ξενέρωτος δάσκαλος επιμένει: Κινητική κατάσταση *ως προς τι*; Και, σε σχέση με *ποιους παρατηρητές*; Όλους, γενικά, ή κάποιους με πολύ συγκεκριμένες ιδιότητες;

Είναι τότε η ώρα να μιλήσουμε για τον λεγόμενο *αδρανειακό παρατηρητή*. Κάποιον, δηλαδή, ως προς τον οποίο ένα *ελεύθερο σώματιο* (ένα σώματιο που δεν του ασκούνται δυνάμεις) είτε κινείται με σταθερή ταχύτητα (ευθύγραμμο και ομαλό) είτε δεν κινείται καθόλου. Αυτός και μόνο αυτός έχει το δικαίωμα να χρησιμοποιεί στο δικό του σύστημα συντεταγμένων (*αδρανειακό σύστημα αναφοράς*) τους **νόμους του Νεύτωνα** (Isaac Newton, 1643–1727) και, ειδικά, τον Πρώτο Νόμο, αυτόν της Αδράνειας.

Βέβαια, δεν μπορεί κάποιος να απαιτήσει από παιδιά που μόλις τέλειωσαν το λύκειο να έχουν απόλυτα ξεκαθαρίσει μέσα τους λεπτές έννοιες της Μηχανικής που έχουν φέρει σε δύσκολη θέση γενιές Φυσικών! Έννοιες που συνεχίζουν να προβληματίζουν τον σκεπτόμενο φοιτητή των θετικών επιστημών στα μεγαλύτερα πανεπιστήμια του κόσμου...

Γράμμα από έναν Αμερικανό φοιτητή

Πριν μερικά χρόνια έλαβα ένα *email* από έναν ιδιαίτερα ευφυή και φιλομαθή φοιτητή θετικών επιστημών σε Πανεπιστήμιο του Τέξας. Έχοντας διαβάσει κάποιο δημοσιευμένο παιδαγωγικό άρθρο μου πάνω στη Νευτώνεια Μηχανική [1] απευθύνθηκε σε εμένα με ένα σχεδόν εναγώνιο ερώτημα: Είναι οι τρεις νόμοι του Νεύτωνα αληθινά ανεξάρτητοι μεταξύ τους, ή μήπως ο πρώτος νόμος δεν είναι παρά ειδική περίπτωση του δεύτερου;

Σε κάποιους Φυσικούς, ιδιαίτερα αυτούς που διδάσκουν κλασική Μηχανική, το ερώτημα ίσως φαίνεται στοιχειώδες. Σπεύδω, εν τούτοις, να σημειώσω ότι το ζήτημα της ανεξαρτησίας των Νευτώνειων νόμων έχει προκαλέσει μεγάλη σύγχυση από την εποχή ακόμα του Νεύτωνα. Μάλιστα, έτυχε πρόσφατα να διαβάσω εκπαιδευτικό άρθρο σε κάποιο πανεπιστημιακό site του εξωτερικού, το οποίο άρθρο μεταξύ άλλων ανέφερε ότι ο νόμος της αδράνειας (ο πρώτος νόμος) είναι άμεση συνεπαγωγή του δεύτερου νόμου. Ο καλός φοιτητής, λοιπόν, απλά έπεσε θύμα της παραπάνω σύγχυσης που, ως φαίνεται, καλά κρατεί!

Του απάντησα αμέσως εξηγώντας του ότι, χωρίς τον πρώτο νόμο, ο δεύτερος θα έχανε τη σημασία του. Ή μάλλον, θα ήταν εντελώς λανθασμένος στη διατύπωσή του, αφού θα έδινε την εντύπωση μιας γενικής αρχής που ισχύει ανεξάρτητα από την κινητική κατάσταση του παρατηρητή, πράγμα που ασφαλώς δεν ισχύει. Με άλλα λόγια, ο νόμος της αδράνειας ορίζει το «τερέν» μέσα στο οποίο διατυπώνεται και ισχύει ο δεύτερος νόμος. Όπως έγραψα στον φοιτητή, το να εφαρμόζουμε τον δεύτερο νόμο χωρίς να λαμβάνουμε υπόψη τον πρώτο, είναι σαν να επιχειρούμε να παίξουμε ποδόσφαιρο χωρίς να διαθέτουμε γήπεδο ποδοσφαίρου!

Ο νόμος της αδράνειας, λοιπόν, δεν είναι απόρροια αλλά, κατά κάποιον τρόπο, *προϋπόθεση ισχύος* του δεύτερου νόμου. Τα ερωτήματα όμως δεν σταματούν εδώ: Ακόμα κι αν δεχθούμε την ανεξαρτησία των νόμων του Νεύτωνα μεταξύ τους, είναι το σύστημα των τριών αυτών νόμων *επαρκές* ως βάση για την ανάπτυξη της κλασικής θεωρίας;

Πριν προχωρήσουμε, ας δούμε τους νόμους συνοπτικά...

Οι Νόμοι του Νεύτωνα, όπως τους ξέρουμε

Ο *Πρώτος Νόμος* (νόμος της αδράνειας) εγγυάται την ύπαρξη *αδρανειακών συστημάτων αναφοράς*. Ως τέτοιο σύστημα εννοούμε ένα σύστημα συντεταγμένων ως προς το οποίο ένα ελεύθερο σωματίο (σωμάτιο που δεν του ασκούνται δυνάμεις) κινείται με σταθερή ταχύτητα (ή, ισοδύναμα, χωρίς επιτάχυνση).

Ο *Δεύτερος Νόμος* ορίζει ότι, *ως προς ένα αδρανειακό σύστημα αναφοράς*, η επιτάχυνση ενός σωματιδίου είναι ανάλογη της ολικής δύναμης που ασκείται πάνω του.

Σύμφωνα με τον *Τρίτο Νόμο* ή *νόμο δράσης-αντίδρασης*, όταν δύο σωματίδια αλληλεπιδρούν, οι δυνάμεις που ασκεί το ένα στο άλλο είναι ίσου μέτρου και αντίθετης κατεύθυνσης.

Όμως, ποια είναι η «ολική δύναμη» πάνω σε ένα σωματίο, στην οποία αναφέρεται ο δεύτερος νόμος; Αυτό δεν μας το λένε οι νόμοι του Νεύτωνα! Την απάντηση έδωσε ο Ελβετός φυσικομαθηματικός **Ντάνιελ Μπερνούλι** (Daniel Bernoulli, 1700–1782) μετά τον θάνατο του Νεύτωνα, διατυπώνοντας την *αρχή της επαλληλίας*. Σύμφωνα με αυτήν, αν ένα σώμα υπόκειται σε διάφορες αλληλεπιδράσεις, η ολική δύναμη πάνω του είναι το (διανυσματικό) άθροισμα των δυνάμεων από κάθε αλληλεπίδραση χωριστά.

Μια εναλλακτική αξιωματική θεώρηση

Με βάση αυτά που προαναφέρθηκαν, η κλασική Νευτώνεια Μηχανική βασίζεται σε *τέσσερις* θεμελιώδεις αρχές: τους τρεις νόμους του Νεύτωνα και την αρχή της επαλληλίας. Σχετικά πρόσφατα, όμως [1] τέθηκε ένα αναθεωρητικό ερώτημα: Μήπως, τελικά, τέσσερις νόμοι είναι «πάρα πολλοί»; Αυτό οδήγησε στο, ας το πούμε, ανακάτεμα και ξαναμοίρασμα της τράπουλας, με ένα ενδιαφέρον αποτέλεσμα: Με κατάλληλη διατύπωση, οι νόμοι της Μηχανικής μπορούν να συμπυκνωθούν στη μορφή *δύο* μόνο ανεξάρτητων αξιωμάτων. Προσοχή: Δεν πετάμε τους δύο από τους τέσσερις αρχικούς νόμους και κρατούμε τους άλλους δύο, αλλά αναδιατυπώνουμε την αξιωματική βάση της Μηχανικής με τρόπο ώστε οι ανεξάρτητες αρχές να είναι δύο αντί τέσσερις. Φυσικά, από τα δύο θεμελιώδη αξιώματα προκύπτουν, μεταξύ άλλων, ως ειδικά συμπεράσματα οι γνωστοί νόμοι της Νευτώνειας Μηχανικής.

Το *πρώτο αξίωμα* (θα το ονομάσουμε A1), το οποίο στη Νευτώνεια Μηχανική προκύπτει από τους βασικούς νόμους ως παράγωγο θεώρημα, λαμβάνεται εδώ ως θεμελιώδης αρχή. Εκφράζει την *αρχή διατήρησης της ορμής* [2] για ένα *απομονωμένο* σύστημα σωματιδίων και, έμμεσα, αξιώνει την ύπαρξη *αδρανειακών συστημάτων αναφοράς*. Στην ειδική περίπτωση απομονωμένου «συστήματος» που περιέχει ένα μόνο σωματίδιο, το αξίωμα A1 ανάγεται στον νόμο της αδράνειας (πρώτο νόμο του Νεύτωνα).

Το *δεύτερο αξίωμα* (A2) το γνωρίσαμε ήδη: είναι η *αρχή της επαλληλίας*, διατυπωμένη όμως λίγο διαφορετικά: Η μεταβολή της ορμής που προκαλεί σε ένα σωματίδιο ένα σύνολο αλληλεπιδράσεων, είναι ίση με το (διανυσματικό) άθροισμα των μεταβολών που θα προκαλούσε κάθε αλληλεπίδραση χωριστά.

Αν προσέξατε, μέχρι στιγμής πουθενά δεν εμφανίζεται η έννοια της *δύναμης*, η οποία αποτελεί την πεμπτούσια του δεύτερου νόμου του Νεύτωνα! Αυτό συμβαίνει διότι η δύναμη *ορίζεται* εδώ απλά ως ο ρυθμός μεταβολής της ορμής ως προς ένα αδρανειακό

σύστημα αναφοράς. Με τον ορισμό αυτό, το αξίωμα A2 οδηγεί στην κλασική διατύπωση της αρχής της επαλληλίας που, όπως είπαμε νωρίτερα, οφείλεται στον Μπερνούλι.

Χρησιμοποιώντας τώρα τα αξιώματα A1 και A2, καθώς και τον ορισμό της δύναμης, μπορούμε να αποδείξουμε ως *θεώρημα* κάτι που στη Νευτώνεια Μηχανική αποτελεί αξίωμα: τον *νόμο δράσης-αντίδρασης* (τρίτο νόμο του Νεύτωνα). Άλλα σημαντικά θεωρήματα που μπορεί να αποδειχθούν είναι η *αρχή διατήρησης της στροφορμής*, το *θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας*, η *αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας*, κλπ.

Προβλήματα που παραμένουν...

Η οικονομικότερη αναδιατύπωση της αξιωματικής βάσης της Νευτώνειας Μηχανικής δεν απαλλάσσει, βέβαια, την κλασική θεωρία από τα εγγενή προβλήματά της. Πρώτα και κύρια, η θεωρία αυτή παύει να ισχύει σε έναν κόσμο πολύ υψηλών ταχυτήτων ή πολύ μικροσκοπικών διαστάσεων, δίνοντας τη θέση της στη *Θεωρία της Σχετικότητας* και την *Κβαντική Θεωρία*, αντίστοιχα. Υπάρχουν όμως προβλήματα ακόμα και στις συμβατικές περιοχές εφαρμογής της κλασικής θεωρίας. Ας δούμε τα κατά τη γνώμη μου πιο σημαντικά:

1. Το πρόβλημα των «αδρανειακών» συστημάτων αναφοράς

Απόλυτα αδρανειακά συστήματα αναφοράς δεν είναι δυνατό να υπάρχουν. Πράγματι, για να διαπιστώσουμε αν ένα σύστημα αναφοράς είναι αδρανειακό θα πρέπει να εξετάσουμε αν, ως προς αυτό, ένα οποιοδήποτε ελεύθερο σωματίο κινείται με σταθερή ταχύτητα (δηλαδή, χωρίς επιτάχυνση). Όμως, η έννοια του ελεύθερου σωματίου είναι καθαρά θεωρητική και κανένα σωματίο στον κόσμο δεν μπορεί στην πραγματικότητα να θεωρείται ελεύθερο, για τους εξής λόγους: (α) Κάθε υλικό σωματίο υπόκειται στη βαρυτική έλξη που του ασκεί ο υπόλοιπος υλικός κόσμος, όσο μακριά κι αν βρίσκεται το σωματίο από αυτόν. (β) Για να διαπιστώσουμε αν ένα σωματίο κινείται με σταθερή ταχύτητα θα πρέπει κάπως να αλληλεπιδράσουμε μαζί του (π.χ., να το φωτίσουμε ρίχνοντας πάνω του έναν ικανό αριθμό φωτονίων). Έτσι, στη διάρκεια της αλληλεπίδρασης το σωματίο δεν μπορεί πλέον να θεωρείται ελεύθερο.

2. Το πρόβλημα του ταυτόχρονου

Στον τρίτο νόμο του Νεύτωνα (ο οποίος, όπως προαναφέραμε, προκύπτει ως θεώρημα στη δική μας προσέγγιση) η αντίδραση θεωρείται ότι λαμβάνει χώρα *ταυτόχρονα* με τη δράση. Αυτό σημαίνει ότι ένα σωματίδιο μπορεί να αλληλεπιδρά *άμεσα* (σε μηδενικό χρόνο) με ένα άλλο, όσο μακριά και αν βρίσκονται αυτά μεταξύ τους. Κάτι τέτοιο, βέβαια, προϋποθέτει *άπειρη ταχύτητα διάδοσης* της αλληλεπίδρασης. Όπως γνωρίζουμε, όμως, καμία αλληλεπίδραση δεν μπορεί να διαδοθεί με ταχύτητα μεγαλύτερη από εκείνη του φωτός!

Επίλογος

Αποτελούν τα όσα αναφέραμε πιο πάνω την τελευταία λέξη πάνω στη Νευτώνεια Μηχανική; Και βέβαια όχι! Η φοβερή αυτή θεωρία παραμένει «ζωντανή» και επιδεκτική σε πιθανές νέες αναθεωρήσεις σε ό,τι αφορά την αξιωματική της θεμελίωση. Και, έστω κι αν η Σχετικότητα και η Κβαντομηχανική περιόρισαν το πεδίο εφαρμογής της, ας μην ξεχνούμε ότι η κλασική Μηχανική εξακολουθεί να κυβερνά την ίδια μας την καθημερινότητα. Εκεί

που το πολύ γρήγορο και το πολύ μικρό αφορούν, στην καλύτερη περίπτωση, τα αυτοκίνητά μας και τα... ολοένα συρρικνούμενα εισοδήματά μας, αντίστοιχα. Ο Νεύτωνας ήρθε εδώ για να μείνει!

[1] C. J. Papachristou, *Foundations of Newtonian Dynamics: An axiomatic approach for the thinking student*

Πρωτότυπη δημοσίευση: Nausivios Chora, Vol. 4 (2012) 153-160,

<https://nausivios.snd.edu.gr/docs/2012C2.pdf>

Σε αναθεωρημένη και εμπλουτισμένη μορφή,

<https://arxiv.org/abs/1205.2326>

[2] Η ορμή ενός σωματιδίου είναι το γινόμενο της μάζας του επί την ταχύτητά του.