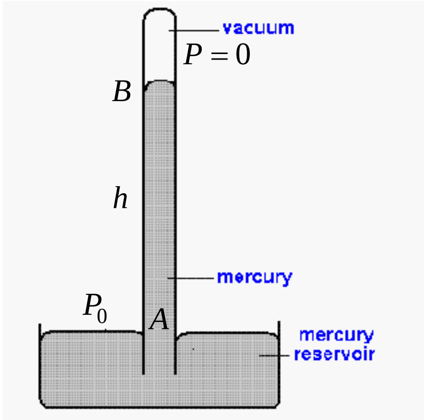
ΑΤΜΟΣΦΑΙΡΙΚΗ ΠΙΕΣΗ

Υδραργυρικό Βαρόμετρο του Torricelli (Αρχή Λειτουργίας)



Γεμίζουμε με υδράργυρο (Hg) έναν μακρύ γυάλινο σωλήνα, και στη συνέχεια τον αναποδογυρίζουμε μέσα σε ένα δοχείο με Hg. Ο χώρος πάνω από τη στήλη του υδραργύρου, της οποίας το ύψος μετά την αποκατάσταση ισορροπίας είναι *h*, είναι πρακτικά κενός (περιέχει μόνο ατμούς Hg). Έτσι, η πίεση στην ελεύθερη επιφάνεια της στήλης λαμβάνεται ίση με μηδέν: $P_B = 0$. Στη βάση *A* της στήλης η πίεση ισούται με την ατμοσφαιρική: $P_A = P_0$, διότι το σημείο *A* βρίσκεται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο με την ελεύθερη επιφάνεια του Hg στο δοχείο. Από τη θεμελιώδη εξίσωση της υδροστατικής, έχουμε (θέτοντας ρ την πυκνότητα του Hg):

$$P_A = P_B + \rho g h \;\Rightarrow\; P_0 = 0 + \rho g h \;\Rightarrow\; \boxed{P_0 = \rho g h}\;.$$

Άρα, η ατμοσφαιρική πίεση προσδιορίζεται από το ύψος *h* της στήλης του υδραργύρου στο σωλήνα. Για τον υπολογισμό της λαμβάνουμε υπόψη ότι

$$\rho = 13.6\ g/cm^3 \quad \text{και} \quad g = 9.8\ m/s^2.$$

Υπό «κανονικές» συνθήκες (επίπεδο θάλασσας, $20^0\ C$) βρίσκεται ότι το *h* είναι περίπου 76 *cm* = 760 *mm*. Έτσι, η ατμοσφαιρική πίεση είναι ίση με μία *φυσική ατμόσφαιρα*: $P_0 = 1\ atm = 760\ Torr \cong 1.01\ Bar$.

Άσκηση: Ποιο θα ήταν το ύψος της στήλης στο σωλήνα αν αντί για Hg χρησιμοποιούσαμε νερό ($\rho_v = 1\ g/cm^3$);

Απάντηση: $h_v \cong 10.3\ m$! Τούτο θα καθιστούσε τη μέτρηση της ατμοσφαιρικής πίεσης με «βαρόμετρο νερού» αδύνατη μέσα σε ένα συνηθισμένο δωμάτιο. Ανάλογη παρατήρηση ισχύει και για το ανοιχτό μανόμετρο.

Μεταβολή της Ατμοσφαιρικής Πίεσης με το Ύψος

Από τον τρόπο που αποδείχθηκε (*Εισαγωγή στη Μηχανική*, Παρ.8.3), η θεμελιώδης *απειροστή* εξίσωση

$$dP = -\rho g dy \tag{1}$$

ισχύει για *όλα* τα ρευστά, υγρά *και* αέρια (για την εξαγωγή της εξίσωσης αυτής δεν κάναμε καμία υπόθεση ως προς το ασυμπίεστο ή όχι του ρευστού). Λόγω της συμπιεστότητας, όμως, του ατμοσφαιρικού αέρα, η πυκνότητά του ρ δεν είναι σταθερή αλλά εξαρτάται από το ύψος y πάνω από την επιφάνεια της Γης (σε αντίθεση με αυτό που ισχύει για ένα υγρό, το οποίο είναι ασυμπίεστο). Θα δείξουμε τώρα ότι η πυκνότητα ρ του αέρα, σε κάποιο σημείο της ατμόσφαιρας, είναι κατά προσέγγιση ανάλογη της πίεσης P στο σημείο αυτό. Πράγματι, έστω αέρια μάζα m. Θεωρούμε ότι η μάζα αυτή μπορεί να βρεθεί σε διάφορα ύψη, όπου επικρατούν διάφορες συνθήκες πίεσης και θερμοκρασίας. Έστω δύο συνθήκες που τις καλούμε 1 και 2. Από την καταστατική εξίσωση των αερίων, εφαρμοζόμενη για τη μάζα m, έχουμε:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$ και, κάνοντας την προσεγγιστική υπόθεση $T_1 \cong T_2$,

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \;\Rightarrow\; P_1 \frac{m}{\rho_1} = P_2 \frac{m}{\rho_2} \;\Rightarrow\; \frac{P_1}{\rho_1} = \frac{P_2}{\rho_2} \;\Rightarrow\; \frac{P}{\rho} = \text{σταθερό} .$$

Έτσι, αν $P=P_0$ και $\rho=\rho_0$ είναι οι τιμές στο επίπεδο της θάλασσας (y=0), και P, ρ οι τιμές σε αυθαίρετο ύψος y, τότε:

$$\frac{P}{\rho} = \frac{P_0}{\rho_0} \;\Rightarrow\; \rho = \frac{\rho_0}{P_0} P .$$ Άρα, από τη σχέση (1),

$$dP = -\left(\frac{\rho_0}{P_0} P\right) g dy \;\Rightarrow\; \frac{dP}{P} = -\alpha dy ,$$ όπου θέσαμε $\alpha = \dfrac{\rho_0 g}{P_0}$.

Ολοκληρώνοντας,

$$\int_{P_0}^{P} \frac{dP}{P} = -\alpha \int_0^y dy \;\Rightarrow\; \ln\left(\frac{P}{P_0}\right) = -\alpha y \;\Rightarrow\; \boxed{P = P_0 \, e^{-\alpha y}} .$$

(Δείξτε ότι $\rho=\rho_0 \, e^{-\alpha y}$.) Παίρνοντας ρ_0=1.20Kg/m^3 ($20^0 C$), P_0=1atm και g=9.8m/s^2, βρίσκουμε:

$$\alpha = 0.116 \; Km^{-1} .$$